

俄罗斯数学  
教材选译

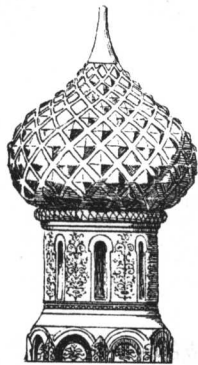
# 数学分析

(第一卷)(第4版)

- B. A. 卓里奇 著
- 蒋铎 王昆扬 周美珂 邝荣雨 译
- 周美珂 校



高等教育出版社  
Higher Education Press



俄罗斯数学  
教材选译

● 数学天元基金资助项目

# 数学分析

(第一卷)(第4版)

- B. A. 卓里奇 著
- 蒋铎 王昆扬 周美珂 邝荣雨 译
- 周美珂 校



高等教育出版社  
Higher Education Press

图字: 01-2006-2805 号

В. А. Зорич, Математический анализ, Часть I.

Четвертое издание, исправленное.

МЦНМО. Москва, 2002.

Originally published in Russian under the title

Mathematical Analysis by V. A. Zorich

(Part I, 4th corrected edition, Moscow 2002)

MCCME (Moscow Center for Continuous Mathematical Education Publ.)

Copyright © 2002 by V. A. Zorich

All Rights Reserved

### 图书在版编目 (CIP) 数据

数学分析. 第 1 卷: 第 4 版 / (俄罗斯) 卓里奇著; 蒋  
铎等译. —2 版. —北京: 高等教育出版社, 2006.6

ISBN 7-04-018302-1

I. 数... II. ①卓...②蒋... III. 数学分析 - 高等  
学校 - 教材 IV. 017

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2006) 第 052206 号

策划编辑 张小萍 责任编辑 赵天夫 封面设计 王凌波  
责任印制 陈伟光

---

出版发行	高等教育出版社	购书热线	010-58581118
社 址	北京市西城区德外大街 4 号	免费咨询	800-810-0598
邮政编码	100011	网 址	<a href="http://www.hep.edu.cn">http://www.hep.edu.cn</a>
总 机	010-58581000		<a href="http://www.hep.com.cn">http://www.hep.com.cn</a>
		网上订购	<a href="http://www.landaco.com">http://www.landaco.com</a>
经 销	蓝色畅想图书发行有限公司		<a href="http://www.landaco.com.cn">http://www.landaco.com.cn</a>
印 刷	涿州市星河印刷有限公司	畅想教育	<a href="http://www.widedu.com">http://www.widedu.com</a>
		版 次	1987 年 9 月第 1 版
开 本	787 × 1092 1/16		2006 年 6 月第 2 版
印 张	33.25	印 次	2006 年 6 月第 1 次印刷
字 数	600 000	定 价	59.00 元

---

本书如有缺页、倒页、脱页等质量问题, 请到所购图书销售部门联系调换。

版权所有 侵权必究

物料号 18302-00

## 内容提要

本书是作者在莫斯科大学力学 - 数学系讲授多遍数学分析的基础上写成的. 本书自 1981 年第 1 版出版以来, 至今已经修订为第 4 版. 在内容方面, 作者力图使与其平行的以及后继的分析、代数和几何方面的现代数学课程之间联系更加紧密, 把重点移到一般数学中最有本质意义的那些概念和方法上, 并改进语言的叙述, 使之与现代数学科学文献的语言适当接近; 另一方面, 在保持数学一般理论叙述严谨性的同时, 对反映其自然科学源泉和应用的要求也有充分体现.

全书共二卷, 第一卷的内容包括: 集合、逻辑符号的运用、实数理论、极限和连续性、一元函数的微分学、积分、多变量函数和它的极限与连续、多变量函数微分学.

本书观点较高, 内容丰富且比较新颖, 习题选取不落俗套, 与基本课本相互配合并作其理论部分的补充. 本书可供综合大学和师范大学数学、物理、力学及相关专业的教师和学生参考使用, 工科大学应用数学系也可当作教材或主要参考书.

