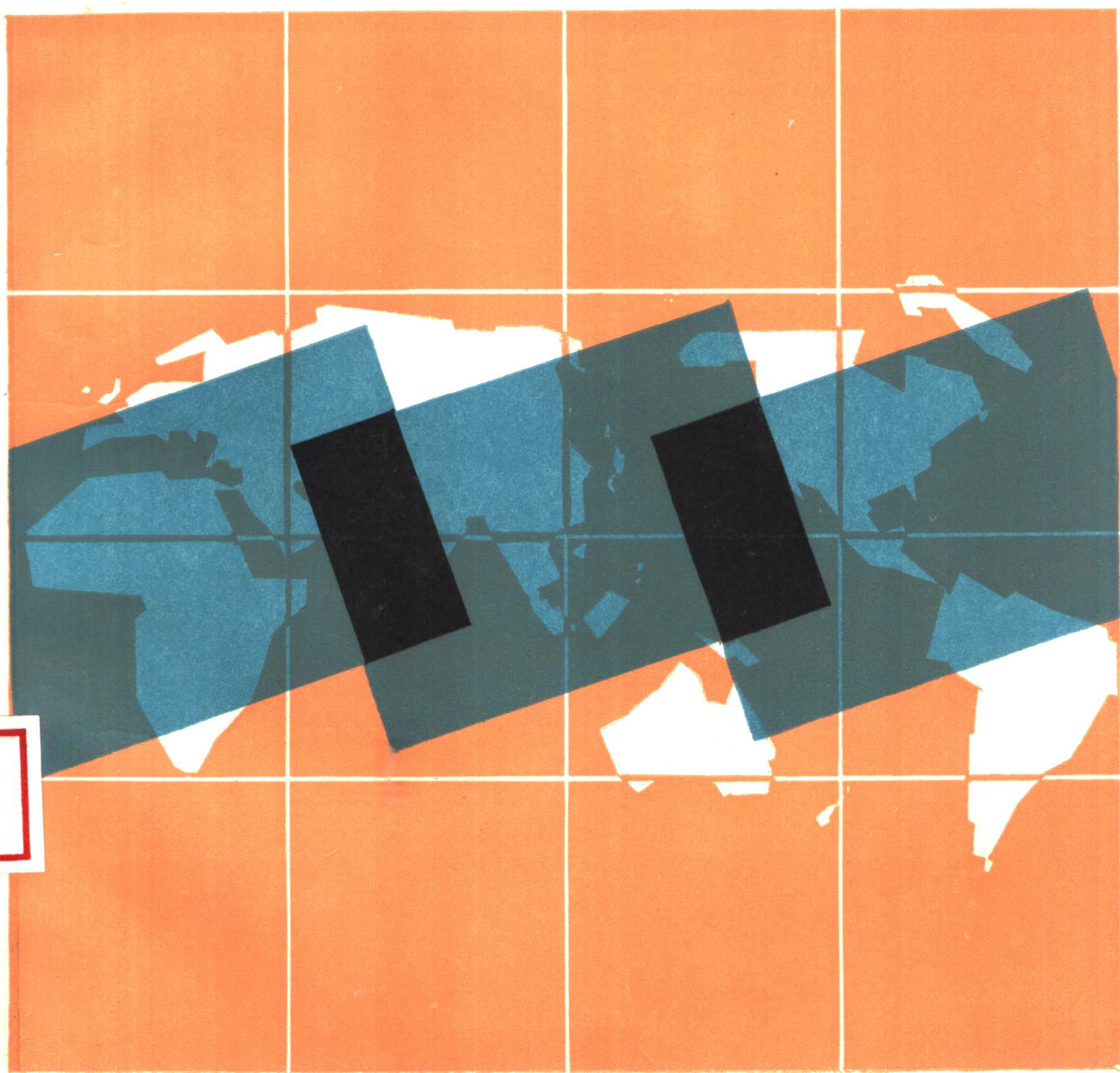


高等学校教材

# 卫星大地测量学

王昆杰 王跃虎 李征航

测绘出版社



高等学校教材

# 卫星大地测量学

王昆杰 王跃虎 李征航

测绘出版社

**(京)新登字 065 号**

**内 容 提 要**

本书分为三大部分：总论，几何定位，动力测地。总论包括现代大地测量的任务和要求；所用各种技术方法的原理；目前能达到的精度和适用于我国的技术；以及卫星绕地运动的基本理论。几何定位是应用最广泛的技术，包括利用子午卫星和 GPS 卫星定位的原理、方法、成果平差计算、精度评定、适用范围等内容。动力测地侧重于研究全球大地测量问题。前两部分约占全书的四分之三。

