

第 1 版
第 1 次印刷

3

理科 寒假活动

(初中三年级)

云南省教育科学研究院 编

云南教育出版社



九年义务教育三年制初级中学

理科寒假活动

(初中三年级)

责任编辑:王 璠

封面设计:陈 俊

云南省教育科学研究院 编

云南省中小学教材审定委员会 审定

云南教育出版社出版

(昆明市中国书城四楼)

云南新华书店集团有限公司发行

云南国防印刷厂印

开本:787×1092 1/16 印张:3.75 字数:87,000

1999年12月第1版

2005年12月第2次印刷

ISBN 7-5415-1720-8/C·1419

定价:5.00元

凡出现印装质量问题,请与承印厂联系调换(0871-5129974)

版权所有,翻印必究

ISBN 7-5415-1720-8



9 787541 517204 >

作业一

练
一
练

1. 填空题.

(1) 整式方程中, 只含有_____个未知数, 并且未知数的最高次幂是_____, 这样的整式方程叫做_____.

(2) 一元二次方程的一般形式是_____.

(3) 方程 $2x^2 = 5x - 7$ 的二次项系数是_____, 一次项系数是_____, 常数项是_____.

2. 选择题.

(1) $x^2 = a$ ($a > 0$) 的解为 ().

A. $x = a$ B. $x = \sqrt{a}$ C. $x = -\sqrt{a}$ D. $x = \pm\sqrt{a}$

(2) 下列四个填空题中正确的是 ().

A. $x^2 + 10x + 5 = (x + 5)^2$ B. $x^2 - 5x + 10 = (x - 10)^2$

C. $x^2 - \frac{4}{3}x + \frac{16}{36} = (x - \frac{4}{9})^2$ D. $x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{b}{a} = (x^2 + \frac{b}{a})^2$

(3) 方程 $(2-x)^2 = 2-x$ 的根是 ().

A. 0 B. 1 C. 2 D. 1、2

(4) 如果一元二次方程 $x^2 - 4x - m = 0$ 有两个不相等的实数根, 则 m 的取值范围是 ().

A. $m = -4$ B. $m < -4$ C. $m > -4$ D. $m \geq -4$

(5) 如果 $x_1 + x_2 = \frac{8}{3}$, $x_1 \cdot x_2 = -1$, 那么以 x_1, x_2 为根的一元二次方程是 ().

A. $3x^2 + 8x - 3 = 0$ B. $3x^2 - 8x - 3 = 0$

C. $3x^2 + 8x + 3 = 0$ D. $3x^2 - 8x + 3 = 0$

(6) 如果 $\frac{1}{3}$ 是 $3x^2 + 5x - 3m = 0$ 的一个根, 则另一根是 ().

A. $\frac{4}{3}$ B. 2 C. 1 D. -2

(7) 关于 x 的一元二次方程 $(m-1)x^2 + x + m^2 - 3 + 2m = 0$ 有一根为零, 则 m 的值是 ().

A. -3 B. 1 C. 1 或 -3 D. 其它值

(8) 若方程 $x^2 + mx + 1 = 0$ 与方程 $x^2 - x - m = 0$ 有一个相同的实数根, 则 m 的值是 ().

A. 2 B. 0 C. -1 D. $\frac{1}{4}$

(9) 关于 x 的方程 $mx^2 + 2mx + 5 - m = 0$ 有两个相同的实数根, 则 m 为 ().

A. $m=0$ 或 $m=\frac{5}{2}$

B. $m=\frac{5}{2}$

C. $m \neq 0$

D. $m=\frac{3}{2}$

(10) 已知 x_1, x_2 是方程 $x^2 + 5x - 4 = 0$ 的两个根, 且 $|x_1| > |x_2|$, 那么下列结论正确的是 ().

A. x_1, x_2 不是实数

B. $x_1 > 0, x_2 < 0$

C. $x_1 + x_2 > 0$

D. $x_1 < 0, x_2 > 0$

3. 已知方程 $x^2 + 3x + m = 0$ 的一根是另一根的 2 倍, 求 m 的值.

