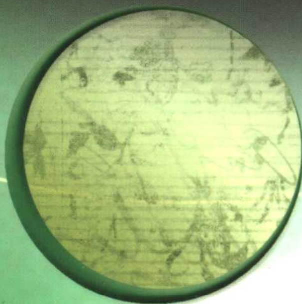
普通高等专科教育药学类规划教材

（供药学专业用）

# 高等数学

GAODENG SHUXUE

主编 张德舜　主审 石中陆



中国医药科技出版社

普通高等专科教育药学类规划教材

# 高等数学

（供药学专业用）


**主　　编**　张德舜

**主　　审**　石中陆

**编写人员**　张德舜（中国人民解放军北京医学高等专科学校）
杨继泰（开封医学高等专科学校）
陈四平（沈阳药科大学）
尹　舲（湖北药检高等专科学校）
单华宁（中国人民解放军海军医学高等专科学校）

**审稿人员**　石中陆（北京医科大学）
赵立胜（沈阳药科大学）
倪永兴（中国药科大学）





中国医药科技出版社

## 内 容 提 要

本书是国家医药管理局科教司、普通高等学校药学类专科教材建设委员会组织编写的统编教材。

本书主要内容包括：函数与极限、导数与微分、导数的应用、不定积分、定积分、定积分的应用、微分方程、多元函数微分学以及二重积分。书后附有常用的初等数学公式、希腊字母表、不定积分表、拉氏变换简表、平面与空间图形和二阶、三阶行列式的计算、习题答案及主要参考书目。为便于学生复习、自检，附在每节后留有练习题外，还在一些章后安排了自测题。

本书可供普通高等学校药学类专科师生使用。

**图书在版编目（CIP）数据**

高等数学/张德舜主编. —北京：中国医药科技出版社，1996.6

普通高等专科教育药学类规划教材 供药学专业用

ISBN 7-5067-1493-0

Ⅰ.高... Ⅱ.张... Ⅲ.高等数学-高等学校-教材 Ⅳ.013

中国版本图书馆 CIP 数据核字（95）第 19119 号

出版 中国医药科技出版社

地址 北京市海淀区文慧园北路甲 22 号

邮编 100088

电话 010-62244206

网址 www.cspyp.cn www.mpsky.com.cn

规格 787×1092mm 1/16

印张 23½

字数 557 千字

印数 77001—83000

版次 1996 年 6 月第 1 版

印次 2006 年 7 月第 12 次印刷

印刷 三河富华印刷包装有限公司

经销 全国各地新华书店

书号 ISBN 7-5067-1493-0/G·0099

**定价 35.00 元**

# 序　　言

我国药学高等专科教育历史悠久，建国后有了较大发展，但几十年来一直未能进行全国性的教材建设，在一定程度上影响了高等专科教育的质量和发展。改革开放以来，高等专科教育面临更大的发展，对教材的需求也更为迫切。

国家医药管理局科教司根据国家教委的(1991)25号文，负责组织、规划药学高等专科教材的编审出版工作。在国家教委的指导下，在对全国药学高等专科教育情况调查的基础上，药学高等专科教材建设委员会于1993年底正式成立，并立即制订了“八五”教材编审出版规划，在全国20多所医药院校的支持下，成立了各门教材的编审专家组(共51人)和编写组(共86人)，随即投入了紧张的编审、出版工作。经100多位专家组、编写组的教师和中国医药科技出版社的团结协作、共同努力，建国以来第一套高等专科教育药学类规划教材终于面世了。

这套教材是国家教委“八五”教材建设的一个组成部分，编写原则是紧扣高等专科教育的培养目标，适应高等专科教育改革与发展的要求，保证教材质量，反映高等专科教育的特色。同时，由于我们组织了全国设有药学高等专科教育的大多数院校和大批教师参加编审工作，既强调专家编写与审稿把关的作用，也注意发挥中、青年教师的积极性，使这套教材能在较短时间内以较高质量出版，适应了当前药学高等专科教育发展的需求。在编写过程中，也充分注意到目前高等专科教育中有全日制教育、函授教育、自学高考等多种办学形式，力求使这套教材能具有通用性，以适应不同办学形式的教学要求。

