



· 各个击破 ·

名师视点

M INGSHI SHIDIAN

初中数学

· 函 数 ·

晁振英 主编

双色 亮丽版



东北师范大学出版社



名师视点 各个击破

名师视点

M

INGSHI SHIDIAN

初中数学

· 函 数 ·

景振英 主编



东北师范大学出版社·长春

图书在版编目 (CIP) 数据

名师视点. 初中数学. 函数/晁振英主编. —长春: 东北师范大学出版社, 2002. 6

ISBN 7-5602-2994-8

I. 名... II. 晁... III. 数学课—初中—数学参考资料 IV. G634

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2002) 第 025826 号

MINGSHI SHIDIAN

- ☐ 出版人: 贾国祥 ☐ 策划创意: 一编室
☐ 责任编辑: 才广林 ☐ 责任校对: 张志荣
☐ 封面设计: 李冰彬 ☐ 责任印制: 张文霞

东北师范大学出版社出版发行

长春市人民大街138号 邮政编码: 130024

电话: 0431—5695744 5688470 传真: 0431—5695734

网址: WWW.NNUP.COM 电子邮件: SDCBS@MAIL.JL.CN

东北师范大学出版社激光照排中心制版

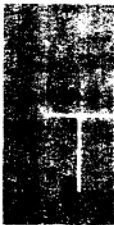
黑龙江新华印刷二厂印刷

2002年6月第1版 2002年6月第1次印刷

开本: 890mm×1240mm 1/32 印张: 7 字数: 218千

印数: 00 001 — 50 000 册

定价: 8.50元



出版者的话

《名师视点》丛书的创意始于教材改革的进行，教材的不稳定使教辅图书市场一度处于混乱状态，新旧图书杂糅，读者即使有一双火眼金睛，也难辨真伪。但无论各版别的教材如何更新、变革，万变不离其宗的是，删改陈旧与缺乏新意的内容，增加信息含量，增强人文意识，创新精神，增添科技内涵，活跃思维，培养学生的创新、理解、综合分析及独立解决问题等诸多能力，而这些目标的实现均是以众多不断调整的知识版块、考查要点串连在一起的，不管教材如何更改，无论教改的步子迈得多大，这些以丰富学生头脑，开拓学生视野，提高其综合素养为宗旨的知识链条始终紧密地联系在一起，不曾有丝毫的断裂，而我们则充分关注形成这一链条的每一环节，这也是“视点”之所在。

《名师视点》丛书的出版正是基于此种理念，涵盖初高中两个重点学习阶段，以语文、英语、数学、物理、化学五个学科为线索，以各科可资选取的知识版块作为专题视点，精讲，精解，精练。该丛书主要具有以下特点：

一、以专题为编写线索

语文、英语、数学、物理、化学五主科依据初高中各年级段整体内容及各学科的自身特点，科学、系统地加以归纳、分类及整理，选取各科具有代表性的知识专题独立编写成册，并以透彻的讲解，精辟的分析，科学的练习，准确的答案为编写思路，再度与一线名师携手合作，以名师的教学经验为图书的精髓，以专题为视点，抓住学科重点、知识要点，缓解学生过重的学习负担。

二、针对性、渗透性强

“专题”，即专门研究和讨论的题目，这就使其针对性较明显。其中语文、英语两科依据学科试题特点分类，数学、物理、化学各科则以知识块为分类依据，各科分别撷取可供分析讨论的不同版块，紧抓重点难点，参照国家课程标

准及考试说明，于潜移默化中渗透知识技能，以达“润物细无声”之功效。

三、双色印刷，重点鲜明

《名师视点》丛书采用双色印刷，不仅突破以往教辅图书单调刻板的局限，而且对重点提示及需要引起学生注意的文字用色彩加以突出，使其更加鲜明、醒目。这样，学生在使用时既可以方便地找到知识重点，又具有活泼感，增添阅读兴趣。