4. 已知 x_1, x_2 是方程 $2x^2 - 2mx + \frac{m(m+4)}{2} = 0$ 的两个实数根, 且满足 $(x_1 - 1) \times (x_2 - 1) - 1 = \frac{9}{100}$, 求 m 的值.

5. 已知 α, β 为方程 $x^2 + px + q = 0$ 的两根, $\alpha + 1, \beta + 1$ 是方程 $x^2 - px - q = 0$ 的两根, 求 p, q 的值.

6. 解下列方程:

(1) $x^2 - 2(1 + \sqrt{2})x + 4\sqrt{2} = 0$;

$$(2) 2(3x+1)^2 = 3(3x+1).$$

7. 当 m 为何值时, 方程 $x^2 - (2m-1)x + m^2 - 1 = 0$ 有: (1) 两正根, (2) 两负根, (3) 异号的两根, (4) 两根互为相反数, (5) 两实根互为倒数, (6) 一根为零.



笛卡儿问题

解方程: $x^4 - 4x^3 - 19x^2 + 106x - 120 = 0$.

此方程的左端可分解为:

$$(x-4)(x-3)(x-2)(x+5).$$

所以, 原方程的解为 $x_1=4$, $x_2=3$, $x_3=2$, $x_4=-5$.

笛卡儿 (1596 ~ 1650 年), 法国著名的数学家、物理学家、生理学家, 在其名著《几何学》中, 最初引入了运动着的一点的坐标概念, 始创了平面解析几何学. 恩格斯曾高度评价说: 数学的转折点是笛卡儿的变数. 有了变数, 运动进入了数学; 有了变数, 微分和积分也就立刻成为必要的了.

韦达定理的来历

若一元二次方程 $ax^2 + bx + c = 0$ ($a \neq 0$) 的两根是 x_1, x_2 , 则 $x_1 + x_2 = -\frac{b}{a}$, $x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a}$. 这种关系被称为韦达定理. 这是为了纪念法国数学家韦达 (1540 ~ 1603 年) 在研究方程论时所作的贡献而命名的. 这个定理虽然不是韦达首先提出的 (意大利数学家卡达诺于 1545 年首先发表), 但韦达在 1559 年发表的有关 n 次方程的论文中, 提出的 n 次方程中根与系数的关系更为全面.

想
一
想

题目: 解方程 $6(x+5) = x(x+5)$.

小马虎的解法如下:

解: 方程两边同除以 $(x+5)$, 得 $x=6$.

小马虎的上列解法对吗? 如错了, 指出他错在什么地方, 并加以改正.



作业二

练
一
练

1. 选择题.

(1) 把 $4x^2 + 8x - 1$ 分解因式, 正确的是 ().

A. $4x^2 + 8x - 1 = (x - \frac{-2+\sqrt{5}}{2})(x - \frac{-2-\sqrt{5}}{2})$

B. $4x^2 + 8x - 1 = (x + \frac{-2+\sqrt{5}}{2})(x - \frac{-2-\sqrt{5}}{2})$

C. $4x^2 + 8x - 1 = (2x - \frac{-2+\sqrt{5}}{2})(x - \frac{-2-\sqrt{5}}{2})$

D. $4x^2 + 8x - 1 = (2x + 2 - \sqrt{5})(2x + 2 + \sqrt{5})$

(2) 某校办工厂总产值两年内由 45 万元增加到 88.2 万元, 求每年产值的平均增长率 $x\%$, 所列方程正确的是 ().

A. $45(1+x\%)^2 = 88.2$

B. $45(1+x\%) = 88.2$

C. $45(1+x\%)^2 = 88.2 - 45$

D. $45(1+x\%)^2 = 88.2 + 45$

2. 解下列方程:

(1) $\frac{2}{3-x} = \frac{3}{x-3} + 1;$

(2) $\frac{3x-1}{x+1} + \frac{2-x}{x-1} = \frac{2}{x^2-1};$

(3) $\frac{3x}{x^2-1} + \frac{x^2-1}{3x} = \frac{5}{2}.$

3. 列方程解应用题.

(1) 一个两位数, 它的个位数字比十位数字大 1, 如果把个位数字与十位数字互换, 那么所得新数的倒数比原数的倒数小 $\frac{1}{28}$, 求这个两位数.