# 《俄罗斯数学教材选译》序

---

从上世纪 50 年代初起,在当时全面学习苏联的大背景下,国内的高等学校大量采用了翻译过来的苏联数学教材.这些教材体系严密,论证严谨,有效地帮助了青年学子打好扎实的数学基础,培养了一大批优秀的数学人才.到了 60 年代,国内开始编纂出版的大学数学教材逐步代替了原先采用的苏联教材,但还在很大程度上保留着苏联教材的影响,同时,一些苏联教材仍被广大教师和学生作为主要参考书或课外读物继续发挥着作用.客观地说,从解放初一直到文化大革命前夕,苏联数学教材在培养我国高级专门人才中发挥了重要的作用,起了不可忽略的影响,是功不可没的.

改革开放以来,通过接触并引进在体系及风格上各有特色的欧美数学教材,大家眼界为之一新,并得到了很大的启发和教益.但在很长一段时间中,尽管苏联的数学教学也在进行积极的探索与改革,引进却基本中断,更没有及时地进行跟踪,能看懂俄文数学教材原著的人也越来越少,事实上已造成了很大的隔膜,不能不说是一个很大的缺憾.

事情终于出现了一个转折的契机.今年初,在由中国数学会、中国工业与应用数学学会及国家自然科学基金委员会数学天元基金联合组织的迎春茶话会上,有数学家提出,莫斯科大学为庆祝成立 250 周年计划推出一批优秀教材,建议将其中的一些数学教材组织翻译出版.这一建议在会上得到广泛支持,并得到高等教育出版社的高度重视.会后高等教育出版社和数学天元基金一起邀请熟悉俄罗斯数学教材情况的专家座谈讨论,大家一致认为:在当前着力引进俄罗斯的数学教材,有助于扩大视野,开拓思路,对提高数学教学质量、促进数学教材改革均十分必要.《俄罗斯数学教材选译》系列正是在这样的情况下,经数学天元基金资助,由高等教育出版社组织出版的.

经过认真选题并精心翻译校订,本系列中所列入的教材,以莫斯科大学的教材为主,也包括俄罗斯其他一些著名大学的教材.有大学基础课程的教材,也有适合大学高年级学生及研究生使用的教学用书.有些教材虽曾翻译出版,但经多次修订重版,面目已有较大变化,至今仍广泛采用、深受欢迎,反射出俄罗斯在出版经典教材方面所作的不懈努力,对我们也是一个有益的借鉴.这一教材系列的出版,将中俄数学教学之间中断多年的链条重新连接起来,对推动我国数学课程设置和教学内容的改革,对提高数学素养、培养更多优秀的数学人才,可望发挥积极的作用,并起着深远的影响,无疑值得庆贺,特为之序.

李大潜

2005年10月

## 第 4 版和第 3 版序言

---

从第 3 版出版至今, 这段时间很短, 来不及充分地向读者征求到很多新的意见. 尽管如此, 在第 4 版中还是改正了一些错误, 并对课文作了局部的修改.

B. A. 卓里奇  
2002 年于莫斯科

这次本书第一卷的出版, 是继同一出版社早些时候出版的比较畅销的第二卷后的再版. 为了保持形式的统一性和继承性, 课本采用了与第二卷一样的装帧. 插图都重新画过, 改正了明显的印刷错误, 补充了一些习题, 扩充了辅助文献目录. 在下边第 1 版序言中全面介绍了本书的内容和整个教程的一些特点.

B. A. 卓里奇  
2001 年于莫斯科

## 第 2 版序言

---

在本书的第 2 版中, 尽量纠正了第 1 版的印刷错误<sup>①</sup>, 同时有个别的叙述也作了改动 (主要是个别定理证明的变化) 并补充了一些新习题 (通常, 没有在形式上特别地加以标注). 在本分析教程第 1 版序言中已经介绍过它的一般特点, 指出了教材编撰的基本原则和方针. 这里, 我想就在教学过程中如何使用本书提出几点实际的意见.