本书循序渐进、说理清楚，文字流畅，尽量采用直观方法，化繁为简，便于教学。此外，还按各专业不同学时要求提出了内容取舍的建议。

本书可作为大专院校有关专业的教材，亦可供测绘、地震、地质、海洋、石油等专业的工程技术人员参考。

**卫星大地测量学**

王昆杰 王跃虎 李征航

\*

测绘出版社出版

大兴五中印刷厂印刷

新华书店总店科技发行所发行

\*

开本 787×1092 1/16 · 印张 18 · 字数 404 千字

1990 年 5 月第一版 · 1992 年 5 月第二次印刷

印数 1 801—2 800 册 · 定价 4.70 元

ISBN 7-5030-0105-4/P·40

## 前 言

本书是为大学测绘专业学生开设卫星大地测量课程而编写的教材。

卫星大地测量是研究解决大地测量问题的一种空间技术方法。大地测量有测定点位和研究地球重力场两大基本任务,因而对应地有卫星大地测量的几何法和动力法之分。但是这两种方法都有许多与常规地面大地测量不同的特点,不仅要综合运用天文测量、地球重力场、测量平差等专业知识,还要涉及较多的数学、物理学和天体力学知识。因此,力求内容详简适当是本教材编写时首先考虑的问题。

揣摩学生学习的心理规律和正确的教学原则,我们认识到,采取直观性与抽象性相结合,系统性与循序渐进相结合的方法,使学生的已有知识与新知识有机地结合,常会受到欢迎,产生好的教学效果。因此,如何使学生既能看到已有知识的新用途,又能顺利学到解决问题的新方法,这也是本教材编写时认真考虑的问题。

卫星大地测量的基本理论和方法已逐渐受到工程测量、航测遥感等专业的重视,但这些专业不可能也不必象大地测量专业那样花太多学时安排这门课程教学。因此,如何将教材内容适当取舍又不失系统性而能用于这些专业教学,也是本教材所要考虑的问题。

基于以上考虑,本教材将内容分为三部分,即:总论,几何定位,动力测地。

总论部分的目的是简要勾勒全貌,概述卫星大地测量的原理及方法,讲清它与常规大地测量的区别和联系,指明它的任务和作用,并介绍卫星绕地运动的基本理论。

几何定位部分主要讲测定地面点位,以我国有条件利用的子午卫星和 GPS 卫星定位为主,讨论观测设备、观测方法、数据处理和成果应用等问题。

动力测地主要研究全球性大地测量问题。这部分是学习难点。讨论卫星受摄运动和利用摄动效应求解大地测量动力学问题,公式和抽象思维较多。故本教材尽量以大地测量目前及近期可能达到的观测精度来决定这部分内容的取舍,意在尽快触及应用方法和成果。

本教材的第 1~3 章及第 10~11 章由王昆杰编写,第 6 章由王昆杰、王跃虎编写,第 4~5 章及第 9 章由李征航、王跃虎编写,第 7~8 章由李征航编写。全书的总体结构及统一修改由王昆杰负责完成。

本教材对于不同专业的教学要求,取材可如此安排:大地测量本科,使用全部内容,约 80 学时;工、航专业本科或大地专业专科,选用 1~6 及 9 各章,约 50 学时。此外,还可视学生基础、教学条件适当作少量增减。本教材近几年已在不同专业试用,取得了预期效果。

本教材经测绘教材编审委员会审定通过,并承鲁福研究员,许其凤教授、刘萍实副教授审阅,提出了许多宝贵意见,编者表示由衷的感谢!此外,在本教材试用期间,蔡宏翔、

陈春明、向虎雏等同志曾给予积极支持和协助，特在此一并致谢。

由于编者水平有限，难免有错误和不妥之处，诚盼各方指正。

编者

1989年5月

# 目 录

## 第 I 篇 总 论

<b>第一章 现代大地测量的任务要求</b> .....	( 1 )
§1.1 地球重力场及其图示.....	( 1 )
§1.2 地球形状的有关概念.....	( 2 )
1.2.1 双轴椭球 (旋转椭球).....	( 2 )
1.2.2 大地水准面.....	( 3 )
1.2.3 三轴椭球.....	( 4 )
1.2.4 似大地水准面与似地球面.....	( 5 )
1.2.5 海面地形.....	( 6 )
§1.3 地球的形变.....	( 7 )
§1.4 现代大地测量的任务.....	( 8 )
<b>第二章 卫星大地测量的基本原理和方法</b> .....	( 10 )
§2.1 引言.....	( 10 )
§2.2 基本关系式.....	( 11 )
§2.3 方向测量.....	( 12 )
§2.4 距离测量.....	( 16 )
§2.5 距离差测量.....	( 18 )
§2.6 卫星测高.....	( 23 )
§2.7 卫星对卫星跟踪测量.....	( 26 )
§2.8 适用的卫星.....	( 28 )
§2.9 轨道力学方法.....	( 34 )
2.9.1 球谐拟合.....	( 34 )
2.9.2 轨道力学法求地球形状.....	( 36 )
§2.10 卫星大地测量的任务.....	( 39 )
<b>第三章 人造卫星的轨道运动</b> .....	( 42 )
§3.1 引言.....	( 42 )
§3.2 基本运动方程.....	( 43 )
3.2.1 限制二体运动方程.....	( 43 )
3.2.2 面积积分.....	( 45 )
3.2.3 能量积分.....	( 48 )
3.2.4 拉普拉斯积分.....	( 49 )