(2) 某车工在一定的日期内加工 200 个零件, 工作 5 天后采用新技术, 每天多加工 5 个零件, 结果提前 1 天完成, 求原计划每天加工几个零件?



有用的待定系数法

同学们在初一时, 已见到过这样的题目: “已知 $x^2 - 5 = (2 - A) \cdot x^2 + Bx + C$, 求 A, B, C 的值.” 解答此题, 并不困难, 只需将右式与左式的多项式中的对应项的系数加以比较后, 就可得到 A, B, C 的值. 这里的 A, B, C 是有待于确定的系数, 这种解决问题的方法是待定系数法.

待定系数法的特点是先根据数量之间的关系所具有的形式, 假定一个含有待定系数的恒等式, 然后根据恒等式的性质列出几个方程, 解这个方程组, 求出各待定系数的值或从方程组中消去这些待定系数, 找出原来那些已知系数之间的关系, 从而使问题得到解决.

从教科书中的例子, 我们知道用待定系数法求一次函数表达式是一种行之有效的方法. 我们再来看一道求二次函数解析式的例子: 二次函数对称轴方程为 $x = -2$, 过点 $(1, 6)$, 在 x 轴上截得长为 $2\sqrt{3}$ 的线段, 求其解析式.

我们设所求解析式为 $y = a(x - x_1)(x - x_2) = a[x^2 - (x_1 + x_2)x + x_1x_2]$, 且 $x_2 > x_1$, 这里 a, x_1, x_2 是待定的系数, 由题意得

$$\begin{cases} a(1 - x_1)(1 - x_2) = 6, \\ \frac{x_1 + x_2}{2} = -2, \\ x_2 - x_1 = 2\sqrt{3}. \end{cases}$$

解得 $a=1$, $x_1=-2-\sqrt{3}$, $x_2=-2+\sqrt{3}$.

故 $y=(x+2-\sqrt{3})(x+2+\sqrt{3})=x^2+4x+1$.

用待定系数法分解因式也很有效.

请看如何把 $x^2+3xy+2y^2+4x+5y+3$ 分解因式.

因为我们会把一个二次三项式分解成两个一次因式, 而这个多项式的前三项是可以分解的: $x^2+3xy+2y^2=(x+y)(x+2y)$, 因而可以推断原式若能分解成两个一次因式的乘积, 则必然是 $(x+y+m)(x+2y+n)$ 的形式. 再利用多项式恒等求出 m 、 n , 则原式所分解的因式即可求出. 具体求法留给同学们完成, 答案是 $m=1$, $n=3$.

巧用待定系数法求某些高次方程的根十分简便.

例如, 已知方程 $x^3-x^2-8x+12=0$ 有两个根相等, 解这个方程.

设这个方程的根是 a 、 a 、 b (a 、 b 待定), 由于最高项的系数是 1, 故令

$$\begin{aligned} x^3-x^2-8x+12 &= (x-a)^2(x-b) \\ &= x^3-(2a+b)x^2+(a^2+2ab)x-a^2b. \end{aligned}$$

比较恒等式两端的系数, 得

$$\begin{cases} 2a+b=1, & \text{①} \\ a^2+2ab=-8, & \text{②} \\ a^2b=-12. & \text{③} \end{cases}$$

由①②解得 $a=2$, $b=-3$ 或 $a=-\frac{4}{3}$, $b=\frac{11}{3}$, 其中只有 $a=2$, $b=-3$ 满足方程③. 故原方程的根是 2, 2, -3.

初二阶段, 我们学过把分式化成部分分式的方法, 实际上就是待定系数法. 我们再通过一个例子来回顾一下: 化分式 $\frac{23x-11x^2}{(2x-1)(9-x^2)}$ 为部分分式.