根据国务院对各部委的责职分工和国家教委文件要求，我们还将组织这套教材的修订、评优及配套教材(实验指导、习题集)的编写工作，竭诚欢迎广大读者对这套教材提出宝贵意见。

普通高等专科教育药学类
规划教材建设委员会
1995年11月

# 前　言

根据1994年7月国家医药管理局召开的“全国普通高等专科药学专业‘八五’规划教材工作会议”的精神，参考有关专业教学大纲和各校教学实践的经验，我们组织编写了本教材，供三年制药学专业和医药开放大学使用。

为体现专业特点，贯彻“少而精”和“以应用为目的，以必需、够用为度”的原则，本教材着重于以下几个方面的工作：

1. 本教材在保证思想性、科学性，加强启发性、适用性的前提下，注意阐明概念，掌握方法，结合专业实际，减少数理推证，注重学生基本运算能力和分析问题、解决问题以及自学能力的培养。

2. 本教材努力实现整体优化，根据课程的内在联系，在一元和多元函数的微分部分按函数、极限、连续、导数(偏导数)、微分(偏微分、全微分)、导数(偏导数)应用的顺序，在一元和多元函数的积分部分按不定积分、定积分及其应用和二重积分及其应用的顺序，组成了较完整的理论体系，并根据专业需要，介绍了常微分方程和拉普拉斯变换。本书重点讨论微分法和积分法及其应用，努力在字数的控制、内容的取舍、框架的编排、概念的阐述、方法的介绍、理论的应用、例题的引用、习题的排选等诸方面体现层次特点和专业特色。

3. 本教材所列习题包括基本概念、基本方法和基本应用等方面内容，力求全面培养学生的数学素质。书中穿插有阶段性自测题，书后附有初等数学公式，平面、空间常用图形，不定积分、拉普拉斯变换简表，二、三阶行列式的计算和习题答案，便于学生进行学习和自检。

参加本书编写的有：尹舲(第一章)、陈四平(第二、三章)、张德舜(第四、五章)、单华宁(第七章)和杨继泰(第八、九章)，第六章由中国人民解放军北京医学高等专科学校冯丹编写。全稿由北京医科大学石中陆研究员、沈阳药科大学赵立胜副教授和中国药科大学倪永兴副教授审定。本书的编写始终得到国家医药管理局、普通高等学校药学类专科教材建设委员会和各有关院校领导的关心和支持，在此一并表示衷心的感谢。

由于编写时间仓促，加之编者水平有限，书中缺点、漏误在所难免，敬请读者赐教指正。

编　者

1995年9月

# 目　录

# 第一章 函数与极限

函数是高等数学研究的主要对象,极限是微积分学的奠基性概念,连续、微分、积分等重要概念及运算都要建立在极限概念的基础之上。本章对中学时学习的函数知识做必要的复习和补充,并介绍极限和连续的概念及运算。

## 第一节 函 数

### 一、函数的概念

我们在观察和研究某一变化过程时,常会遇到两种不同的量:一种是该变化过程中保持数值不变的量,称为常量(constant quantity);另一种是在该变化过程中可以取不同数值的量,称为变量(variable)。例如,圆的半径 $R$ 变化时,圆的面积 $S$ 也随之改变,而面积与半径的平方之比 $\frac{S}{R^2}=\pi$ 是不变的。因此,$S$ 和 $R$ 是变量,而圆周率 $\pi$ 是常量。

通常,在同一变化过程中,出现的各个变量并不都是独立变化的,而是按照一定的规律相互制约的。例如,圆面积 $S$ 与圆半径 $R$ 间的关系为 $S=\pi R^2$, $S$ 是随 $R$ 的变化而变化的,当 $R$ 确定时,可通过 $S=\pi R^2$ 求出确定的对应值 $S$。分析这种变量间的对应关系,可抽象出所谓"函数"的概念。