四、适用区域广泛

《名师视点》丛书采用“专题”这一编写模式，以人教版教材为主，兼顾国内沪版、苏版等地教材，汲取多种版本教材的精华，选取专题，使得该套书在使用上适用于全国的不同区域，不受教材版本的限制。

作为出版者，我们力求以由浅入深、切中肯綮的讲解过程，化解一些枯燥的课堂教学，以重点、典型的例题使学生从盲目的训练中得以解脱，以实用、适量的练习减少学生课下如小山般的试卷。

我们的努力是真诚的，我们的探索是不间断的，成功并不属于某一个人，它需要我们的共同努力，需要我们携手前行。

东北师范大学出版社
第一编辑室

MINGSHI SHIDIAN

目录

名
师
视
点

第一章 直角坐标系与函数	1
第一节 平面直角坐标系	1
第二节 函 数	10
第二章 一次函数	21
第一节 一次函数的图像和性质	21
第二节 一次函数的实际应用	52
第三章 反比例函数	72
第四章 二次函数	98
第一节 二次函数的图像和性质	98
第二节 二次函数的实际应用	132
第五章 函数知识的综合运用	153



第一章

直角坐标系与函数

第一节 平面直角坐标系

知识技能



1 平面直角坐标系

平面直角坐标系是由两个互相垂直的有公共原点的数轴组成的。一般地,水平的数轴正方向为右方,竖直的数轴正方向为上方。两数轴都有规定的单位长度,多数情况下,两数轴上的单位长度是相等的,但也有两数轴单位长度不等的情况,这是允许的。所谓平面直角坐标系,不但是指两条互相垂直的数轴(含已经给定了的数轴的方向、单位长度、原点),而且包括两条数轴所在的整个平面。

平面直角坐标系中的“平面”二字还有另一层含义,就是它限定了这个直角坐标系仅仅是平面的。在以后的数学学习中,我们还会学到“空间直角坐标系”,“平面”、“空间”直接标出了它们的区别。

另外,平面直角坐标系中的“直角”二字也标出了该坐标系的特征,因为除了直角坐标系外还有斜坐标系、极坐标系等。这样看来,坐标系家庭的成员还真不少呢!同学们在以后的学习中都会逐渐接触到它们。

关于对平面直角坐标系意义的理解,仅从定义理解是比较抽象的,应该多从实例中去认识理解。下面举两个例子,以加深同学们对平面直角坐标系定义的理解。

(1)一个能容纳几千人的影剧院,为什么人们会很容易地持票找到自己的位置坐好,保持场里的秩序井然呢?原因就在于那张票,更具体地说就是票上的两个数字——排数和座号,是这两个数字确定了每个人在场中的位置。

(2)假如你是一个野外工作者,在广阔的东北平原某地埋下一个标志桩,如何

向有关部门报告标志的位置呢?最好的和最常用的办法就是测出该地的经纬度,例如北纬 44.2° 、东经 125.7° ,这样该标志的位置就被这两个数字完全确定下来了.收到报告的人即使在万里之外,也会非常确切地知道标志的位置.

2 坐标平面

平面直角坐标系所在的平面称为坐标平面.坐标平面与一般平面的区别:前者是已经建立了坐标系的平面,而后者则不是.

3 坐标

一种对坐标典型的错误理解是:“两个互相垂直有公共原点的数轴所构成的图形就是坐标.”这种错误理解与坐标的真正意义是毫不相关的.其实横坐标是一个数,纵坐标也是一个数,把这两个数按前横后纵的顺序放在一起(称为有序数对),就构成了坐标.坐标本身是数,但它所表示的是直角坐标系内的一个点.这种用数表示点的方法在数学学科的发展上起着十分重要的作用,这在以后的学习中我们会逐渐体会到.

4 点与有序数对的互相转化

坐标平面内的点可以用它的坐标(有序数对)表示,反过来,一个有序数对又都能在坐标平面上找到一个对应的点.这种有序数对与坐标平面内点的互相转化是本节课学习的重点内容,本节中的习题也以这方面的题为主.做这类题时,同学们应该用到“过已知点作已知直线的垂线”这一知识,一般情况下可以不用尺规作图的方法,但应力求精确准确.