任何一本教材通常都是学生用, 教师也用, 各有自己的目的. 开始, 他们都希望有一本书, 其中, 除了按规定必需的最低限度的定理, 还有形式尽可能多样的, 内容丰富的定理应用举例、说明、历史和科学评注; 它能展示相互联系、指明发展前景. 但是到了准备考试的时候, 学生们就希望知道哪些是考试时要弄清楚的. 教师也一样, 备课的时候, 挑选的只是那些在给定学时内能够讲且应该讲的内容.

在这方面应当注意, 教科书的课文当然要比编写教科书所依据的纲要宽泛得多. 差别在哪里呢? 第一, 对讲课纲要, 实际上, 要补充一个完整的习题集, 它的组成主要的还不是练习题, 而是内容丰富的自然科学问题或与相应章节中的理论有关的纯数学问题, 有时就是它们的推广. 第二, 在书中当然要比在课堂上分析更多的用以展示定理的作用的例子. 第三, 有一些章节和段落是有意作为传统内容的补充而写的, 这在第 1 版序言的《关于导言》和《关于辅助材料》中已经说过.

我还要提醒, 在第 1 版序言中, 我对学生和年轻教师都提出过警告, 不要花太多时间去研读绪论性的有关形式化基础的头两章. 否则, 将大大拖延对分析本身的学习, 并且会严重干扰学习的重点.

---

<sup>①</sup>明明白白呈现出来的将不是已经改正、从而未被保存下来的第 1 版的印刷错误, 而是一堆新的印刷错误, 对此大可不必伤心. 根据欧拉的看法, 数学读物就是这样变得有光彩的.



我在书末写了近年来分析课头两学期用的一些涉及第一卷的口试题和考试大纲, 一是为了展示一下, 在绪论性的有关形式化的两章中, 哪些内容可以纳入课堂教学, 也为了集中地叙述一个完整的课堂教学提纲, 并指出这个提纲因听众水平不同而可能有一些变化.

当然, 关于考试题, 它的叙述顺序的安排, 基本概念和方法在其中的发展程度, 以及往教科书第二卷内容引伸的时机, 也就是第一卷中研究的问题已经在更一般形式下为学生所领会的时机, 一个职业教师, 当然都是能看得出来的<sup>①</sup>.

最后, 我要向那些对本书第 1 版提出了批评和建设性意见的, 我认识的和不认识的同事和大学生们表示感谢. 使我感到特别有趣和有益的是 A. H. Колмогоров 和 В. И. Арнольд 的书评, 它们的篇幅、形式和风格虽有不同, 但在专业方面却有那么多令人鼓舞的共同点.

B. A. 卓里奇  
1997 年于莫斯科

<sup>①</sup>与讲义相应的部分笔记已经发表, 而且我还正式给出了根据讲义出版的小册子的摘要. 虽然我知道它们已经很难弄到了 (我曾在莫斯科独立大学 (МХУ) 的数学学院和莫斯科大学 (МГУ) 的力学—数学系讲过这个课, 出版了份数有限的讲义).

# 第 1 版序言摘录

---

牛顿和莱布尼茨在三百年前建立了微积分学基础,这在今天看来,仍然是科学史,特别是数学史上最伟大的事件.

当今,(广义的)数学分析和代数交织在一起,构成了一个巨大的根系,支撑着有众多分支的现代数学,并通过它与非数学领域保持了基本的、生气勃勃的联系.正是这个原因,分析基础甚至成了所谓高等数学中主要内容的必要组成部分.或许由于同样的原因,出现了大量的、以不同类型读者为对象的、关于分析基础的著作.

这套书首先是为那样一些大学数学系学生而写的,他们既希望(如同必须达到的那样)掌握基本定理在逻辑上完全合格的证明,同时也对这些定理在非数学领域中的应用很感兴趣.