**定义 1** 设在某一变化过程中有两个变量 $x$ 和 $y$,如果对于 $x$ 在某一范围 $D$ 内的每一个取值,变量 $y$ 按照一定的规律有确定值与之对应,那么称 $y$ 为 $x$ 的函数(function),记作 $y=f(x)$,其中 $x$ 称为自变量(independent variable),$y$ 称为因变量(dependent variable)。

因变量与自变量间的对应规律称为函数关系。自变量 $x$ 的取值范围 $D$ 称为函数的定义域(domain of definition)。当自变量 $x$ 在定义域内取某一定值 $x_0$ 时,函数 $f(x)$的对应值称为函数当 $x=x_0$ 时的函数值,记作 $f(x_0)$或$y|_{x=x_0}$,此时称 $f(x)$在 $x=x_0$ 有定义。所有函数值的集合称为函数的值域(range)。

函数关系除了用 $y=f(x)$表示外,还可以用别的字母来表示,如 $y=g(x)$, $y=\varphi(x)$ 等,也可用 $y=y(x)$表示。例如

$$y=\frac{x^2-3}{x+1}$$

或

$$f(x)=\frac{x^2-3}{x+1}$$

表示 $y$ 是 $x$ 的函数。

**例 1** 求函数 $f(x)=\dfrac{x^2-3}{x+1}$ 在 $x=2, x=a, x=\dfrac{1}{a}-1$ 处的函数值($a>0$ 为常数)。

**解** $f(x)$在 $x=2, x=a, x=\frac{1}{a}-1$ 处的函数值分别为

$$f(2)=\frac{2^2-3}{2+1}=\frac{1}{3}$$

$$f(a)=\frac{a^2-3}{a+1}$$

$$f\left(\frac{1}{a}-1\right)=\frac{\left(\frac{1}{a}-1\right)^2-3}{\frac{1}{a}-1+1}$$

$$=\frac{1}{a}-2-2a$$

函数的定义域是自变量的取值范围。如果函数是用没有指明范围的数学式子给出的，那么函数的定义域就是指使表达式有意义的一切自变量取值的集合，即所谓“自然定义域”。要使表达式有意义，一般主要应考虑以下三个方面：

(1) 当函数含有偶次根式时，根号内的式子必须大于或等于零；

(2) 当函数为分式时，分母不能等于零；

(3) 当函数含有对数式时，真数必须大于零，如果函数含有三角函数，反三角函数时，要根据函数的定义来决定其自变量的范围，例如 $y=\arcsin x$，要求$|x|\leqslant 1$。

在实际问题中，函数的定义域则要由问题的实际意义来决定。

**例 2** 求下列函数的定义域：

(1) $y=\sqrt{4-x^2}$；

(2) $y=\ln\frac{x-2}{1-x}$。

**解** (1) 只有根号内的式子 $4-x^2\geqslant 0$ 时函数才有意义，因此该函数的定义域为 $-2\leqslant x\leqslant 2$。

(2) 根据对数的定义，有$\frac{x-2}{1-x}>0$；又根据分式中分母不等于零的要求，$1-x\neq 0$。因此，求此函数的定义域，实际上是解不等式组