5 坐标平面内特殊点的坐标

横轴上的点的纵坐标为 0,纵轴上的点的横坐标为 0.反过来,纵坐标为 0 的点肯定在横轴上,横坐标为 0 的点肯定在纵轴上.第一、三象限角的平分线上的点的横纵坐标相等;第二、四象限角的平分线上的点的横纵坐标互为相反数.

6 坐标平面内互相对称的点

坐标平面上互相对称的点有如下特征:关于 x 轴对称的点,横坐标相同,纵坐标互为相反数;关于 y 轴对称的点,纵坐标相同,横坐标互为相反数;关于原点对称的点,横坐标互为相反数,纵坐标也互为相反数.

7 坐标平面上两点间的距离

设 $A(x_1, y_1), B(x_2, y_2)$ 为坐标平面内任意两点(如图 1-1),过点 A 作 y 轴的垂线,过点 B 作 x 轴的垂线,两垂线相交于点 C ,则 $AC = x_2 - x_1, BC = y_2 - y_1$.由勾股定理, $AB^2 = AC^2 + BC^2 = (x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2$,所以 $AB = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$.如果你所使用的课本没有介绍这个知识,而解题时又须求出某两点的距离,你可以按图中的方法引辅助线,用勾股定理来作.

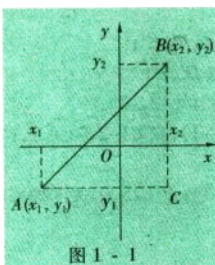


图 1-1

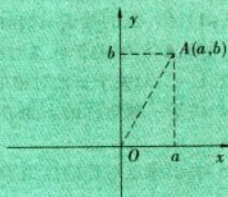


图 1-2

8 坐标平面上的点到两坐标轴和原点的距离

由图 1-2 可以看出点 $A(a, b)$ 到 x 轴的距离是 $|b|$, 到 y 轴的距离是 $|a|$, 到原点的距离是 $\sqrt{a^2+b^2}$.

典型示例



例 1 写出图 1-3 中各点的坐标.

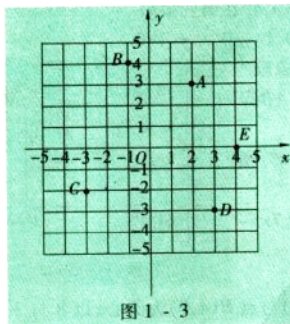


图 1-3

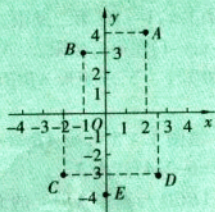


图 1-4

解析 $A(2, 3), B(-1, 4), C(-3, -2), D(3, -3), E(4, 0)$.

例 2 在直角坐标系中, 描出下列各点: $A(2, 4), B(-1, 3), C(-2, -3), D(2.5, -3), E(0, -4)$.

解析 如图 1-4 所示.

例 3 (1)求点 $A(-2,3)$ 关于 x 轴对称的点 A' ;

(2)求点 $B(4,-1), C(-2,0)$ 关于 y 轴对称的点 B', C' ;

(3)求点 $D(2,-5), E(5,0)$ 关于原点对称的点 D', E' .

解析 (1)点 $A(-2,3)$ 关于 x 轴对称的点为 $A'(-2,-3)$;

(2)点 $B(4,-1)$ 关于 y 轴对称的点为 $B'(-4,-1)$; 点 $C(-2,0)$ 关于 y 轴对称的点为 $C'(2,0)$;

(3)点 $D(2,-5)$ 关于原点对称的点为 $D'(-2,5)$; 点 $E(5,0)$ 关于原点对称的点为 $E'(-5,0)$.

例 4 求坐标平面内两点间的距离.

