高等数学

学习与考研指导

（上册）

侯云畅　主编

数学史料　教学要求

释疑解惑　题型分析

习题解难　考研真题

国防工業出版社
National Defense Industry Press

高等数学学习与考研指导

（上 册）

编委会主任　朱林户　冯有前
主　　　编　侯云畅
编　　　者　（以姓氏笔画为序）
井爱雯　刘卫江　杨尊袍　寇光兴

国防工业出版社
·北京·

内 容 简 介

本书体例新颖，内容丰富，题型全面。每章按数学史料，教学基本要求，释疑解惑，典型题型分析，习题解难，考研题选解，综合测试题七个方向撰写。其突出的特点是阐述了学习高等数学时，在理解概念和解题过程中容易发生的错误，并指出了产生错误的原因和可供思考的深层次问题；介绍了各章可能出现的主要题型，对解题方法、注意问题进行了系统的归纳总结。

本书是一个大的专家系统，讲授了读者期盼获取的知识点，诸如求极限、方程的根和积分的方法，证明函数不等式、积分不等式和级数的收敛性的方法等，因此，拥有本书，就是为自己请了一位辅导高等数学学习或考研复习的教授。

本书分上下两册，与高等数学学习内容同步，并备有单元、期中和期末测试题。本书是大学本科学生的良师益友，是考研学子、自学英才、青年教师的必备参考书。

图书在版编目（CIP）数据

高等数学学习与考研指导(上,下)/侯云畅主编.
北京：国防工业出版社，2006.5
ISBN 7-118-04262-5

Ⅰ.高...　Ⅱ.侯...　Ⅲ.高等数学-自学参考资料
Ⅳ.013

中国版本图书馆 CIP 数据核字（2005）第 153692 号

※

国防工業出版社出版发行
（北京市海淀区紫竹院南路 23 号　邮政编码 100044）
北京奥鑫印刷厂印刷
新华书店经售

*

开本 710×960　1/16　**印张** 21¼　**字数** 381 千字
2006 年 5 月第 1 版第 1 次印刷　**印数** 1—5000 册　**定价** 20.00 元

国防书店：(010) 68428422　　发行邮购：(010) 68414474
发行传真：(010) 68411535　　发行业务：(010) 68472764

前　　言

数学是思维的体操，科学的语言，万能的钥匙，美的使者，不乏赞美之词．数学使人神往．高等数学课程是大学生不可或缺的重要基础理论课，对提高数学素养、文化素质、培养创新思维能力，具有其他学科所不能替代的作用．本指导书集编者几十年教学经验，对高等数学的思想方法、解题技巧进行了系统的归纳总结，致力概念理解，着眼能力培养；体例新颖，内容丰富，题型全面，题量达 1700 例．本指导书是大学本科学生的良师益友，是考研学子、自学英才、青年教师的有益参考书，也是侯云畅主编的“九五”国家级重点教材，面向 21 世纪课程教材《高等数学》的配套辅导书．