$$\begin{cases}1-x\neq 0\\ \frac{x-2}{1-x}>0\end{cases}$$

解之得 $1<x<2$，即 $y=\ln\frac{x-2}{1-x}$的定义域为 $1<x<2$。

**例 3** 已知自由落体运动规律为 $S=\frac{1}{2}gt^2$。假定物体经过时间 $T$ 后着地，求此函数的定义域。

**解** 由实际情况知，此函数的定义域为 $0\leqslant t\leqslant T$。

函数定义域在很多情况下可用区间来表示。表 1-1 为不等式与区间的对照列表，表中 $a,b$ 是确定的实数。

**表 1-1 不等式与区间对照表**

| 不等式 | 区间 |
|---|---|
| $a \leqslant x \leqslant b$ | 闭区间$[a,b]$ |
| $a < x < b$ | 开区间$(a,b)$ |
| $a \leqslant x < b$ | 半开区间$[a,b)$ |
| $a < x \leqslant b$ | 半开区间$(a,b]$ |
| $x < b$ | 无穷区间$(-\infty,b)$ |
| $x \leqslant b$ | 无穷区间$(-\infty,b]$ |
| $x > a$ | 无穷区间$(a,+\infty)$ |
| $x \geqslant a$ | 无穷区间$[a,+\infty)$ |
| 全体实数 | 无穷区间$(-\infty,+\infty)$ |

表 1-1 中的$+\infty$，$-\infty$分别读作“正无穷大”和“负无穷大”，它们不是数，仅仅是一种记号。

**例 4** 求下列函数的定义域，并用区间表示。

(1) $y=\dfrac{1}{3-x}\sqrt{x^2-1}$；

(2) $y=\sqrt{x^2-x-6}+\arcsin\dfrac{2x-1}{7}$。

**解** (1)要使 $y$ 有意义，必须有 $x^2-1 \geqslant 0$，且 $3-x \neq 0$，因此函数的定义域为$x \leqslant -1$，$1 \leqslant x < 3$，$x > 3$，用区间表示应为$(-\infty,-1] \cup [1,3) \cup (3,+\infty)$。

(2) 先由 $x^2-x-6=(x+2)(x-3) \geqslant 0$ 解出 $x \leqslant -2$，$x \geqslant 3$，再由 $-1 \leqslant \dfrac{2x-1}{7} \leqslant 1$ 解出 $-3 \leqslant x \leqslant 4$。因此，此函数的定义域用区间表示应为$[-3,-2] \cup [3,4]$。

此外，邻域也是以后常用的一个概念。我们把以 $a$ 为中心，长度为 $2\delta$ 的开区间$(a-\delta, a+\delta)$称为点 $a$ 的 $\delta$ 邻域，也可记为 $a-\delta < x < a+\delta$(或$|x-a| < \delta$)。

## 二、函数的表示法

根据上述函数的定义知，函数关系就是两个变量间的对应关系，这种对应关系可用不同的方法表示。

**例 5** 在药物动力学研究中，给健康人服用 Asp-AL 片后，测得血药浓度 $C$ 和时间 $t$ 的对应数据如下表：

| $t$(时间) | 0 | 1 | 2 | 2.5 | 3 | 4 | 6 | 12 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $C$(血药浓度) | 0 | 2.08 | 3.20 | 3.58 | 4.08 | 4.56 | 4.74 | 1.52 |

可见，给定一个服药后的时间 $t$，服药者血药浓度 $C$ 就有一个确定的值与之对应，因此 $C$ 是 $t$ 的函数。

**例 6** 从某蒸馏塔顶部的温度自动记录仪,获得某班工作时间(8 时到 16 时)内塔内温度的变化曲线如图 1-1 所示。

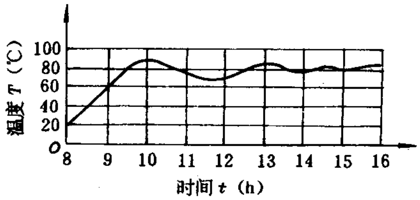


图 1-1

从曲线上可直观地看到 8 时到 16 时各时刻 $t$ 塔内温度 $T$ 的高低,它形象地表示了温度 $T$ 与时间 $t$ 的对应关系——温度 $T$ 是时间 $t$ 的函数。

**例 7** 若某种细菌的繁殖方式属简单的细胞分裂,即经过一个繁殖周期 $T_c$ 后由一个变成两个,两个变成四个,…,如果细菌生长环境是理想的,且开始时有 $N_0$ 个细菌,试写出经过一段时间 $t$ 后,细菌个数 $N$ 与 $t$ 的关系式。