3.2.5	轨道方程	( 50 )
3.2.6	卫星运动速度及其分量	( 52 )
§3.3	能量常数与轨道半长轴关系	( 53 )
§3.4	引力常数	( 54 )
§3.5	开普勒方程及其解	( 58 )
§3.6	卫星坐标及速度的平近点角表示式	( 61 )
§3.7	三维空间卫星轨道	( 62 )
3.7.1	卫星轨道根数	( 63 )
3.7.2	轨道坐标系与赤道坐标系的转换	( 65 )
§3.8	计算轨道根数的方法和原理	( 67 )
3.8.1	观测卫星几个位置计算轨道根数	( 67 )
3.8.2	观测卫星一个位置及速度计算轨道根数	( 69 )
3.8.3	计算卫星初轨的高斯法	( 70 )
§3.9	受摄轨道	( 75 )
3.9.1	密切轨道与运动方程	( 76 )
3.9.2	受摄轨道变化的初步分析	( 82 )
3.9.2.1	交点及近地点的变化	( 83 )
3.9.2.2	轨道形状和大小的变化	( 86 )

## 第 II 篇 几何定位

<b>第四章</b>	<b>常用坐标系</b>	( 89 )
§4.1	天球坐标系	( 89 )
§4.2	站心坐标系	( 91 )
§4.3	地球坐标系	( 94 )
§4.4	轨道坐标系	( 101 )
<b>第五章</b>	<b>几何卫星网的建立与平差方法</b>	( 103 )
§5.1	概述	( 103 )
§5.2	卫星大地网的建立及其特点	( 104 )
§5.3	空间人卫大地网的图形结构和精度分析	( 108 )
§5.4	空间人卫网按间接观测平差法平差	( 112 )
<b>第六章</b>	<b>子午卫星多普勒定位原理</b>	( 118 )
§6.1	子午卫星系统	( 118 )
6.1.1	子午卫星	( 118 )
6.1.2	卫星播发的信息	( 122 )
6.1.3	按广播星历计算卫星地心坐标	( 127 )
§6.2	测量多普勒频移求距离差	( 128 )
6.2.1	多普勒频移计数	( 128 )

6.2.2	电离层折射改正 .....	( 131 )
6.2.3	对流层折射改正 .....	( 134 )
6.2.4	距离差 (变率) 的观测方程 .....	( 141 )
§6.3	单站定位的最小二乘解 .....	( 143 )
§6.4	大地测量多普勒定位接收机 .....	( 146 )
<b>第七章</b>	<b>多普勒联测定位和短弧平差</b> .....	( 149 )
§7.1	联测定位的原理 .....	( 149 )
§7.2	联测定位的方案及精度 .....	( 152 )
§7.3	短弧平差的基本概念 .....	( 154 )
<b>第八章</b>	<b>利用卫星大地测量资料检核和加强天文大地网的问题</b> .....	( 157 )
§8.1	天文大地网的系统误差 .....	( 157 )
§8.2	两网转换的数学模型 .....	( 158 )
§8.3	天文大地网实际精度的检核 .....	( 165 )
§8.4	卫星网和地面网联合平差 .....	( 168 )
<b>第九章</b>	<b>GPS 卫星定位方法</b> .....	( 175 )
§9.1	概述 .....	( 175 )
9.1.1	子午卫星系统的局限性 .....	( 175 )
9.1.2	全球定位系统的主要特点及用途 .....	( 176 )
§9.2	全球定位系统的构成 .....	( 179 )
9.2.1	空间部分 (卫星) .....	( 179 )
9.2.2	地面控制部分 .....	( 180 )
9.2.3	用户装置部分 .....	( 181 )
§9.3	伪距法定位 .....	( 182 )
9.3.1	伪距测量原理 .....	( 183 )
9.3.2	伪距法定位 .....	( 184 )
9.3.3	误差分析 .....	( 186 )
9.3.4	电离层改正和对流层改正 .....	( 189 )
9.3.5	导航电文 .....	( 190 )
§9.4	载波相位测量 .....	( 195 )
9.4.1	载波相位信号的获取 .....	( 196 )
9.4.2	观测方法 .....	( 196 )
9.4.3	求差相位测量 .....	( 197 )
9.4.4	平差方法及计算程序 .....	( 201 )

## 第 III 篇 动力测地

<b>第十章</b>	<b>摄动理论在卫星大地测量中的应用</b> .....	( 204 )
§10.1	动力卫星大地测量的内容和方法 .....	( 204 )