这套书的与上述情况相关的特点基本上可归结如下:

**叙述的特点.**在每个大的论题范围内,叙述通常采用归纳方法.有时,从问题的提出,对求解方法的启发性思考,直到基本概念和将问题形式化,都采用归纳方法.

开始阶段的叙述比较详细,越往后就越简单扼要.

重点放在光滑分析的有效方法上.在讲述定理时,我(按自己的理解)力图提炼出那些最本质的方法和事实,避免因追求对定理作一些不重要的推广而大大增加定理证明的复杂性.

只要对揭示事物的本质有好处,我都会采用几何的叙述方法.

在基本课文中有相当多的例题,几乎在每一节末尾都给出一组习题.我希望它们真正成为基本课文理论部分的补充.遵循 Pólya 和 Szegő 多年的经验,我常常把数学上很优美,或在应用中很重要的结果编制成适合学生的成套习题.

**材料的安排.**一方面受到 Bourbaki 数学建构形式的影响,同时也与分析学在统

—数学教育中,确切地说,是在自然数学教育中所处的地位有关。

内容方面,全书分成 I 和 II 两卷出版。

第一卷包括一元函数微分学、积分学和多元函数微分学。

在微分学中,特别注意在变量变化特征的局部描述中,微分作为线性尺度的作用。除利用微分学研究函数关系的许多例子(单调性、极值)而外,还通过最简单的微分方程展示分析语言的作用。这些微分方程是一些具体现象的数学模型和与之有关的内容极其丰富的问题。

研究了那样一些问题(例如,变质量物体的运动、核反应堆、大气压力、在有阻力介质中的运动),它们的解归结到一些重要初等函数。全面地使用了复数语言,特别地,导出了欧拉公式,并证明了基本初等函数的统一性。

我们特意把积分学限制在黎曼积分范围内用尽量直观的材料叙述。应用中,在多数情况下,这是完全足够的<sup>①</sup>。在指出的各种积分应用中,包括了归结为反常积分(例如,引力场逃逸功和第二宇宙速度)或椭圆函数(重力场中存在约束的运动,摆)的那些积分应用。

多变量函数微分学是相当几何化的。譬如,研究了隐函数定理的那样一些重要和有益的推论,如曲线坐标,局部地将光滑映射和光滑函数化成典则形式(秩定理和 Morse 引理),以及条件极值等。

与连续函数和微分学的理论有关的结果集中在两章中,以一般的不变形式讲述,它们自然联系到多元实值函数微分学,这两章放在第 II 卷开头。此外,在第 II 卷中还有多元函数积分学,直到获得一般的 Newton-Leibniz-Stokes 公式。这样一来,第 II 卷就有了一定的完整性。

我们把第 II 卷的全面介绍放在它的前言中,这里只补充一点,除已列举的材料外,它还包括函数项级数(其中包括幂级数和 Fourier 级数)理论,含参变量积分的理论(包括基本解,卷积和 Fourier 变换),以及渐近展开理论(通常很少有教材介绍这些知识)。

现在谈谈某些局部性问题。

关于导言,我没有写这门课程的概况介绍,因为多数新入学的大学生在中学已经学过微积分学初步以及它们的应用,他们未必愿意再读一个开场白。代替开场白,我在头两章力图使昔日中学生关于集合和函数的概念、对逻辑符号运用的能力以及对实数理论的了解,在数学上达到一定的完善程度。

这些内容涉及的是分析的形式化基础,从而,它首先是为那些想透彻掌握经典分析基本概念和基本原理的逻辑结构的学生而写的。数学分析本身的内容则是从第三章开始。因此,那些希望尽快掌握有效方法及其应用的读者,在读第一遍时,通常也可以先跳过第一、二章。如果有什么地方觉得不清楚,产生了问题,同时又想把它

<sup>①</sup>众所周知,更“强”的积分要求对抽象集合论作更精细的研究,但它补充不了多少有效的分析工具,而正是这些分析工具才是首先应当掌握的。

搞明白的话,再去翻阅它们.我也注意到了这些地方,并在头两章中预先给出了答案.