指导书分上、下两册，共八章，每章分七个模块撰写，分别是：

（1）数学史料．阐述数学概念的产生、发展，以期培养提出问题的能力，提高学习数学的兴趣．

（2）教学基本要求．了解教育部要求达到的教学目标，概念、理论分为“理解”、“了解”；方法、运算分为“掌握”、“会”两个不同层次．

（3）释疑解惑．撰写了学习概念和计算过程中容易发生的错误，或可以进一步深入思考的问题，以求对概念的深刻理解、方法的熟练掌握．

（4）典型题型分析．介绍了各章出现的主要题型及其基本解题方法和综述，并指出其注意之点．

（5）习题解难．演算、证明了各章比较难的具有启发性的计算与证明题．

（6）考研题选解．为满足广大读者的考研需求，精选了自 1990 年以来的考研题，并给出了分析和题解．

（7）综合测试题和测试题答案或提示．上、下册还各附有期中和期末测试题两套，供检查学习效果之用．

编写该书时，理学院领导给予了很大的支持，得到了数学系许多老师的热情帮助，在此谨向他们表示衷心感谢；我们还参阅了相关参考书，在此对有关编者表示感谢．

由于编者水平所限，书中有错误和不当之处，请读者不吝指正．

编者　2006.3

目　　录

第一章　函数 极限 连续函数

一、数学史料

函数是微积分学主要的研究对象．16 世纪，处于资本主义萌芽时期的欧洲，生产力得到很大的发展，资本的扩张推动了航海业与武器的发展，为此，需要研究天体的运行或抛射物体的运动．而描述运动，就要研究变量以及它们间的依赖关系，就要建立函数概念．如伽利略（Galillo）发现了自由落体走过的路程和时间的平方成正比，并表示为 $S = kt^2$；笛卡儿（Descartes）与费马（Fermat）则以曲线来表示运动；牛顿（Newton）将一个依赖时间变化的量称为流量．莱布尼茨（Leibniz）是最早使用函数这个词的，他用函数表示任何一个随着曲线上的点变动而变动的量．记号 $f(x)$ 是 1734 年由欧拉（Euler）引进的，欧拉认为“变数的函数是由这个变数与一些数目或一些常数用任何方式组成的表达式”，他又把 $y = f(x)$ 看作 xOy 平面上“随手画出的曲线”．直到 18 世纪初，函数概念还停留在变量间依赖关系或由运算得到的量这种含糊的表述中．

18 世纪中叶，由于不精确的函数概念，导致了关于弦振动方程的解的一场混战，关键是什么叫依赖于变量变化的量；同时，当时被广泛运用的导数和积分的概念也没有精确地定义过，这些状况导致了数学家们开始关心分析家在概念和证明中的不严密性．

1821 年，柯西（Cauchy）在他的分析教科书中，给出了函数概念更明确的叙述，他说：“当变量之间这样联系起来的时候，即给定了这些变量中的一个值，就可以决定其它变量的值的时候，人们通常想象这些量是用其中的一个表达的，这时这个量就取名为自变量，而由这个自变量表示的其它量就叫做这个自变量的函数”．1807 年，傅里叶（Fourier）通过对热传导问题的研究，得出了任何周期函数可以表示成无穷多个谐波之和的论断．后来，狄里克雷（Dirichlet）通过研究傅里叶级数，于 1837 年发表了《用正弦与余弦级数来表示任意的函数》的论文给出了函数的定义，他说，如果对于给定区间上的每一个 x 的值，有惟一的一个 y 的值与它对应，那么 y 便是 x 的函数；接下来他又说，至于在整个区间上的 y 是否按照一种或多种规律依赖于 x，或者 y 依赖

于 x 可否用数学运算来表达，那是无关紧要的. 1829 年，他给出了著名的狄里克雷函数，即对一切有理数取值 c，而对一切无理数取值 d. 狄里克雷已清楚，函数概念的关键是定义域与对应关系. 就这样，大概经历了 150 年，人们才弄清楚函数的概念. 函数的严格定义的给出，是整个分析严密化中重要的一步.

从 17 世纪微积分的创立，直到 18 世纪，经历了一段自由发展的时期. 伯努利兄弟和欧拉等大数学家，急于发掘微积分的威力，大胆地应用其新的理论来解决各种问题，创造了许多有用的方法，并建立了不少以微积分方法为主的分支学科。但是微积分中的许多概念则缺少统一的、准确的定义，很多结论都是由几何直观以及对于运动的理解而得到的，缺少严格的证明，所以 18 世纪之前的微积分存在相当多的含糊不清之处，其中一个重要问题是极限概念的精确定义尚未建立.

从古希腊到 18 世纪之前，极限的思想与方法绵延不断地出现在许多数学家的创造活动之中. 古希腊的欧多克斯和阿基米德的“穷竭法”及刘徽的割圆术的思想都包含了朴素的极限思想. 牛顿则是明确提出极限概念的第一人，他解释极限的涵义是一些量“比任何给定的误差还要小的方式趋近”. 进入 19 世纪后，由于微积分本身的矛盾迭起，数学家们不得不对微积分的基本概念与理论方法进行认真的分析，许多数学家都重新探索微积分的基础，努力为这门学科建立一套严格的理论基础.

波尔察诺（Bolzano）是数学分析严密化的开拓者之一，他将严格的论证导入分析学中. 直至 18 世纪 30 年代，柯西采用了牛顿的极限思想，在实数理论的基础上，建立了极限理论，将极限概念进一步精确化. 柯西关于极限的定义是：“如果一个变量相继所取的值，趋近于一个确定的值，以致两者之间的差可以达到人们希望的任何小的程度，那么这个确定的值，就称为变量所取值的极限”. 在证明中他已明确采用了 $\varepsilon-\delta$ 不等式. 稍后，由外尔斯特拉斯将极限定义加工成现在采用的定义形式.