因为原分式分母中的因式 $2x-1$ 与 $(3+x)(3-x)$ 是互质的因式, 所以原分式可化为下面三个真分式的和:

$$\frac{a}{2x-1} + \frac{b}{3+x} + \frac{c}{3-x}.$$

$$\text{设 } \frac{23x-11x^2}{(2x-1)(9-x^2)} = \frac{a}{2x-1} + \frac{b}{3+x} + \frac{c}{3-x}, \text{ 即得}$$

$$23x-11x^2 = a(3+x)(3-x) + b(2x-1)(3-x) + c(2x-1)(3+x), \quad \text{①}$$

$$\text{令 } x = \frac{1}{2} \text{ 代入①得: } a=1;$$

$$\text{令 } x = -3 \text{ 代入①得: } b=4;$$

$$\text{令 } x = 3 \text{ 代入①得: } c = -\frac{2}{3}.$$

$$\text{故 } \frac{23x-11x^2}{(2x-1)(9-x^2)} = \frac{1}{2x-1} + \frac{4b}{3+x} + \frac{2}{3(3-x)}.$$

待定系数法还有许许多多的应用, 随着同学们学习的不断深化将更能体会到这一点.

作业三

练
一
练

1. 填空题.

(1) 无理方程 $\sqrt{x+2} = \sqrt{-3x}$ 的根是_____.

(2) 方程 $\sqrt{2x+3} = x$ 的解是_____.

2. 下列方程是否有解? 为什么?

(1) $\sqrt{x+1} = -2$;

(2) $\sqrt{2x-1} + \sqrt{x+2} + 3 = 0$;

(3) $\sqrt{4x^2+3} = -(x^2+1)$;

(4) $\sqrt{4-x} = x-5$;

(5) $\sqrt{x+1} + \sqrt{x+2} + \sqrt{x+3} + \sqrt{x+4} = 0$.

3. 选择题.

(1) 如果方程组 $\begin{cases} x+y=a, \\ xy=b, \end{cases}$ 有两个不相等的实数解, 那么 a 和 b 满足关系式().

A. $a^2 - 4b > 0$

B. $4b - a^2 > 0$

C. $b^2 - 4a > 0$

D. $4a - b^2 > 0$

(2) 下列方程中有实数解的是 ().

A. $\sqrt{x-2} + 1 = 0$

B. $\sqrt{3-x} = x-4$

C. $\sqrt{x+2} = -x$

D. $\sqrt{x-5} + \sqrt{x+1} = 0$

4. 解下列方程.

$$(1) \sqrt{x^2 - 3x + 1} - \sqrt{x - 2} = 0;$$

$$(2) 2\sqrt{x^2 + 5x + 1} + 3x^2 + 15x = 2.$$

$$5. \text{解方程组} \begin{cases} 3x - y + 2 = 0, \\ 3x^2 + 2xy - y^2 + 3x - 2y - 14 = 0. \end{cases}$$



数学中的转化思想

转化思想是指在解决问题的过程中,有意识地对问题进行转化,变为已经解决或易于解决的问题.转化思想还意味着要用联系发展的、运动变化的眼光观察问题和认识问题.

转化思想是初中数学中常见的一种数学思想,它的应用十分广泛.

在解方程时,容易解的或者说,已经会解的方程是一元一次方程和一元二次方程.其他方程,诸如分式方程、无理方程都是在转化思想的指导下,转化成一元一次或一元二次方程后再解的.

在解方程组时,又是通过消元这个手段,把方程组转化成一元一次方程或一元二次方程去解.

在解列方程(组)解应用题时,实质上就是把实际问题转化成方程(组)问题,再去解方程(组).

在解综合题时,由于有些条件比较隐蔽,或是所给条件比较分散,或是所求的结论比较复杂,这时,我们更需要运用转化思想,把问题转化成我们比较熟悉的问题,从而较快地找到解题思路.

作业四

练一练

1. 填空题.

(1) 点 $P(a, 2)$ 在纵轴上, 则 a 的值为_____.

(2) 已知点 $P(x, y)$ 的坐标满足方程 $(x-2)^2 + \sqrt{y+6} = 0$, 则点 P 关于原点的对称点的坐标是_____.

(3) 已知点 P 到原点的距离为 10, 且横坐标为 6, 则 P 点的坐标是_____.

(4) 在函数 $y = \sqrt{2x-1}$ 中, 自变量 x 的取值范围是_____.