§10.2 受摄运动微分方程 .....	(207)
10.2.1 拉格朗日方程 .....	(207)
10.2.2 受摄运动坐标微分方程 .....	(210)
10.2.3 密切根数微分方程 .....	(212)
§10.3 摄动函数及摄动加速度 .....	(217)
10.3.1 月日摄动函数 .....	(217)
10.3.2 月日摄动函数展开式的数字分析 .....	(220)
10.3.3 大气阻力摄动加速度 .....	(225)
10.3.4 大气层密度的纬度效应 .....	(227)
10.3.5 卫星相对于大气层的速度展开式 .....	(229)
10.3.6 计算大气阻力摄动的精度估算 .....	(231)
10.3.7 光压摄动加速度 .....	(232)
10.3.8 潮汐摄动函数 .....	(235)
10.3.9 岁差章动摄动函数 .....	(236)
10.3.10 地球再辐射摄动影响 .....	(240)
10.3.11 相对论效应及行星摄动 .....	(242)
§10.4 运动微分方程的积分方法 .....	(244)
10.4.1 解析积分法 .....	(244)
10.4.2 数值积分法 .....	(247)
<b>第十一章 动力测地的基本内容和方法 .....</b>	<b>(252)</b>
§11.1 表征地球形状及重力场的大地测量基本参数 .....	(252)
§11.2 利用卫星轨道摄动解决大地测量动力学问题的一般原理 .....	(254)
11.2.1 大地测量应用上的基本特点和要求 .....	(254)
11.2.2 一阶摄动近似解析积分的计算 .....	(255)
11.2.3 卫星动力学一般方程 .....	(259)
§11.3 利用卫星轨道摄动计算地球引力位动力学系数 .....	(263)
11.3.1 与动力学系数联系的交点和近地点受摄运动展开式 .....	(264)
11.3.2 地球引力位动力学系数的数字结果 .....	(265)
§11.4 大地水准面引力位及引力比例系数的计算 .....	(268)
§11.5 大地水准面地心矢径的展开式 .....	(270)
§11.6 大地水准面高度的计算 .....	(274)
§11.7 用卫星方法建立地心坐标系 .....	(276)

# 第 I 篇 总 论

## 第一章 现代大地测量的任务要求

### § 1.1 地球重力场及其图示

大地测量是地球科学的一个分支，它的基本任务是研究和测定地球表面的相对几何位置，地球的大小和形状，以及地球表面及其外部的重力场，并用数（字）和（图）形表示出来。

地球是一个两极略扁的旋转球体，其内部结构和质量分布复杂易变，表面有不规则的自然地形，周围有大气层，外部空间有月亮、太阳、行星等自然天体，这些因素决定了地球的大小和形状及其重力场分布的复杂性，人们很难用简单的数学方程来准确地描述真实地球的情况，而只能采取近似的方法来表示，随着测量方法和精度的不断改进，理论研究的不断深入而逐步逼近真实地球。

大地测量在地面所观测的量，有几何量也有物理量。例如角度、距离、点位坐标是几何量，重力值是物理量。由于许多测量仪器都是以垂线为准定平的，而垂线取决于重力方向，要将地面垂线为准测得的数据化为以椭球法线为准的数据，要经过垂线偏差的改正，因此就要研究重力方向，即研究重力场。由此可见，大地测量研究的问题既有几何性质又有物理性质，有一定程度的相关性。

地球是个质体，在它周围空间必形成引力场，顾及地球自转，则为重力场。重力是引力的一种特殊表现，基本性质相同。重力场中任意一点的场强可用在该点的重力矢量表示。如果以各点场强的方向为切线，向地球中心依次将这些点联成曲线，这样的曲线称为力线。力线不仅能表示各点场强的方向，也能表示场强的大小，因而也能描述重（引）力场分布情况。力线较密的地方表示场强较大，较疏的地方表示场强较小。如果我们假定地球引力场是中心力场，则力场中任意一点就有引力位，重力场也是如此。任意一点的场强和该点的位有简单关系，即重（引）力位梯度的负值等于重（引）力场强。位是标量不是矢量，如果将位值相同的点联成等位面，则力线和等位面处处正交。如果画出一系列等位面，使相邻位差相等，则可看出，等位面较密的地方表示场强较大，力线也较密；反之场强较小，力

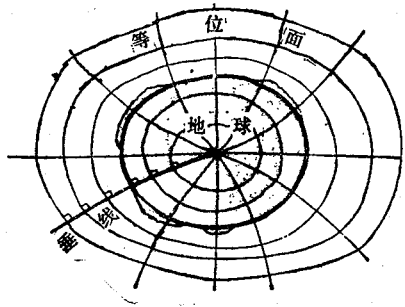


图 1-1

线较疏。

图 1-1 表示地球重力场一个子午剖面的情况，图 1-2 表示局部等位面间场强大小与等位面疏密的情况。

由上两图可见，场强的大小可用重力矢量的大小及方向表示出来，重力矢量与等位面正交，等位面上相邻点的重力方向和大小如果变化大，则等位面的变化也大。场强的大小决

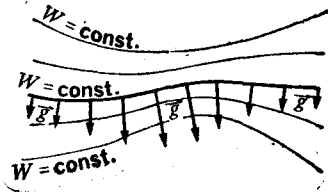


图 1-2

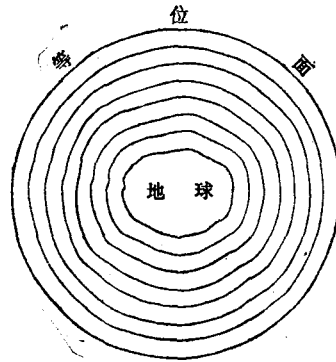


图 1-3

定于地球内部质量引力作用的大小，以及是否严格属于中心力场。由于地球质量分布不均匀，而且有自转产生的离心力，因而各处的重力并不都通过引力中心，但是离地球越远处，这种影响就越小，以致在高空处就逐渐变为中心力场的情况，等位面也匀滑得多，如图 1-3 所示。