1817 年，波尔察诺给出了连续函数的定义，并且用确界证明了连续函数的介值定理. 柯西以更加严格的方式定义了连续函数，还利用区间套的思想证明了连续函数的介值定理. 外尔斯特拉斯用 $\varepsilon-\delta$ 方法给出了函数连续性的严密定义和连续函数在闭区间上的最大值最小值定理.

极限论的建立是数学发展史上的里程碑，从此微积分学进入了严密化、精确化的发展阶段. 从极限的 $\varepsilon-\delta$ 定义出发，可证明微积分学中的许多命题，同时借助于极限理论可界定微积分学的许多重要概念，如函数的连续性、函数的导数、积分以及级数求和等. 极限论成为近代微积分的理论基础.

二、教学基本要求

1. 理解集合的概念，会集合的基本运算；了解“确界原理”.

2. 理解映射、函数及反函数的概念；了解函数的基本性质.

3. 理解复合函数和初等函数的概念，会建立简单实际问题的函数关系式.

4. 理解极限（包括左、右极限）的概念，会用 $\varepsilon-N$，$\varepsilon-\delta$ 定义验证简单极限.

5. 掌握极限四则运算法则.

6. 理解极限的性质（包括惟一性、有界性和保号性）和极限存在准则(单调有界准则和夹逼准则)，会用两个重要极限求极限；了解柯西准则.

7. 理解无穷小、无穷大的概念，了解无穷小的阶的概念，了解小 o 的基本运算，会用等价无穷小代换求极限.

8. 理解函数连续的概念，了解间断点的概念，会判断间断点的类型.

9. 理解初等函数的连续性，了解闭区间上连续函数的性质，会应用这些性质解决有关问题.

10. 会用二分法求方程的近似解.

*11. 了解函数一致连续性的概念.

三、释疑解惑

1. 为什么反三角函数用 arc，而反双曲函数用 ar 表示？

答　大家知道，$x=\cos t$，$y=\sin t$ 表示单位圆上的点 (x,y)，故也称其为圆函数. 而其反函数 t，则表示单位圆的圆心角 t 所对应的圆弧长（arclength circle)，所以反三角函数记为 $\arcsin x$，$\arccos x$，称为 x 的弧长正弦(arclength circle sine)，x 的弧长余弦（arclength circle cosine).

而反双曲余弦函数的主值 $y=\ln(x+\sqrt{x^2-1})(x\geqslant 1)$，我们可以证明它是等轴双曲线 $x^2-y^2=1$ 上的点 $A(1,0)$，$P(x,y)$ 与原点 O 所构成的曲边三角形 OAP 的面积 A_1 的两倍.

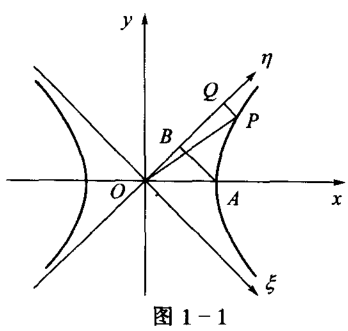

图 1－1

为证明方便，作坐标旋转变换，如图 1－1 所示，将 xOy 坐标系绕顺时针方向旋转 $\pi/4$ 得 $\xi O\eta$ 坐标系，则有

$$\begin{cases} x = \dfrac{1}{\sqrt{2}}\xi + \dfrac{1}{\sqrt{2}}\eta, \\ y = -\dfrac{1}{\sqrt{2}}\xi + \dfrac{1}{\sqrt{2}}\eta. \end{cases}$$

相应地 $x^2 - y^2 = 1$，变为 $\xi\eta = \dfrac{1}{2}$，点 A，P 在 $\xi O\eta$ 坐标系的坐标为

$$A\left(\frac{1}{\sqrt{2}},\frac{1}{\sqrt{2}}\right),P\left(\frac{x-y}{\sqrt{2}},\frac{x+y}{\sqrt{2}}\right),$$

再过点 A，P 分别作 η 轴的垂线交点 B，Q，显然 $\triangle OPQ$ 的面积

$$A_3 = \frac{1}{2}\cdot\frac{x-y}{\sqrt{2}}\cdot\frac{x+y}{\sqrt{2}} = \frac{1}{4},$$