(5) 在函数 $y = \frac{x-2}{\sqrt{5-x}}$ 中, 自变量 x 的取值范围是_____.

(6) 在函数 $y = \frac{1}{|x+1|-1}$ 中, 自变量 x 的取值范围是_____.

(7) 一次函数的图像经过点 $A(2, 0)$ 、 $B(0, 2)$, 那么这个函数的解析式为_____.

2. 选择题.

(1) 如果点 $P(a, 3)$ 与点 $Q(-2, b)$ 关于 y 轴对称, 那么 a, b 的值分别为().

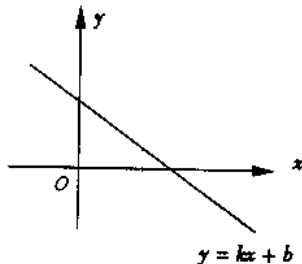
A. -2 与 -3 B. 2 与 -3 C. -2 与 3 D. 2 与 3

(2) 如果点 $M(x-1, 1-y)$ 在第一象限, 那么点 $N(1-x, y-1)$ 关于 x 轴对称的点在().

A. 第一象限 B. 第二象限
C. 第三象限 D. 第四象限

(3) 如图, 一次函数 $y = kx + b$ 的解析式中, k, b 的取值范围是().

A. $k > 0$ 且 $b < 0$
B. $k > 0$ 且 $b > 0$
C. $k < 0$ 且 $b < 0$
D. $k < 0$ 且 $b > 0$



(4) 已知一次函数 $y = 2x^{m^2-2m-2} + m - 2$ 的图像经过第一、二、三象限, 则().

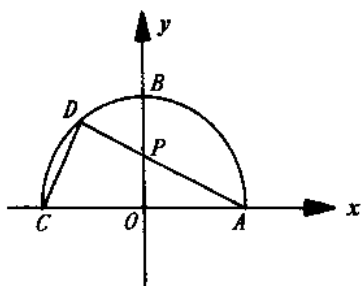
A. $m = 3$ 或 $m = -1$ B. $m = 3$
C. $m = -1$ D. $m = 1$

3. 解答题.

如图, 以坐标原点 O 为圆心, 1 为半径作半圆, 与 x 轴交于 A, C 两点, 与 y 轴交于 B 点, 点 P 在 OB 上, AP 的延长线交半圆于 D 点, 且 $S_{\triangle ADC} = 3S_{\triangle APO}$

(1) 求点 P 的坐标;

(2) 如果一次函数 $y = kx + b$ 的图像是线段 AP 所在直线, 求 k 的值.



坐标系的由来

传说中有这么一个故事:

有一天, 笛卡尔 (1596 ~ 1650 年, 法国哲学家、数学家、物理学家) 生病卧床, 但他头脑一直没有休息, 在反复思考一个问题: 几何图形是直观的, 而代数方程则比较抽象, 能不能用几何图形来表示方程呢? 这里, 关键是如何把组成几何图形的点和满足的方程的每一组“数”挂上钩. 他就拼命琢磨, 通过什么样的办法, 才能把“点”和“数”联系起来. 突然, 他看见屋顶角上的一只蜘蛛, 拉着丝垂了下来, 一会儿, 蜘蛛又顺着丝爬上去, 在上边左、右拉丝. 蜘蛛的“表演”使笛卡尔思路豁然开朗. 他想, 可以把蜘蛛看做一个点, 它在屋子里可以上、下、左、右移动, 能不能把蜘蛛的每个位置用一组数确定下来呢? 他又想, 屋子里相邻的两面墙与地面交出了三条线, 如果把地面上的墙角作为起点, 把交出来的三条线作为三根数轴, 那么空间中任意一点的位置, 不是都可以在这三根数轴上找到有顺序的三个数来表示吗? 反过来, 任意给一组三个有顺序的数, 例如 3、2、1, 也可以用空间中的一个点 P 来表示它们 (如图 1). 同样, 用一组数 (a, b) 可以表示平面上的一个点, 平面上的一个点也可以用一组二个有顺序的数来表示 (如图 2). 于是在蜘蛛的启示下, 笛卡尔创造了直角坐标系.