(1) $A(2,0), B(-4,0)$; (2) $M(0,-5), N(0,-2)$;

(3) $P(2,-1), Q(2,-8)$; (4) $E(-3,2), F(3,-6)$.

解析 (1) $AB=2-(-4)=6$; (2) $MN=(-2)-(-5)=3$;

(3) $PQ=(-1)-(-8)=7$; (4) $EF=\sqrt{[3-(-3)]^2+[(-6)-2]^2}=\sqrt{36+64}=10$.

例 5 (1)若 $0 < a < 1$, 那么点 $P(a-1, a)$ 在第几象限?

(2)若 $ab > 0, a+b < 0$, 那么点 $Q(a, b)$ 在第几象限?

(3)如果点 $M(1-x, 1-y)$ 在第二象限, 那么点 $N(1-x, y-1)$ 关于原点对称的点 N' 在第几象限?

解析 (1) $\because 0 < a < 1, \therefore a-1 < 0, a > 0. \therefore$ 点 $P(a-1, a)$ 在第二象限.

(2) $\because ab > 0, a+b < 0, \therefore a < 0, b < 0. \therefore$ 点 $Q(a, b)$ 在第三象限.

(3) $\because M(1-x, 1-y)$ 在第二象限, $\therefore 1-x < 0, 1-y > 0, \therefore y-1 < 0$.

$\therefore N(1-x, y-1)$ 在第三象限, $\therefore N'$ 在第一象限.

例 6 如图 1-5, 求矩形 $ABCD$ 与梯形 $ABEF$ 面积的差.

解析 由图 1-5 可知 $AB=8-1=7, BC=5$; 梯形的上底 $EF=6-2=4$, 高为 3.

$\therefore$ 矩形 $ABCD$ 与梯形 $ABEF$ 的面积差为 $7 \times 5 - \frac{1}{2} \times (7+4) \times 3 = 35 - 16.5 = 18.5$.

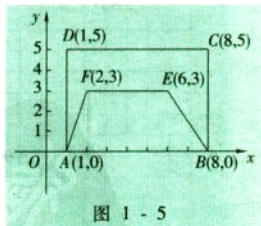


图 1-5

例 7 在直角坐标系中, 分别以点 $A(0,3)$ 与点 $B(4,0)$ 为圆心, 以 8 与 3 为半径作 $\odot A$ 和 $\odot B$, 那么这两个圆有怎样的位置关系?

解析 由勾股定理知 $AB=5$, 而 $18-3=15$, 即两圆半径之差等于圆心距, 所以两圆内切.

例 8 如图 1-6, 菱形 $ABCD$ 的中心在直角坐标系的原点上, 且 $AD \parallel x$ 轴, 点 A 坐标为 $A(-4,3)$, 求其他各顶点的坐标.

解析 作 $AE \perp CB$, 交 CB 延长线于 E .

$\because A, C$ 两点关于原点对称,

$\therefore C$ 点坐标为 $(4, -3)$, 于是有 $AE=6, CE=8$.

在直角三角形 ABE 中, $AB^2 = AE^2 + BE^2$, 而 $BC=AB$,

$$\therefore BC^2 = 6^2 + (8-BC)^2, \text{解之得 } BC = \frac{25}{4},$$

$$\therefore \text{点 } B \text{ 横坐标为 } 4 - \frac{25}{4} = -2\frac{1}{4},$$

$$\text{点 } D \text{ 横坐标为 } -4 + \frac{25}{4} = 2\frac{1}{4},$$

$$\therefore B\left(-2\frac{1}{4}, -3\right), D\left(2\frac{1}{4}, 3\right).$$

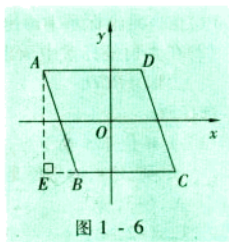


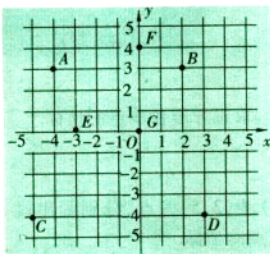
图 1 - 6

能力检测



A 级

1. 根据下图填表:



点	坐标	所在象限或坐标轴
A		
B		
C		
D		
E		
F		
G		

2. 在平面直角坐标系中描出以下各点, 并指出它们所在的象限或坐标轴.