**标题的安排.**两本书的内容分成了许多章,都编了号.节是在其所在章的范围内编号,而一节中的段是在这一节范围内编号.为了在逻辑上更加确切,查找更加方便,所有定理、断言、引理、定义和例子都特别地加以标记,且在一节范围内编了号.

**关于辅助材料.**书中有几章是作为经典分析的自然延伸而写的.这一方面有已经提到的第一、二两章,它们是形式化数学的基础,另一方面,第 II 卷的第九、十、十五章给出了现代观点下的连续性、微分学和积分学的理论,还有第十九章,是一些有效的分析渐近方法.

问题在于究竟这些章中的哪些内容可以放到课程中去,这要看听众的水平如何,而且要由讲课教师决定,但是,这里引进的某些基本概念通常会出现在为数学系学生开设的任何课程中.

最后,我愿对那些在业务上给予我友好帮助的人表示感谢,这些帮助对我写作本书的工作是非常珍贵和有益的.

这套教程是相当细致的,在许多方面与一些后继的现代大学数学课程相呼应,如微分方程,微分几何,复变函数论,泛函分析.在这些方面,我与 В. И. Арнольд,特别是与 С. М. Новиков 在数学研究所试验组共同工作期间的接触和讨论,对我是极其有益的.

我得到了莫斯科大学力学数学系数学分析教研室主任 Н. Б. Ефимов 的许多建议.

我还感谢我同系和同教研室的同事们,他们给我的讲义的胶印版提出了许多意见.

在本书写作过程中,我的学生把他们记的我最后一段讲课的笔记借给我使用.为此我向笔记的主人们表示感谢.

我深深感谢职业评论家 А. Д. Кудрявцев, В. П. Пемреко, С. Б. Стечкин 的建设性意见,其主要部分在提供给读者的课本中都作了考虑.

В. А. 卓里奇  
1980 年于莫斯科

# 俄罗斯数学教材选译

• 数学天元基金资助项目。

书名	作者
* 数学分析(第一卷)(第4版)	B. A. 卓里奇
数学分析(第二卷)(第4版)	B. A. 卓里奇
* 微积分学教程(第一卷)(第8版)	Г. М. 菲赫金哥尔茨
* 微积分学教程(第二卷)(第8版)	Г. М. 菲赫金哥尔茨
* 微积分学教程(第三卷)(第8版)	Г. М. 菲赫金哥尔茨
* 数学分析讲义(第3版)	Г. И. 阿黑波夫, B. A. 萨多夫尼奇, B. H. 丘巴里阔夫
代数学引论 I: 基础代数	A. И. 柯斯特利金
代数学引论 II: 线性代数	A. И. 柯斯特利金
代数学引论 III: 代数结构基础	A. И. 柯斯特利金
* 微分几何与拓朴学简明教程	A. С. 米先柯, A. T. 福明柯
现代几何学: 方法与应用 (I) 几何曲面、变换群与场	B. A. 杜布洛文, C. П. 诺维可夫, A. T. 福明柯
现代几何学: 方法与应用 (II) 流形上的几何与拓朴	B. A. 杜布洛文, C. П. 诺维可夫, A. T. 福明柯
现代几何学: 方法与应用 (III) 同调论引论	B. A. 杜布洛文, C. П. 诺维可夫, A. T. 福明柯
* 函数论与泛函分析初步(第7版)	A. H. 柯尔莫戈洛夫, C. B. 佛明
* 复变函数论方法(第6版)	M. A. 拉夫连季耶夫, B. B. 沙巴特
* 常微分方程(第6版)	Л. С. 庞特里亚金
随机过程论	A. B. 布林斯基, A. H. 施利亚耶夫
* 经典力学中的数学方法(第4版)	B. И. 阿诺尔德
* 理论力学(第3版)	A. П. 马尔契夫
连续介质力学 (I)	Л. И. 谢多夫
连续介质力学 (II)	Л. И. 谢多夫

说明: 加 \* 者已出版.