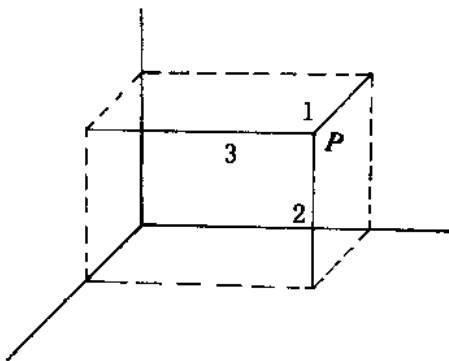


图 1

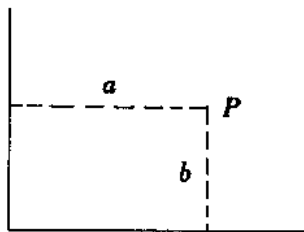


图 2

无论这个传说的可靠性如何，有一点是可以肯定的，就是笛卡尔是个勤于思考的人。这个有趣的传说，就像瓦特看到蒸汽冲起开水壶盖发明了蒸汽机一样，说明笛卡尔在创造直角坐标系的过程中，很可能是受到周围的一些事物的启发，触发了灵感。

直角坐标系的创建，在代数和几何上架起了一座桥梁。它使几何概念得以用代数的方法来描述，几何图形可以通过代数形式来表达，这样便可将先进的代数方法应用于几何学的研究。

笛卡尔在创建直角坐标系的基础上，创造了用代数方法来研究几何图形的数学分支——解析几何。他的设想是：只要把几何图形看成是动点的运动轨迹，就可以把几何图形看成是由具有某种共同特性的点组成的。比如，我们把圆看成是一个动点对定点 O 作等距离运动的轨迹，也就可以把圆看做是由无数到定点 O 的距离相等的点组成的。我们把点看做是组成图形的基本元素，把数看成是组成方程的基本元素，只要把点和数挂上钩，也就可以把几何和代数挂上钩了。

把图形看成点的运动轨迹，这个想法很重要！它从指导思想，改变了传统的几何方法。笛卡尔根据自己的这个想法，在《几何学》中，最早为运动着的点建立坐标，开创了几何和代数挂钩的解析几何。在解析几何中，动点的坐标就成了变数，这是数学第一次引进变数。

恩格斯高度评价笛卡尔的工作，他说：“数学中的转折点是笛卡尔的变数。有了变数，运动进入了数学，有了变数，辩证法进入了数学。”

坐标方法在日常生活中用得很多。例如象棋、国际象棋中棋子的定位，电影院、剧院、体育馆的看台，火车车厢的座位及高层建筑的房间编号等都用到坐标的概念。

随着同学们知识的不断增加，坐标方法的应用会更加广泛。

代数部分答案

作业一 1. (1) 1, 2, 一元二次方程 (2) $ax^2 + bx + c = 0$ ($a \neq 0$)

(3) 2, -5, 7

2. (1) D (2) C (3) D (4) C (5) B (6) D (7) A (8) A

(9) B (10) D

3. $m = 2$ 4. $m = -\frac{3}{5}$ 5. $p = 1, q = 0$

6. (1) $x_1 = 2, x_2 = 2\sqrt{2}$ (2) $x_1 = \frac{1}{6}, x_2 = -\frac{1}{3}$

7. (1) $1 < m \leq \frac{5}{4}$ (2) $m < -1$ (3) $-1 < m < 1$ (4) $m = \frac{1}{2}$

(5) $m = -\sqrt{2}$ (6) $m = \pm 1$

作业二 1. (1) D (2) A 2. (1) $x = -2$ (2) $x = \frac{1}{2}$ (3) $x_1 = 2, x_2 =$

$$\frac{1}{2}, x_3 = 3 + \sqrt{10}, x_4 = 3 - \sqrt{10}$$

$$3. (1) 12 \quad (2) 20$$

作业三 1. (1) $x = -\frac{1}{2}$ (2) $x = 3$ 2. (1) 无 (2) 无 (3) 无 (4) 无
(5) 无

$$3. (1) A \quad (2) C \quad 4. (1) x = 3 \quad (2) x_1 = 0, x_2 = -5 \quad 5. \begin{cases} x = -2, \\ y = -4 \end{cases}$$