$A(-3, 4); B(0, 3); C(-2, -1); D(3, -4); E\left(-2\frac{1}{2}, 0\right); F(\pi, -1); G(0, 0); H(2, 0).$

3. 填空.

(1) 点 $A(3, 4)$ 到 x 轴的距离是 _____, 到 y 轴的距离是 _____;

(2) 点 $B(4, -3)$ 到 x 轴的距离是 _____, 到 y 轴的距离是 _____;

(3) 点 $C(0, -5)$ 到 x 轴的距离是 5, 到 y 轴的距离是 0, 到原点的距离是 5.

4. (1) 在直角坐标系中画出以 $A(0, 2), B(3, 4), C(4, 3)$ 为顶点的 $\triangle ABC$;
 (2) 在直角坐标系中画出以 $A(2, 3), B(-3, 3), C(-4, -2), D(1, -3)$ 为顶点的四边形 $ABCD$.

5. 选择题.

(1) 点 M 位于 x 轴下方, 距 x 轴 3 个单位长; 且位于 y 轴左方, 距 y 轴 2 个单位长, 则 M 点的坐标是().

- A. $(-3, -2)$ B. $(-3, 2)$
 C. $(-2, -3)$ D. $(2, -3)$

(2) 在坐标平面内有一点 $P(a, b)$, 且 a 与 b 的乘积为 0, 那么点 P 的位置在().

- A. 原点 B. x 轴上
 C. y 轴上 D. 坐标轴上

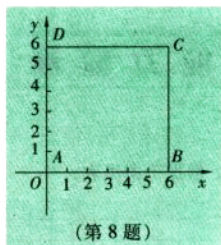
6. 填空.

- (1) 点 $P(5, -3)$ 关于 x 轴对称的点的坐标是 _____;
 (2) 点 $P(3, -5)$ 关于 y 轴对称的点的坐标是 _____;
 (3) 点 $P(-2, -4)$ 关于原点对称的点的坐标是 _____.

7. (1) 在 x 轴上求出与原点的距离为 3 的点的坐标;
 (2) 在 y 轴上求出与点 $(0, 1)$ 的距离为 4 的点的坐标.

8. 如图, 已知正方形 $ABCD$ 的边长等于 6.

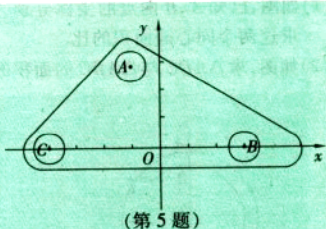
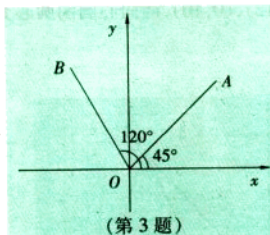
- (1) 求四个顶点的坐标;
 (2) 求这个正方形各边中点的坐标.



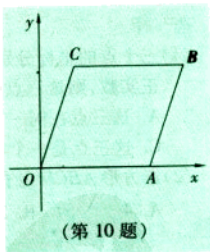
9. 已知正方形的边长为 3, 对角线与两坐标轴重合, 求正方形各顶点的坐标.