## 订购办法:

各使用单位可向高等教育出版社读者服务部汇款订购. 书款通过邮局汇款或银行转帐均可. 购书免邮费, 发票随后寄出.

## 通过邮局汇款:

北京西城区德外大街4号高教读者服务部  
邮政编码: 100011

## 通过银行转帐:

单位名称: 北京高教沙滩读者服务部  
开户行: 北京银行德外支行  
银行帐号: 700120102030302  
单位地址: 北京西城区德外大街4号  
电 话: 010-58581118, 010-58581117,  
010-58581116, 010-58581115, 010-58581114  
传 真: 010-58581113

## 郑重声明

高等教育出版社依法对本书享有专有出版权。任何未经许可的复制、销售行为均违反《中华人民共和国著作权法》，其行为人将承担相应的民事责任和行政责任，构成犯罪的，将被依法追究刑事责任。为了维护市场秩序，保护读者的合法权益，避免读者误用盗版书造成不良后果，我社将配合行政执法部门和司法机关对违法犯罪的单位和个人给予严厉打击。社会各界人士如发现上述侵权行为，希望及时举报，本社将奖励举报有功人员。

反盗版举报电话：(010) 58581897/58581896/58581879

传 真：(010) 82086060

E - mail: dd@hep.com.cn

通信地址：北京市西城区德外大街4号

高等教育出版社打击盗版办公室

邮 编：100011

购书请拨打电话：(010)58581118

# 目 录

---

## 《俄罗斯数学教材选译》序

### 第 4 版和第 3 版序言

### 第 2 版序言

### 第 1 版序言摘录

第一章 一些通用的数学概念与记号 . . . . .	1
§1. 逻辑符号 . . . . .	1
1. 关系与括号 (1) 2. 关于证明的注记 (2) 3. 某些专门记号 (3) 4. 最后的注记 (3) 练习 (3)	
§2. 集与集的初等运算 . . . . .	4
1. 集合的概念 (4) 2. 包含关系 (5) 3. 最简单的集合运算 (7) 练习 (9)	
§3. 函数 . . . . .	10
1. 函数 (映射) 的概念 (10) 2. 映射的简单分类 (13) 3. 函数的复合与互逆映射 (14) 4. 作为关系的函数. 函数的图像 (16) 练习 (19)	
§4. 某些补充 . . . . .	21
1. 集的势 (基数) (21) 2. 公理化集合论 (23) 3. 关于数学命题的逻辑结构及其用集合论语言的写法的注记 (24) 练习 (26)	

<b>第二章 实数</b> .....	<b>29</b>
§1. 实数集的公理系统及它的某些一般性质 .....	29
1. 实数集的定义 (29) 2. 实数的某些一般的代数性质 (32) 3. 完备公理与数集的上(下)确界的存在性 (36)	
§2. 最重要的实数类及实数计算方面的一些问题 .....	38
1. 自然数与数学归纳原理 (38) 2. 有理数与无理数 (40) 3. 阿基米德原理 (43)	
4. 实数集的几何解释与实数计算方面的一些问题 (44) 练习 (54)	
§3. 与实数集的完备性有关的基本引理 .....	58
1. 闭区间套引理(柯西-康托尔原理) (58) 2. 有限覆盖引理(博雷尔-勒贝格原理) (59) 3. 极限点引理(波尔察诺-魏尔斯特拉斯原理) (60) 练习 (60)	
§4. 可数集与不可数集 .....	61
1. 可数集 (61) 2. 连续统的势 (63) 练习 (63)	
<b>第三章 极限</b> .....	<b>66</b>
§1. 序列的极限 .....	66
1. 定义和例子 (66) 2. 数列极限的性质 (68) 3. 数列极限的存在问题 (72) 4. 级数的初步知识 (81) 练习 (90)	
§2. 函数的极限 .....	93
1. 定义和例子 (93) 2. 函数极限的性质 (97) 3. 函数极限的一般定义(对基的极限) (112) 4. 函数极限的存在问题 (115) 练习 (130)	
<b>第四章 连续函数</b> .....	<b>133</b>
§1. 基本定义和例子 .....	133
1. 函数在一点处的连续性 (133) 2. 间断点 (137)	
§2. 连续函数的性质 .....	140
1. 局部性质 (140) 2. 连续函数的整体性质 (141) 练习 (149)	
<b>第五章 微分学</b> .....	<b>154</b>
§1. 可微函数 .....	154
1. 问题和引言 (154) 2. 在一点处可微的函数 (158) 3. 切线; 导数和微分的几何意义 (161) 4. 坐标系的作用 (163) 5. 一些例子 (165) 练习 (170)	
§2. 微分的基本法则 .....	171
1. 微分法和算术运算 (171) 2. 复合函数的微分法 (175) 3. 反函数的微分法 (178)	
4. 基本初等函数的导数表 (182) 5. 最简单的隐函数的微分法 (183) 6. 高阶导数 (187) 练习 (190)	