**解** 由题意知,$N$ 与 $t$ 的关系可表示为

$$N = N_0 2^{\frac{t}{T_c}}$$

综上所述,函数关系主要有三种表示法:

1. *列表法* 用一个列有一系列自变量值与对应函数值的表格来表示函数关系的方法称为列表法,如例 5。列表法的特点是:可以避免烦琐的计算,而且可以表达用数学公式不便表达的函数,因此在医药科研中经常使用这种表示法。但是,它只能查出表上所列的函数值,不便作理论分析。

2. *图示法* 用坐标平面上的图形来表示函数关系的方法称为图示法,如例 6。图示法的特点是:直观性强,可以启迪思维,但不便作理论分析。

3. *解析法* 用包含自变量和函数的数学式子表示函数关系的方法称为解析法,如例 7。表示函数关系的数学式子称为解析表达式(或解析式)。解析法的特点是:便于理论分析和数值计算。今后我们在研究变量间的函数关系时,主要是用解析法。因此,找出函数的解析表达式是进一步研究和应用数量间关系的基础,也是将数学知识用于实践的第一步。

应当注意,两个用相同解析式表示的函数,如果定义域不同,就不能当成同一个函数。例如 $f(x)=\ln x^2$ 和 $g(x)=2\ln x$。$f(x)$与 $g(x)$的解析表达式相同,但是 $f(x)$的定义域为$(-\infty,0)\cup(0,+\infty)$,而 $g(x)$的定义域为$(0,+\infty)$,因此 $f(x)\neq g(x)$。

## 三、函数的几种特性

**1. 单值性与多值性**

对于自变量的每一个取值,函数 $y$ 有唯一的确定值与之对应,这样的函数称为单值函数,否则称为多值函数。

例如,$y=x^2$ 是单值函数,而函数 $y=\pm\sqrt{x}$是多值函数。

本教材如无特别说明,均研究单值函数。

**2. 单调性**

设函数 $y=f(x)$定义在区间$(a,b)$上,若对任意 $x_1,x_2\in(a,b)$,当 $x_1<x_2$ 时,总有 $f(x_1)<f(x_2)$成立,则称函数 $f(x)$在$(a,b)$内是单调增加的;同理,若总有 $f(x_1)>f(x_2)$,则称函数 $f(x)$在$(a,b)$内是单调减少的。

在整个区间上单调增加或单调减少的函数称为单调函数。如 $y=x^2$ 在$[0,+\infty)$内单调增加,在$(-\infty,0]$内单调减少。

3. 有界性

函数 $y=f(x)$对于某区间内的一切 $x$ 值,若存在一个正数 $M$,使$|f(x)|\leqslant M$ 成立,则称 $y=f(x)$在该区间内有界,否则称 $y=f(x)$在该区间内无界。

例如,$y=\dfrac{1}{x}$在(1,2)内有界,在(0,1)内无界。

4. 奇偶性

在 $y=f(x)$的定义域内,若有 $f(-x)=-f(x)$成立,则称此函数为奇函数;若有 $f(-x)=f(x)$成立,则称此函数为偶函数;既不是奇函数,也不是偶函数的函数,称为非奇非偶函数。

例如,$y=x^3$ 及 $y=\sin x$ 都是奇函数;$y=x^2$ 及 $y=\cos x$ 都是偶函数;而 $y=1+\sin x$ 是非奇非偶函数。

奇函数的图形关于原点对称;偶函数的图形关于 $y$ 轴对称。

5. 周期性

在 $y=f(x)$的定义域内,若存在正数 $T$,使 $y=f(x)$满足等式 $f(x+T)=f(x)$,则称 $y=f(x)$为周期函数。使上述关系成立的最小正数 $T$ 称为最小正周期,简称周期。