$\triangle OAB$ 的面积 $A_4 = \dfrac{1}{2}\cdot\dfrac{1}{\sqrt{2}}\cdot\dfrac{1}{\sqrt{2}} = \dfrac{1}{4}$. 设曲边四边形 $ABQP$ 的面积为 A_2，由图 1-1 可知 $A_1 + A_3 = A_2 + A_4$，于是 $A_1 = A_2$，所以

$$2A_1 = 2A_2 = 2\int_{\frac{1}{\sqrt{2}}}^{\frac{x+y}{\sqrt{2}}} \frac{1}{2\eta}\mathrm{d}\eta = \ln(x+y) = \ln(x+\sqrt{x^2-1})\,(x\geqslant 1),$$

故记为
$$\operatorname{arcosh}x = \ln(x+\sqrt{x^2-1}),$$
称为 x 的面积余弦（area hyperbolic cosine），$\operatorname{arsinh}x = \ln(x+\sqrt{x^2+1})$ 称为 x 的面积正弦（area hyperbolic sine），同理可证，它是等轴双曲线 $y^2 - x^2 = 1$ 上的曲边三角形 OAP 的面积的两倍.

2. 若函数 $y=f(u)$ 与 $u=g(x)$ 均无奇偶性，则复合函数 $f[g(x)]$ 必无奇偶性吗？

答 不对. 例如 $y=\log_a u$ 与 $u = x+\sqrt{1+x^2}$ 均无奇偶性，但复合函数

$$y = f[g(x)] = \log_a(x+\sqrt{1+x^2}),$$

是奇函数. 下面给出复合函数奇偶性的有关结论.

设 $y=f(u)$，定义域为 U，$u=g(x)$ 的定义域为 X，值域为 U^*，且 $U\cap U^*\neq\varnothing$，则

(1) 若 $u=g(x)$ 为奇函数，当 $y=f(u)$ 为奇、偶函数时，$y=f[g(x)]$ 为奇、偶函数；

(2) 若 $u=g(x)$ 为偶函数，则 $y=f[g(x)]$ 为偶函数.

(3) 若 $u=g(x)$ 为奇函数，$y=f(u)$ 无奇偶性，且 $U^*\supseteq U$，则 $y=f[g(x)]$ 也

无奇偶性.

(4) 若 $u=g(x)$ 无奇偶性，$y=f(u)$ 为单调奇函数，且 $U\supseteq U^*$，则 $y=f[g(x)]$ 也无奇偶性.

(5) 若 $y=f(u)$ 与 $u=g(x)$ 均无奇偶性，则不能确定 $f[g(x)]$ 的奇偶性.

3. 关于极坐标系

(1) 平面上给定一点 O 和一射线 OA（见图 1－2），平面上任一点 M 可由 r，θ 惟一确定，其中 $r=|OM|$，$\theta=\angle AOM$，数 r，θ 称为 M 的极坐标，表示为 $M(r,\theta)$. r 称为极径，θ 称为极角，O 称为极点，OA 称为极轴. 这里 r，θ 不受任何限制. 如 $M(-8,\frac{\pi}{3})$，表示极角为 $\frac{\pi}{3}$，在极径的反方向上取 $|OM|=8$ 的点.

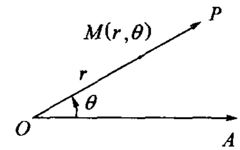

图 1－2

(2) 直角坐标系与极坐标系的关系.

若将极点 O 和坐标原点重合，极轴 OA 和 x 轴的正半轴重合，则易得 $x=r\cos\theta$，$y=r\sin\theta$，称极坐标变换公式（注意 (r,θ) 与 $(-r,\theta+\pi)$ 表示极坐标系中的同一点）. 用极坐标变换，易将平面曲线的直角坐标方程变为极坐标方程. 如直角坐标方程 $(x-a)^2+y^2=a^2(a>0)$，将 $x=r\cos\theta$，$y=r\sin\theta$ 代入，即可变换为极坐标方程 $r=2a\cos\theta$，它们都表示圆心为 $(a,0)$，半径 $r=a$ 的圆.

(3) 极坐标方程作图.

可用描点法并辅之以对称性. 若 (s,α) 与 $(s,-\alpha)$ 都为曲线上的点，则曲线对称于极轴；若 (s,α) 与 $(-s,-\alpha)$ 都为曲线上的点，则曲线对称于过极点 O，且垂直于极轴的直线.

例 1　描绘 $r=a(1+\cos\theta)(a>0)$ 的图形.