B 级

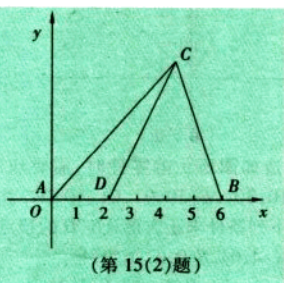
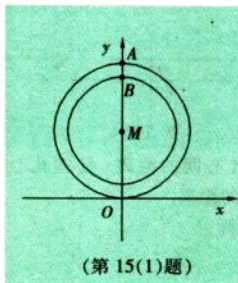
1. 在直角坐标系中, 描出 $A(0, 4), B(2, 0), C(0, -1), D(2, 5)$ 各点, 分别画出过 A, B 两点和过 C, D 两点的直线, 指出两条直线交点的坐标.
2. (1) 过 $(0, 0), (5, 5)$ 两点画直线; 过 $(0, 3), (5, 8)$ 两点画直线, 得到什么图形?
 (2) 顺次联结三点 $A(-1, -1), B(2, -1), C(2, 5)$ 会得到什么图形?
 (3) 顺次联结 $A(0, -2), B(4, -2), C(2, 1), D(6, 1)$ 得到什么图形?
3. 如图, $OA=8, OB=6$, 求点 A, B 的坐标.
4. 一个菱形, 边长是 5, 一条对角线的长是 6, 取两条对角线所在的直线作为坐标轴, 求四个顶点的坐标(有两种情况).



5. 在制造如图所示的零件时,需要知道三个孔心间的距离. 已知孔心坐标为 $A(-10, 30)$, $B(30, 0)$, $C(-40, 0)$, 求孔心间的距离.
6. 根据下列条件求正方形 $ABCD$ 的顶点 D 的坐标:
 - (1) $A(-4, 0)$, $B(0, 0)$, $C(0, 4)$;
 - (2) $A(-1, -2)$, $B(4, -2)$, $C(4, 3)$.
7. 分别在直角坐标系中描出横坐标与纵坐标都是整数, 并且满足下列条件的点:
 - (1) 在第一象限内, 横坐标与纵坐标的积是 6;
 - (2) 纵坐标大于 0 且小于 5, 横坐标是纵坐标的 2 倍;
 - (3) 横坐标与纵坐标的积是 -6.
8. 点 M 到 x 轴的距离是 5, 到 y 轴的距离是 $3\frac{1}{2}$, 求点 M 的坐标.
9. 已知点 $A(a, -2)$, $B(3, b)$, 过 A, B 的直线平行于 x 轴, 那么 a, b 各应取什么数值?
10. 如图, 已知 $\square ABCO$ 的三个顶点 O, A, C 的坐标分别为 $(0, 0)$, $(a, 0)$, (b, c) , 求点 B 的坐标.
11. 已知点 $A(6m-4, 2m+1)$ 到 y 轴的距离是到 x 轴的距离的 2 倍, 求 m 的值.
12. 长方形 $ABCD$ 的长为 AB , 宽为 BC , A, B 两点的坐标分别为 $A(-3, 0)$, $B(5, 0)$, $BC=6$. 求出点 C 和点 D 的坐标.
13. 各写出 5 个满足下列条件的点, 并在坐标系中描出它们.
 - (1) 横坐标是纵坐标的 2 倍;
 - (2) 横坐标与纵坐标的差是 3;
 - (3) 横坐标是纵坐标的一半加 1.
 观察这 5 个点的位置有什么特点.
14. 以点 $(3, 0)$ 为圆心, 以 5 为半径画一圆, 求出圆与坐标轴交点的坐标.



15. (1)如图,已知 A, B 两点的坐标分别为 $(0, 12), (0, 10)$, 两同心圆的圆心为 M , 求这两个同心圆面积的比.
- (2)如图,求 $\triangle ADC$ 与 $\triangle ABC$ 的面积比.