## § 1.2 地球形状的有关概念

地球不是一个纯数学上的几何体，它的形状和大小取决于它的物理属性，因此不能单从几何上考虑，而要顾及物理因素，例如重力的大小和分布，自转速度等等。

研究确定地球形状和大小有过多种近似方法，天文学、地球物理学以及大地测量学都曾根据本学科的需要，采取过不同方法，各自的理论亦不尽相同。历代有许多数学家、物理学家、天文学家和大地测量学家，为此做出过卓越的贡献。他们都遵循一个共同的原则，即理论必须经过实测数据验证之后才确立自己的学说。

最初的近似是纯几何的，曾经把地球看作一个圆球，因为这样最简单，只要一个参数，测定的方法是在地面上量一段距离，再利用太阳（或其他天体）测出这段距离对地心所张的角，即可算出半径。这是牛顿以前将近两千年古代大地测量时期所用的方法。这种近似方法的误差自然很大。若以现代测定的地球椭球长短半轴取平均作为球半径，则在赤道或两极会相差 10.7km 之多。

### 1.2.1 双轴椭球（旋转椭球）

自从牛顿的引力理论问世以及他的地球是扁球的学说得到验证，并经克莱劳加以发展

之后，地球形状和大小就不仅从几何上也可从重力分布规律上来研究。实测数据的精度也因为发明了三角测量方法和望远镜而有所提高。近似表示地球的几何大小开始用双轴旋转椭球，两个几何参数。实测是利用三角测量并测定天文经纬度的子午弧测量原理，即利用以下关系：

$$\left. \begin{aligned} s_{i,j} &= a(1-e^2) \int_{\varphi_i}^{\varphi_j} (1-e^2 \sin^2 \varphi)^{-3/2} d\varphi \\ f &= 1 - \sqrt{1-e^2} \end{aligned} \right\} \quad (1-1)$$

测出子午弧长  $s_{i,j}$  及纬度  $\varphi_i$ 、 $\varphi_j$ ，用两个以上方程即可解出未知的椭球半长轴  $a$  及扁率  $f$ 。

当时根据克莱劳理论，虽已知道可利用重力测量来确定地球形状和大小，但是限于当时的技术条件实现不了。

### 1.2.2 大地水准面

整个 19 世纪是几何大地测量发展很快的时期，有不少科学家根据天文-大地测量成果计算出代表地球的双轴椭球几何参数，但同时也发现了用这样简单的几何形状不能反映地球的真实情况。

德国数学家高斯 (J.K. F. Gauss, 1777-1855)，物理学家李斯丁 (J. Listing, 1808-1882) 先后提出用大地水准面来表示地球形状。由于这个曲面有明确的物理意义，在地球上实际存在，很大程度上能反映地球的真实情况，因而一直沿用至今。

大地水准面被定义为旋转均质流体的平衡表面，是一个重力等位面。由于地球表面有 72% 的海洋面，而且海水大体上是均质的，因此未受外界扰动情况下的平均海面基本上就是大地水准面的一部分。

但是大地水准面仍然是一个很复杂的曲面，如果用数学式描述，要用一个无穷多项的函数级数才能足够严密地表示它。如果要作最佳拟合，则要采用一个有物理意义的双轴旋转椭球，将这个椭球定义为一个均质的符合流体静力平衡规律的水准椭球，它的质量等于地球的总质量，它的外表面与大地水准面拟合得最好。由这个椭球形成的重力场叫做正常重力场，也就是在这个椭球面上的重力分布可以用正常重力公式计算。这个椭球的中心与地心重合，短轴与地球极惯性轴重合。这样一来，就可以把几何参数和物理参数统一结合起来。

这种椭球也称为正常地球椭球或平均地球椭球，或总椭球，地心国际椭球等。显然，由于正常椭球只是大地水准面的最佳近似，因而就形成了一些成对的量，如：真实重力场与正常重力场，真实等位面与正常等位面，真实垂线与正常垂线，真实位与正常位，真实重力与正常重力，大地水准面与正常椭球，等等。

如果将大地水准面相对于正常椭球的高度画出全球等值线，可如图 1-4 所示。

若再想了解在赤道剖面及子午剖面上大地水准面对于正常椭球的拟合情况，可由图 1-4 作出相应剖面。如图 1-5 及 1-6 所示。不过为了看得清楚，在这两个图中所表示的两面之间的差别已被夸大了一万倍。

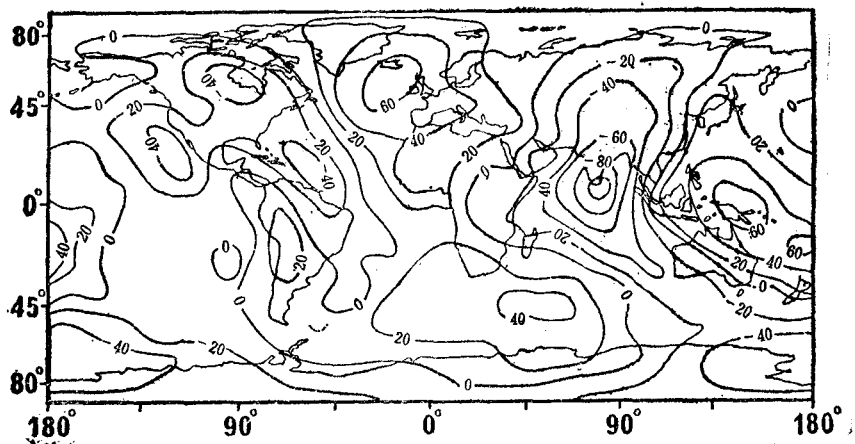


图 1-4 大地水准面相对于 1967 年国际椭球的高度(单位: m)