解　易知，若 (s,α) 为曲线上的点，则 $(s,-\alpha)$ 也是曲线上的点，故曲线对称于极轴. 只要描出 $0\leqslant\theta\leqslant\pi$ 的点即可. 列表如下：

θ	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{2}{3}\pi$	$\frac{5}{6}\pi$	π
r	$2a$	$1.866a$	$1.5a$	a	$0.5a$	$0.134a$	0

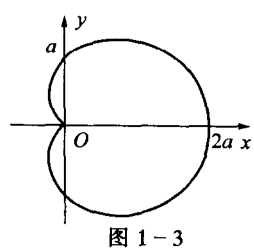

图 1－3

该曲线称为心形线，如图 1－3 所示.

例 2　描绘 $r=a\sin2\theta(a>0)$ 的图形.

解　易知，若 (s,α) 为曲线上的点，则 $(-s,-\alpha)$ 也是曲线上的点，故曲线对称于过极点 O，且垂直于极轴的直线. 列表如下：

θ	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{2\pi}{3}$	$\frac{3\pi}{4}$	$\frac{5}{6}\pi$	π
r	0	$0.866a$	a	$0.866a$	0	$-0.866a$	$-a$	$-0.866a$	0

绘出各点得到右边两叶，由对称性即得其曲线，称为四叶玫瑰线，如图 1-4 所示.

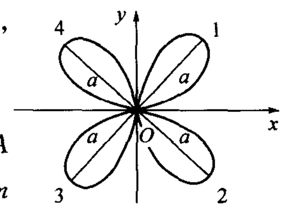

图 1-4

4. 如何正确理解数列极限的 $\varepsilon-N$ 定义？

答　数列 $\{x_n\}$，在 $n\to\infty$ 的过程中，以常数 A 为极限，用 $\varepsilon-N$ 定义可表述为 $\forall\varepsilon>0$，$\exists N$，当 $n>N$ 时，恒有 $|x_n-A|<\varepsilon$，记 $\lim\limits_{n\to\infty}x_n=A$.

定义以运动变化的观点，精确地刻画了数列 $\{x_n\}$，在 $n\to\infty$ 时，无限逼近常数 A 的动态过程；它是定量的描述，不同于一般的定性描述，由此可论证微积分学的一系列定理，它为微积分学奠定了坚实的理论基础. 定义可从下面几个方面加以理解：

(1) 关于 $\forall\varepsilon$.

① 正数 ε 具有二重性，即具有很小的正数的确定性，又具有任意小的任意性. 当 ε 取定后，它是一个不变的正数，以求得相应的项数 N，由 $|x_n-A|$ 刻画 x_n 与 A 的接近程度或说 x_n 与 A 的误差（希腊字母 ε 本是与法文 errer（误差）第一个字母相对应的）；另一方面 ε 又是任意小的正数，因此才能由 $|x_n-A|<\varepsilon$，反映出 x_n 无限接近常数 A 的变化趋势.

② ε 是任意给的($\forall$)，这很重要. 如果“任意给的”改为“给定” $\varepsilon>0$，定义就会出现谬误，如数列 $x_n=2+(-1)^n$,本无极限，但若改为给定 $\varepsilon>2$，则对任何 n 都有 $|x_n-1|<\varepsilon$，由此得 $x_n\to1$，显然是错的.

③ x_n 无限接近常数 A 是总体趋势，而不是说当 $n>N$ 后，x_{n+1} 比 x_n 一定更接近常数 A.

(2) 关于 $\exists N$.

① N 是 $|x_n-A|<\varepsilon$ 成立的条件，只有找到了 N，对 $n>N$ 后的一切 x_n 恒有 $|x_n-A|<\varepsilon$，才有 x_n 以常数 A 为极限. 从几何上看，当项数 $n>N$ 后所有的 x_n（无穷多个）都落在 $U_\varepsilon(A)$ 内，而在 $U_\varepsilon(A)$ 外 x_n 只有 N 个. 但是，若不论 N 存在与否，在 $U_\varepsilon(A)$ 内有无穷多个 x_n，并不能说 x_n 极限为 A，因为并不能保证 $n>N$ 后的一切 x_n 都落在 $U_\varepsilon(A)$ 内. 如 $x_n=2+(-1)^n$，在 $U_\varepsilon(1)$ 内有无穷多个 x_n，但 x_n 极限不是 1.