C 级

- 已知 $\triangle ABC$ 三个顶点的坐标为 $A(5, 2), B(-4, 5), C(-2, 1)$, 求 $\triangle ABC$ 外心的坐标.
 - 已知三点坐标为 $A(2, 3), B(5, 4), C(-4, 1)$, 证明这三点在同一条直线上.
 - 求一点 M , 使它到两坐标轴和点 $(3, 6)$ 的距离相等.
 - 若点 $P(x, y)$ 到 $M(2, 3)$ 和 $N(4, 5)$ 两点的距离相等, 求 $x+y$ 的值.
5. 选择.
- 三个点的坐标分别为 $(a+b, c), (b+c, 0), (c+a, 0)$, 其中 a, b, c 是互不相等的正实数, 则这三点的位置关系是().
 A. 这三点在同一直线上 B. 这三点是一个直角三角形的顶点
 C. 这三点是一个等腰三角形的顶点 D. 这三点是一个等边三角形的顶点
 - 正方形 $ABCD$ 内有一点 P , $PA=1, PB=2, PD=3$. 那么 PC 的长等于().
 A. 4 B. $2\sqrt{3}$ C. $2\sqrt{2}$ D. 2

参考答案
KEY

A 级

- 略 2. 略
- (1)4 3 (2)3 4 (3)0 5 5
- 略

5. (1)C (2)D

6. (1)(5,3) (2)(-3,-5) (3)(2,4)

7. (1)(0,3)或(0,-3) (2)(0,5)或(0,-3)

8. (1)A(0,0) B(6,0) C(6,6) D(0,6)

(2)AB 中点坐标(3,0),BC 中点坐标(6,3);CD 中点坐标(3,6);DA 中点坐标(0,3).

9. $\left(\frac{3}{2}\sqrt{2}, 0\right)$ $\left(0, \frac{3}{2}\sqrt{2}\right)$ $\left(-\frac{3}{2}\sqrt{2}, 0\right)$ $\left(0, -\frac{3}{2}\sqrt{2}\right)$

1. 图略,两条直线交点坐标为(1,2).

2. (1)两条平行线 (2)直角三角形 (3)平行四边形

3. A(4 $\sqrt{2}$, 4 $\sqrt{2}$) B(-3, 3 $\sqrt{3}$).

4. 有两种情况:

第一种,取较长对角线所在的直线为 x 轴,四个顶点坐标为(-3,0), (0,-4), (3,0), (0,4).

第二种,取较短对角线所在的直线为 x 轴,四个顶点坐标为(-4,0), (0,-3), (4,0), (0,3).

5. $AB = \sqrt{(-10-30)^2 + (30-0)^2} = 50$, $AC = \sqrt{(-10+40)^2 + (30-0)^2} = 30\sqrt{2}$,
 $BC = |-40-30| = 70$.

6. (1)(-4,4) (2)(-1,3)

7. 略.

8. 满足条件的点 M 坐标有四个:它们分别是 $\left(3\frac{1}{2}, 5\right)$, $\left(3\frac{1}{2}, -5\right)$, $\left(-3\frac{1}{2}, -5\right)$,
 $\left(-3\frac{1}{2}, 5\right)$.

9. a 是不等于 3 的任何实数, $b = -2$.

10. $B(a+b, c)$

11. 依题意,有 $|6m-4| = 2|2m+1|$.

由 $6m-4 = 2(2m+1)$, 得 $m=3$; 由 $6m-4 = -2(2m+1)$, 得 $m = \frac{1}{5}$.

12. C(5,6), D(-3,6) 或 C(5,-6), D(-3,-6).

13. 描点略. 特点:在同一条直线上.

14. (0,4) (8,0) (0,-4) (-2,0).

15. (1)由 A(0,12), B(0,10) 知大圆半径为 6, 小圆半径为 $\frac{1}{2}(12-2 \times 2) = 4$. 因此,

两同心圆面积的比为 $\frac{\pi \cdot 6^2}{\pi \cdot 4^2} = \frac{9}{4}$.