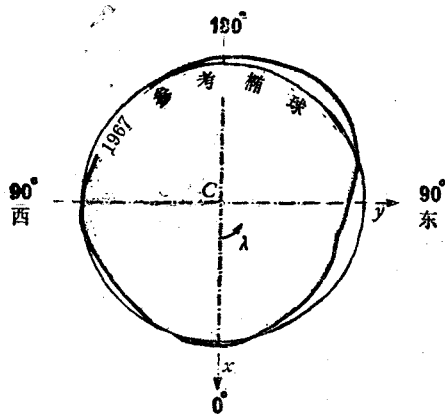


图 1-5 赤道剖面

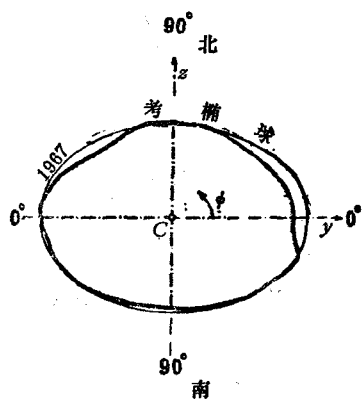


图 1-6 子午剖面( $\lambda=90^\circ$ )

### 1.2.3 三轴椭球

从以上三个图来看, 还不能充分做到最佳逼近, 因此最好用一个三轴椭球, 这样的椭球才有可能最接近于大地水准面。三轴椭球有三个互相正交的轴: 短轴、中间轴、长轴, 分别用  $2b$ 、 $2c$ 、 $2a$  表示。短轴仍与地球极惯性主轴重合, 其余两轴都位于赤道面上。计算时要同时定出两轴的指向。决定这种三轴椭球的参数有四个, 即

- ① 长轴的半长  $a$ ;
- ② 极扁率  $f \left( = \frac{a-b}{a} \right)$ ;

⑤ 赤道扁率  $f$ . ( $= \frac{a-c}{a}$ );

④ 长轴的经度  $\lambda_0$ .

上列参数已有一些大地测量学家计算过。其中较近的成果如 1971 年捷克大地测量学家布尔沙 (Bursa) 计算的, 数据如下:

$$a = 6378173\text{m}, \quad \lambda_0 = 14.8^\circ\text{W}$$

$$c = 6378105\text{m},$$

$$f^{-1} = 297.787, \quad f^{-1} = 94000$$

用这样的三轴椭球拟合全球大地水准面的等值线图, 如图 1-7 所示。

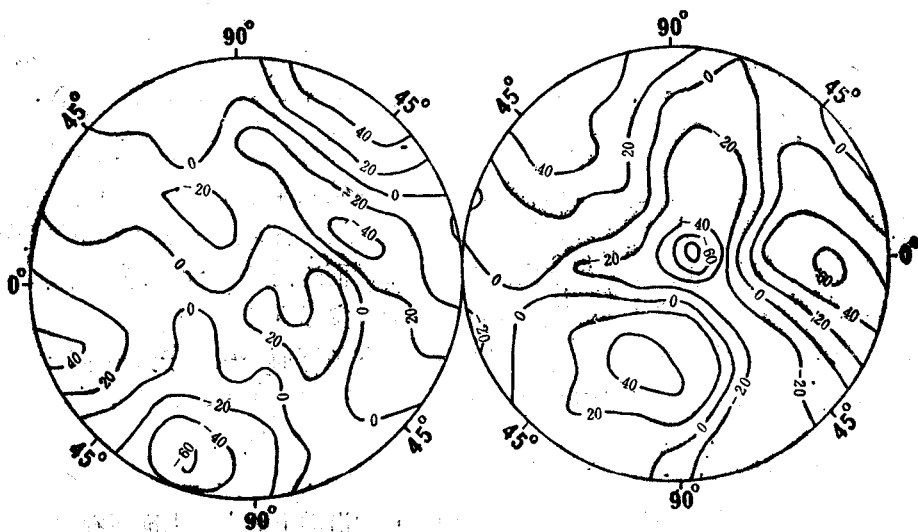


图 1-7 大地水准面相对于三轴椭球的高度(单位: m)

若用上列参数值与图 1-5 及 1-6 所示的双轴椭球拟合情况比较, 可以看出在赤道上有明显改善。这样的三轴椭球基本上就是所谓梨形地球的数学体。

尽管从全球来看, 三轴椭球最接近于大地水准面, 但是对于局部地区建立水平控制网的二维坐标计算, 仍宜用一个局部拟合最好的双轴椭球, 这样局部拟合的两面之差可能比全球拟合的更小, 而且水平坐标的计算也较简单。