② 项数 N 不是惟一的，对于比 N 大的一切 n 都可以作为 N，所以 $N(\varepsilon)$ 不是 ε 的函数，而仅与 ε 有关，一般来说，ε 越小，N 越大.

(3) 基于对 ε、N 的理解，下面给出常用的与 $\varepsilon-N$ 定义等价的形式.

① $\forall\varepsilon>0$，$\exists N$，当 $n\geqslant N$ 时，恒有 $|x_n-A|<\varepsilon$.

② $\forall\varepsilon>0$，$\exists N$，当 $n>N$ 时，恒有 $|x_n-A|\leqslant\varepsilon$.

③ $\forall\varepsilon\in(0,1)$，$\exists N$，当 $n>N$ 时，恒有 $|x_n-A|<M\varepsilon$（其中 M 是某确定的正数）.

④ $\forall\varepsilon>0$，$\exists N$，当 $n>N$ 时，恒有 $|x_n-A|<\sqrt{\varepsilon}$.

(4) 若 $\lim\limits_{n\to\infty}x_n=A$，那么，当 $n\to\infty$ 时，x_n 与 A 还有误差吗？

回答一　总有那么一丁点误差. 从理论上讲，若 $\lim\limits_{n\to\infty}x_n=A$，

$$x_n=A+\alpha，\text{其中}\lim_{n\to\infty}\alpha=0.$$

回答二　从哲学观点看，当 n 有限时，x_n 与 A 总有误差，但当 $n\to\infty$ 时，x_n 与 A 便不再有误差. 因为从有限到无限的过程，有一个近似到精确，量变到质变的飞跃，否则就违背了哲学的量变到质变的规律. 各位读者，你说呢？

5. 如何正确理解复合函数的极限的定理？

定理　设 $f[\varphi(x)]$ 由 $y=f(u)$，$u=\varphi(x)$ 复合而成，在 $U^0(x_0)$ 有定义，若 $\lim\limits_{u\to u_0}f(u)=A$，$\lim\limits_{x\to x_0}\varphi(x)=u_0$，且 $x\in U^0(x_0)$ 时，$\varphi(x)\neq u_0$，则

$$\lim_{x\to x_0}f[\varphi(x)]=A=\lim_{u\to u_0}f(u).$$

(1) 这里 $x\in U^0(x_0)$ 时，$\varphi(x)\neq u_0$ 是重要的.

例如，设 $f(u)=\begin{cases}2,\text{当 } u\neq0,\\0,\text{当 } u=0.\end{cases}$ $\varphi(x)=\begin{cases}0,\text{当 } x\neq0,\\1,\text{当 } x=0.\end{cases}$ 则 $f[\varphi(x)]=\begin{cases}0,\text{当 } x\neq0,\\2,\text{当 } x=0.\end{cases}$

而 $\lim\limits_{x\to0}\varphi(x)=0=u_0$，$\lim\limits_{u\to0}f(u)=2$，又 $\lim\limits_{x\to0}f[\varphi(x)]=0\neq\lim\limits_{u\to0}f(u)$，这里由于存在 $x\in U^0(0)$，$\varphi(x)=0=u_0$ 之故.

(2) 当 $\lim\limits_{u\to u_0}f(u)=\infty$ 时，则有 $\lim\limits_{x\to x_0}f[\varphi(x)]=\lim\limits_{u\to u_0}f(u)=\infty$.

(3) 当 $\lim\limits_{u\to u_0}f(u)$ 不存在时，则 $\lim\limits_{x\to x_0}f[\varphi(x)]$ 可能存在，也可能不存在. 例如，设 $f(u)=\sin u$，$u=\varphi(x)=\pi[x]$，而 $\lim\limits_{u\to\infty}f(u)=\lim\limits_{u\to\infty}\sin u$ 不存在，又 $n\leqslant x<n+1$ 时，$[x]=n$，则 $\lim\limits_{x\to+\infty}f[\varphi(x)]=\lim\limits_{x\to+\infty}\sin\pi[x]=\lim\limits_{n\to\infty}\sin n\pi=0$.

(4) 若 $f(u)$ 在点 u_0 连续时，又有 $\lim\limits_{x\to x_0}\varphi(x)=u_0$，则有

$\lim\limits_{x\to x_0}f[\varphi(x)]=f(u_0)=\lim\limits_{u\to u_0}f(u)$，即当 $f(u)$ 连续时，允许 $u=u_0$，定理便没疑义了.