例如,$y=\sin x$ 是周期函数,其周期为 $2\pi$。$y=\mathrm{tg}x$ 是周期函数,其周期为 $\pi$。

## 四、分段函数与反函数

1. 分段函数

一个函数在不同的定义范围内用不同的解析表达式表示,这样的函数称为分段函数。

例如,设婴儿出生时的体重平均为 3000g,从出生起至 6 个月,每月长 600g,6 个月后至 12 个月,每月长 500g,则婴儿从出生至 1 岁其体重 $W$ 与月龄 $m$ 的关系为

$$W=\begin{cases}3000+600m, & 0\leqslant m\leqslant 6\\ 3600+500m, & 6<m\leqslant 12\end{cases}$$

图 1-2 就是这个函数的图像。

显然,分段函数的图像是由各段不同的图形组成的。分段函数求函数值时,要由自变量所在的范围,用相应的解析式去计算。

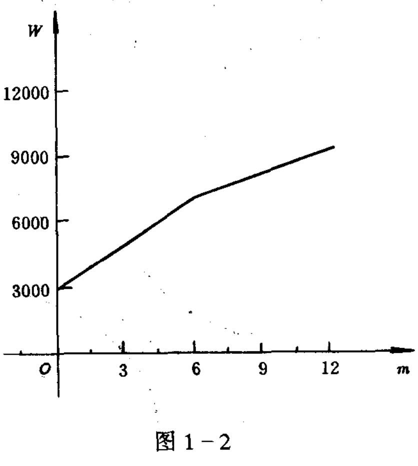


图 1-2

**例 8** 求函数

$$y=\begin{cases}x+\dfrac{1}{2}, & x\leqslant -1\\ \sqrt{1-x^2}, & -1<x\leqslant 1\\ 0, & x>1\end{cases}$$

在 $x=-2, x=\dfrac{1}{2}, x=1, x=\dfrac{3}{2}$处的函数值。

**解** $$y|_{x=-2}=-2+\frac{1}{2}=-\frac{3}{2}$$

$$y|_{x=\frac{1}{2}}=\sqrt{1-\left(\frac{1}{2}\right)^2}=\frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$y|_{x=1}=\sqrt{1-1^2}=0$$

$$y|_{x=\frac{3}{2}}=0$$

2. 反函数

如果已知 $y$ 是 $x$ 的函数，$y=f(x)$，则由它所确定的以 $y$ 为自变量，$x$ 为因变量的函数 $x=\varphi(y)$ 就是 $y=f(x)$ 的反函数，而 $y=f(x)$ 称为直接函数。

由于习惯上用字母 $x$ 表示自变量，用字母 $y$ 表示因变量，所以常把 $y=f(x)$ 的反函数 $x=\varphi(y)$ 写成 $y=\varphi(x)$，并用 $f^{-1}(x)$ 来表示（$y=\varphi(x)=f^{-1}(x)$），即 $y=f(x)$ 的反函数为 $y=f^{-1}(x)$。

**例 9** 求 $y=2x+3$ 的反函数。

**解** 由 $y=2x+3$ 解出 $x=\frac{y}{2}-\frac{3}{2}$，所以，$y=2x+3$ 的反函数为 $y=\frac{x}{2}-\frac{3}{2}$。

**例 10** 求 $y=x^2$ 的反函数。

**解** 由 $y=x^2$ 解出 $x=\pm\sqrt{y}$。$y=x^2$ 定义在 $(-\infty,0)$ 上时，其反函数为 $y=-\sqrt{x}$；$y=x^2$ 定义在 $(0,+\infty)$ 上时，其反函数为 $y=\sqrt{x}$。

在同一坐标系中，反函数 $y=f^{-1}(x)$ 与其直接函数 $y=f(x)$ 的图形是关于直线 $y=x$ 对称的（图 1－3）。所以，可以利用 $y=f(x)$ 图像的特点来讨论 $y=f^{-1}(x)$ 图像的特点。