#### 1.2.4 似大地水准面与似地球面

现代大地测量理论中还定义了似大地水准面和似地球面这两个概念, 这是莫洛琴斯基研究高程系统时用到的。

参阅图 1-8, 地面任一点对于椭球的大地高等于该点的正高  $H$  与大地水准面对于椭球的高度  $N$  之和, 但  $H$  很难算出来, 因此大地高通常是表示为正常高  $H'$  与高程异常  $\zeta$  之和, 而  $H'$  可以用水准测量测得的高差加上一个小的改正而算出来。因为  $H' \neq H$ , 故

$N \neq \zeta$ , 若从地面点沿力线 (法线也可) 向下量取  $H'$  长的线段, 其端点就不在大地水准面上, 而得到另一点。

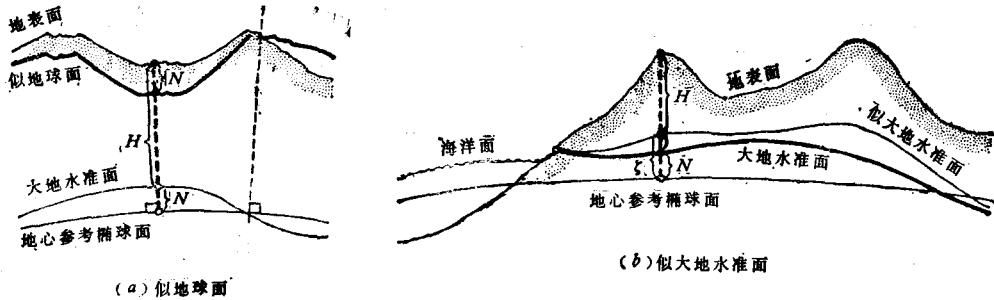


图 1-8

如果对无数地面点都这样做, 就会得到无数个不在大地水准面上的点, 这些点所形成的一个曲面就叫做似大地水准面; 反过来, 若从椭球面开始向上量取  $H'$  线段, 又会得到无数个不在地球面上的点, 这无数个点形成的曲面就叫做似地球面。

似大地水准面没有任何物理意义, 纯是数学假定, 当然就不是等位面。它的最大优点是將大地高分成可测量高和似大地水准面高度两部分, 而这两部分都能根据地面测量值精确地计算。因此用似大地水准面作为高程系统的基面有实际意义。

似大地水准面与大地水准面在海洋上相重合, 在陆地下面一般高于大地水准面,  $N-\zeta$  的大小视地形而定, 在高山地区可达几米。而平原地区仅有几厘米。

### 1.2.5 海面地形

海面地形也是现代大地测量的研究内容, 因为它和海洋上的大地水准面有密切关系。

海面比起地面来不稳定得多, 它在各种因素影响下时时在变, 设置在海边的验潮站可以观测到瞬时海水面的变化。

从瞬时海水面观测值可以了解到, 它在一天内的变化可达几十米, 但一个月的平均则不超过几分米, 由几十年观测资料分析可知, 年平均值一般稳定在几十厘米。本节前面提到的平均海水面就是指瞬时海水面在较长时期内的平均面。

引起海水面振荡的因素有的是周期性的, 有的是相对长期性的。大致划分起来, 周期性的因素有: 大气层的变化 (包括气压、气温、风暴等等), 潮汐, 冰融, 河流入海的涨落, 海流方向的变化, 地极移动引起的变化等等。相对长期性的因素有: 赤道带的常年高温两极的常年低温, 海水含盐量区域性分布的差异, 等等。这些因素所产生的效应有些可以测出来, 有些还不能。但是从长期观测海水面变化的资料可以发现, 平均海水面不同于无扰动的均质流体平衡面。

所谓海面地形, 就是指这种平均海水面与大地水准面之间的偏差, 类似于地球自然地形表面相对于大地水准面的偏差, 不过数值要小得多, 一般 1m 左右。图 1-9 是这种偏差的等值线图, 它有助于了解海面地形的变化情况。

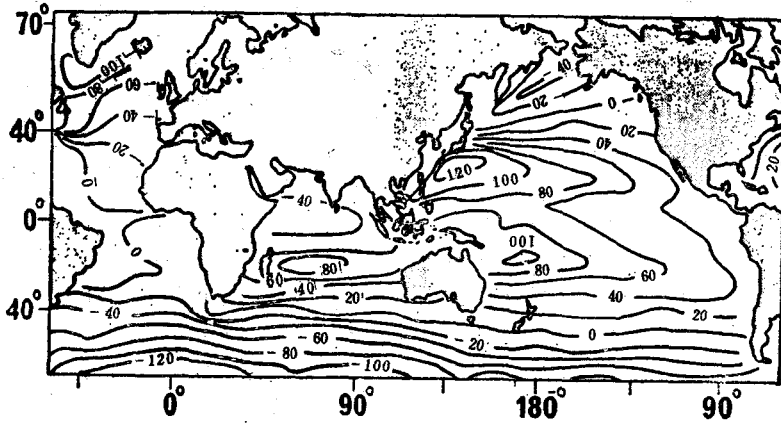


图 1-9 海面地形(单位: cm)