(2) 过 C 作 $CE \perp x$ 轴, 垂足 E .

$$\therefore \frac{S_{\triangle ADC}}{S_{\triangle ABC}} = \frac{\frac{1}{2}AD \cdot CE}{\frac{1}{2}AB \cdot CE} = \frac{AD}{AB} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}.$$

C 级

1. 设外心坐标为 $P(x, y)$, 则 $PA^2=PB^2, PB^2=PC^2$, 解之得 $P(1, 5)$.
2. 证明 $|AB|+|BC|=|AC|$.
3. 设 $M(x, x)$, 则 $\sqrt{(x-3)^2+(x-6)^2}=x$, 解之得 M 点坐标为 $(3, 3)$ 或 $(15, 15)$.
4. 列出方程加以整理可以得到 $x+y=7$.
5. (1) A(可采用特殊值法, 设 $a=1, b=2, c=5$. 求得三点为 $(3, 5), (7, 1), (6, 2)$, 每两点间的距离分别为 $4\sqrt{2}, \sqrt{2}, 3\sqrt{2}$, 排除 B, C, D.)
(2) B(设正方形边长为 a , P 点坐标为 (x, y) , 由勾股定理得

$$x^2+y^2=1, \quad \textcircled{1}$$

$$(a-x)^2+y^2=4, \quad \textcircled{2}$$

$$(a-y)^2+x^2=9, \quad \textcircled{3}$$
 将 $\textcircled{2}, \textcircled{3}$ 式相加后以 $\textcircled{1}$ 代换 x^2+y^2 , 得 $(a-x)^2+(a-y)^2=12$,
 而 $PC^2=(a-x)^2+(a-y)^2=12, \therefore PC=2\sqrt{3}$.)

第二节 函 数

知识技能



1 函数定义

当前我国使用的各种版本的初中教材, 对于函数的定义大同小异. 下面是人民教育出版社的九年义务教育初级中学教科书《代数》中给出的定义:

一般地, 设在一个变化过程中有两个变量 x 与 y , 如果对于 x 的每一个值, y 都有唯一的值与它对应, 那么就称 x 是自变量, y 是 x 的函数.

这是一个相对古典的函数定义. 它的表述是不十分准确、不十分到位的. 由于受学生现有知识的局限, 又无法说得更确切、更完善. 因此我们在学习的过程中, 不要过多地去死抠字眼, 过细地剖析定义.

较好的办法是通过一些函数关系实例, 加强对函数意义的理解, 并在以后的学习中逐渐加深对函数本质的认识.

2 自变量的取值范围

自变量的取值范围又叫做函数的定义域, 定义域是一个集合; 和 x 的值相对应的 y 的值叫做函数值, 函数值的集合叫做函数的值域.

现在的初中课本一般都没有给出“定义域”和“值域”这两个数学概念, 但这里介绍出来对于理解函数意义是有好处的. 例如, 函数 $y = \sqrt{1-x^2}$ 的定义域是 $-1 \leq x \leq 1$, 值域是 $0 \leq y \leq 1$.

其实, 函数实质就是定义域集合中的元素与值域集合中的元素的一种对应关系.

研究自变量的取值范围, 主要是研究以解析式表示的函数的自变量的取值范围, 并且局限于解析式是整式、分式、根式等比较简单的函数, 个别情况下也结合图像或表格研究自变量的取值范围.

在一些实际问题中, 除受解析式的限制之外, 往往还有问题本身对自变量取值范围的进一步的限制.

例如, “一个周长为 80 cm 的矩形, 写出由其一边长 x 求另一边长 y 的函数关系式”. 这个问题的答案应为 $y = \frac{1}{2}(80-2x)$. 就这个解析式来说, 自变量 x 的取值范围应为全体实数, 但受问题本身的限制, 自变量的取值范围就变成了 $0 < x < 40$. 这样的例子可以说俯拾皆是.

3 函数的表示方法

函数的三种表示法(解析法、图像法、列表法)中, 目前以解析法和图像法应用较多.

有的函数可以用三种方法中的任何一种来表示, 而有的只能用其中的一两种来表示.

例如, 用解析式给出的函数关系 $y = 3 - 2x$, 我们可以用图像法将其表示出来(图 1-7), 也可以用列表的方法表示(如下页表). 这是一个能用三种方法表示的例子.