例如，利用 $y=x^2$ 的图像作关于 $y=x$ 的对称图像，就可得到在相应区间上反函数 $y=\pm\sqrt{x}$ 的图像（图 1－4）。

## 五、基本初等函数的性质及图形

在中学已经学过幂函数、指数函数、对数函数、三角函数和反三角函数。这 5 种函数统称为基本初等函数（fundamental elementary function）。我们所接触的大多数函数都与这 5 个函数有关。表 1－2 给出了这 5 种基本初等函数的基本性质和图形。

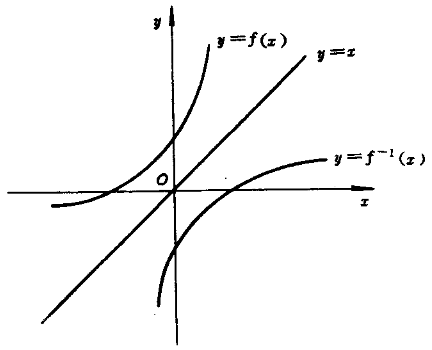



图 1－3

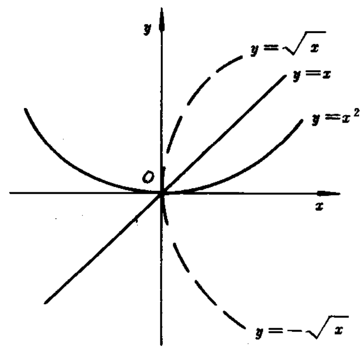
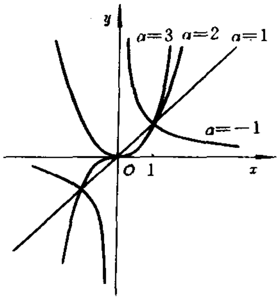
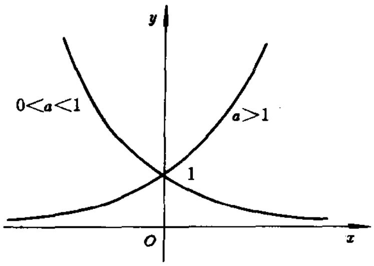
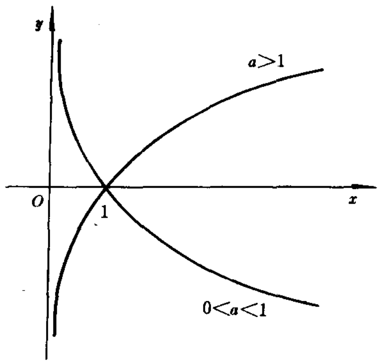
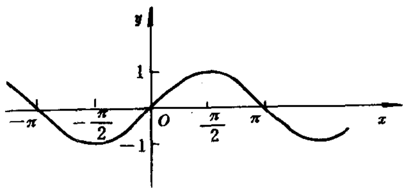
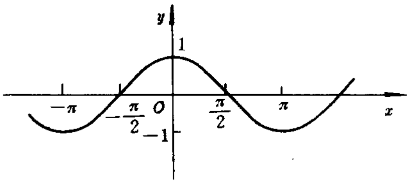
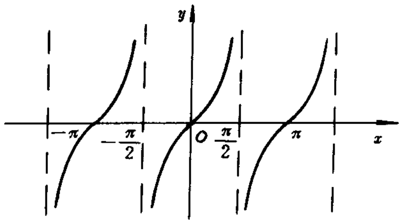
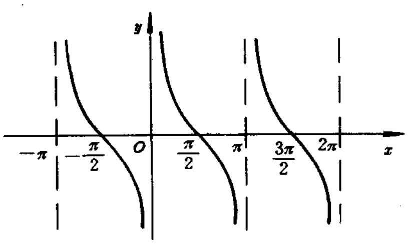
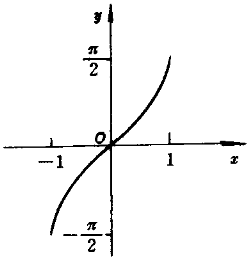
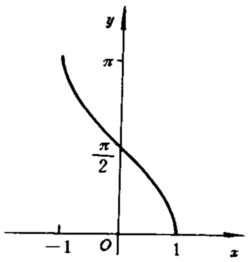