§3. 微分学的基本定理 . . . . .	191
1. 费马引理和罗尔定理 (191) 2. 拉格朗日和柯西的有限增量定理 (193) 3. 泰勒公式 (196) 练习 (208)	
§4. 用微分学的方法研究函数 . . . . .	212
1. 函数单调的条件(参看函数单调性检验法) (212) 2. 函数的内极值点条件 (213)	
3. 函数凸的条件 (218) 4. 洛必达法则 (225) 5. 作函数的图像 (226) 练习 (235)	
§5. 复数 初等函数彼此间的联系 . . . . .	238
1. 复数 (238) 2. $\mathbb{C}$ 中的收敛及复数项级数 (241) 3. 欧拉公式以及初等函数彼此间的联系 (245) 4. 函数的幂级数表示, 解析性 (248) 5. 复数域 $\mathbb{C}$ 的代数封闭性 (253) 练习 (259)	
§6. 自然科学中应用微分学的一些例子 . . . . .	260
1. 齐奥尔柯夫斯基公式 (260) 2. 气压公式 (262) 3. 放射衰变、连锁反应及原子反应堆 (264) 4. 空气中的落体 (266) 5. 再谈数 $e$ 及指数函数 $\exp x$ (267) 6. 振动 (270) 练习 (273)	
§7. 原函数 . . . . .	276
1. 原函数和不定积分 (276) 2. 求原函数的基本的一般方法 (278) 3. 有理函数的原函数 (284) 4. $\int R(\cos x, \sin x)dx$ 型的原函数 (287) 5. $\int R(x, y(x))dx$ 型的原函数 (289) 练习 (292)	
<b>第六章 积分 . . . . .</b>	<b>298</b>
§1. 积分定义和可积函数集的描述 . . . . .	298
1. 问题和启发性想法 (298) 2. 黎曼积分的定义 (299) 3. 可积函数集 (301) 练习 (312)	
§2. 积分的线性性、可加性和单调性 . . . . .	314
1. 作为空间 $\mathcal{R}[a, b]$ 上的线性函数的积分 (314) 2. 作为积分区间的可加函数的积分 (314) 3. 积分的估计, 积分的单调性和中值定理 (316) 练习 (323)	
§3. 积分和导数 . . . . .	324
1. 积分和原函数 (324) 2. 牛顿-莱布尼茨公式 (326) 3. 定积分的分部积分法和泰勒公式 (326) 4. 定积分中的变量替换 (328) 5. 一些例子 (330) 练习 (334)	
§4. 积分的一些应用 . . . . .	336
1. 定向区间的可加函数和积分 (336) 2. 道路的长度 (338) 3. 曲边梯形的面积 (343) 4. 旋转体的体积 (344) 5. 功与能 (345) 练习 (350)	
§5. 反常积分 . . . . .	351
1. 反常积分的定义、例题和基本性质 (351) 2. 反常积分收敛性的研究 (355) 3. 具有几个奇异点的反常积分 (360) 练习 (362)	