### § 1.3 地球的形变

地球不是刚体，地球在运动，地球的形状会变，引起地球形变的力有自然界的也有人为的，因而有全球性变化和局部性变化，有持续性变化和突发性变化。地球潮汐，冰川作用，地壳的构造运动，地下资源的大量提取，大型水库的兴建，等等都会引起形变。地形变包括地壳的垂直升降和水平倾斜。形变后地球内部质量的重新分布，又会引起地球运动状态的变化(例如自转的加速或减速)，力学特性(转动惯量)的变化，重力场的变化。如果说地面点位置的变化是地壳运动的几何信息，则地球重力场(重力值)的变化就是地壳运动的物理信息。现代大地测量要分担提供这类信息的任务。

地球形变不仅决定于引起形变的力，还要取决于地球体本身的物理属性：是刚体，不会有形变；是流体，则服从流体平衡规律；是弹性体，则当形变力一移开应立刻恢复原状；如果是有粘滞阻尼的弹性体，则当形变力移开后，就不是立刻而是慢慢地恢复，至于是否能完全恢复原状，还要看形变力的性质和作用的时间。

根据其他地球科学学科的研究，有许多迹象表明，地球的地核是流体，密度最大，地幔介于流体与固体之间，密度较大，上部的地壳则是疏松的固体。在地心引力产生的恒定应力作用下，地球的物理属性接近于一个高度粘滞的弹性流体。我们不妨将这个分析与二百多年前克莱劳的地球形状理论作一比较。克莱劳当初就是假定地球扁球内部质量的密度由地表向地心逐渐增大，是地球半径的函数，可以分层，各层均质，各层的扁率连续变化，从而把地表重力值随纬度变化的关系建立起来；得到了著名的克莱劳方程。1972年梅切尔(Melchior)根据克莱劳理论写出了扁率和分层密度分布的关系式，后经莫里兹(Moritz)证明。现代测得的地球扁率 1:298.25 完全满足该式(见参考文献[15])，因此克莱劳的理论在现代仍有重大价值。

用大地测量方法研究地球形变，只是近几十年才开始的。由于在本世纪 50 年代，大



地测量的相对精度一般只可达  $10^{-6}$ ，对于地球半径而言，测量误差约为  $\pm 5\text{m}$ ，对于重力值则为  $\pm 1(\text{mGal})$ ，因此有许多变化发现不了。而在目前，大地测量的精度已可达  $10^{-6} \sim 10^{-7}$ ，一些大地测量基本参数如  $GM, \gamma, \alpha, f$  的测量精度也已高于  $10^{-6}$ ，因此就有可能提供地球形变的信息。

各种因素引起的地球形变，若按对时间的函数关系来分析，可以分为长期变化(近于线性)、周期变化(长周期约几十年以上，短周期可从几分之一秒到几十年)和偶然变化。就频率而言可分为高频与低频变化。不同的地球科学学科对这些变化各有自己的研究重点，通常大地测量侧重于研究长期的低频的变化，周期在几个小时以上到几十年，而其他学科有的可能更关心几百年乃至几千年或更长历史时期所发生的变化。

潮汐引起的形变周期性最为明显。为了提供一个数字概念，表 1-1 列出目前测得的潮汐形变引起的重力变化：地面倾斜和等位面相对升高最大变化值。

表 1-1

潮汐形变效应	最大变化值
重力变化	0.28mGal
地面相对倾斜	0.017"
等位面相对升高	63 cm

地球形变的长期及长周期现象由于系统研究的时间还不够长(仅几十年)，无论定性或定量的了解都还不充分，因此很难断定目前得知的一些长期现象是否一定是线性的，或许是长周期的。大体上，目前长期性变化的数量级，在长度上最大约为 60cm，角度上约为  $0.02''$ ，地表重力约  $10\mu\text{Gal}$ (见参考文献[36])。

## § 1.4 现代大地测量的任务

如果从人们确认地球是个圆球并实测它的大小(见§1.2)时算起，两千多年的大地测量历史大体上可分为三个阶段：古代大地测量，经典(或传统)大地测量和现代大地测量。其中经典大地测量阶段可以从十八世纪中期牛顿、克莱劳确立地球为扁球的理论并从几何和物理两方面来测定地球时算起，到二十世纪中期莫洛琴斯基发展了斯托克司理论形成现代地球形状理论基础为止，差不多整整二百年(1750~1950)。

经典大地测量阶段的主要任务是为大规模测绘地图服务。因此为了能精确地测定大地点位置，许多科学家在测量器具、测量方法、椭球计算、数据处理等方面做过大量研究。我们大地测量上现在所用数学方法大部分都是那个时期发明的。其中尤以高斯在理论和实践方面的研究贡献最大，最小二乘法就是他的许多发明成果之一。这个时期由于全球各大陆广泛布设了天文大地三角网，并发展了重力测量，算出了许多著名的双轴参考椭球体几何参数，其中有的后来被推荐为国际椭球(如海福特(Hayford)椭球曾被命名为1924年