图 1－4

**表 1－2　基本初等函数图形及主要性质**

| 函数 | 图形 | 定义域 | 值域 | 主要性质 |
|---|---|---|---|---|
| 幂函数<br>$y=x^{\alpha}$<br>（$\alpha$ 为常数） |  | 因 $\alpha$ 而异<br>$(0,+\infty)$ 是共同的定义域 | 同 $\alpha$ 有关 $(0,+\infty)$ 是共同值域 | 若 $\alpha>0$，$x^{\alpha}$ 在 $[0,+\infty)$ 内单调增加；若 $\alpha<0$，$x^{\alpha}$ 在 $(0,+\infty)$ 内单调减少 |
| 指数函数<br>$y=a^{x}$（$a$ 是常数，$a>0$，$a\neq1$） |  | $(-\infty,+\infty)$ | $(0,+\infty)$ | $a^{0}=1$；若 $a>1$，$a^{x}$ 单调增加；若 $0<a<1$，$a^{x}$ 单调减少。直线 $y=0$ 为曲线的水平渐近线 |
| 对数函数<br>$y=\log_{a}x$<br>（$a$ 是常数，$a>0$，$a\neq1$） |  | $(0,+\infty)$ | $(-\infty,+\infty)$ | $\log_{a}1=0$；若 $a>1$，$\log_{a}x$ 单调增加；若 $0<a<1$，$\log_{a}x$ 单调减少。直线 $x=0$ 为曲线的铅直渐近线 |
| 正弦函数<br>$y=\sin x$ |  | $(-\infty,+\infty)$ | $[-1,1]$ | 以 $2\pi$ 为周期的周期函数。在 $\left[-\frac{\pi}{2}+2k\pi,\frac{\pi}{2}+2k\pi\right]$（$k\in$ Z）上单调增加；在 $\left[\frac{\pi}{2}+2k\pi,\frac{3\pi}{2}+2k\pi\right]$（$k\in$ Z）上单调减少；奇函数 |

续表

| 函数 | 图形 | 定义域 | 值域 | 主要性质 |
|---|---|---|---|---|
| 余弦函数<br>$y=\cos x$ |  | $(-\infty,+\infty)$ | $[-1,1]$ | 以 $2\pi$ 为周期的周期函数。在 $[(2k-1)\pi,2k\pi](k\in Z)$ 上单调增加；在 $[2k\pi,(2k+1)\pi](k\in Z)$ 上单调减少；偶函数 |
| 正切函数<br>$y=\mathrm{tg}x$ |  | $(2k-1)\frac{\pi}{2}$<br>$<x<$<br>$(2k+1)\frac{\pi}{2}$<br>$(k\in z)$ | $(-\infty,+\infty)$ | 以 $\pi$ 为周期的周期函数。在 $(-\frac{\pi}{2}+k\pi,\frac{\pi}{2}+k\pi)(k\in Z)$ 上单调增加，奇函数。直线 $x=(2k+1)\frac{\pi}{2}$ 为曲线的铅直渐近线 $(k\in Z)$ |
| 余切函数<br>$y=\cot x$ |  | $k\pi<x<$<br>$(k+1)\pi$<br>$(k\in z)$ | $(-\infty,+\infty)$ | 以 $\pi$ 为周期的周期函数。在 $(k\pi,(k+1)\pi)(k\in Z)$ 内单调减少，奇函数。直线 $x=k\pi$ 为曲线的铅直渐近线 $(k\in Z)$ |
| 反正弦函数<br>$y=\arcsin x$ |  | $[-1,1]$ | $[-\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{2}]$ | 单调增加，奇函数 |
| 反余弦函数<br>$y=\arccos x$ |  | $[-1,1]$ | $[0,\pi]$ | 单调减少 |