作业四 1. (1) 0 (2) $(-2, 6)$ (3) $(6, 8)$ 或 $(6, -8)$ (4) $x \geq \frac{1}{2}$
(5) $x < 5$ (6) $x \neq 0$ 且 $x \neq -2$ (7) $y = -x + 2$

$$2. (1) D \quad (2) B \quad (3) D \quad (4) B$$

$$3. (1) P(0, \frac{\sqrt{3}}{3}) \quad (2) k = -\frac{\sqrt{3}}{3}$$

作业一

练一练

1. 填空题.

(1) 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, 斜边 AB 是直角边 AC 的 3 倍, 则 $\angle A$ 的四个三角函数值是: $\sin A =$ _____, $\cos A =$ _____, $\tan A =$ _____, $\cot A =$ _____.

(2) 在等腰三角形中, 已知腰与底的比为 5:8, 则底角的四个三角函数值是: $\sin A =$ _____, $\cos A =$ _____, $\tan A =$ _____, $\cot A =$ _____.

(3) 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle C = 90^\circ$, $\angle A = 30^\circ$, $a = 5$, 则斜边上的高 $CD =$ _____.

(4) 化简 $\frac{\sin 20^\circ}{\cos 70^\circ} - \tan 45^\circ =$ _____.

2. 选择题.

(1) 下列等式中成立的一共有 ().

$$\sin \alpha = \frac{\sqrt{3}}{2} = 60^\circ; \sin 30^\circ = \cos 60^\circ; \tan 30^\circ \cdot \cot 30^\circ = 1; \tan 60^\circ = \cot 60^\circ.$$

A. 1 个 B. 2 个 C. 3 个 D. 4 个

(2) 已知 $\sin \alpha_1 = 0.4695$, $\cos \alpha_2 = 0.8870$, $\tan \alpha_3 = 0.5430$, $\cot \alpha_4 = 1.962$, 查表求出 α_1 、 α_2 、 α_3 、 α_4 , 它们的大小顺序是 ().

A. $\alpha_1 < \alpha_2 < \alpha_3 < \alpha_4$ B. $\alpha_4 < \alpha_2 < \alpha_1 < \alpha_3$

C. $\alpha_4 < \alpha_1 < \alpha_2 < \alpha_3$ D. $\alpha_4 < \alpha_2 < \alpha_3 < \alpha_1$

3. 求值: $(\tan 45^\circ + \sin 60^\circ + \cos 60^\circ)(1 - \cos 30^\circ + \sin 30^\circ)$.

4. 根据下列条件解直角三角形 ($\angle C = 90^\circ$).

(1) $c = 5$, $\angle A = 60^\circ$;

(2) $a = 8\sqrt{3}$, $b = 8$.

5. 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle C = 90^\circ$, $b = 12$, $\angle A$ 的平分线 $AD = 8\sqrt{3}$, 解这个三角形.

读
一
读

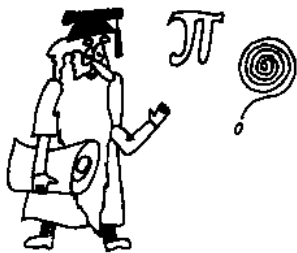
圆周率是不是算到了小数点后十亿位

圆的周长和直径的比值称为圆周率. 1737 年, 经数学大师欧拉的倡导, 采用希腊字母“ π ”表示圆周率. 在小学, $\pi = 3.14$, 到了中学, $\pi = 3.1416$, 实际上, 这都是近似值. 圆周率是一个无限不循环小数, 因而无法精确地算出它的值来.

我国古人所说的“径一周三”, 即是“直径为 1 时圆的周长为 3”, 这是世界上最早的圆周率.

两千多年前, 古希腊学者阿基米德求得圆周率的值在 3.1408 至 3.1429 之间.

公元 1 世纪初, 我国汉代刘歆求得圆周率值为 3.1547; 2 世纪时, 张衡得到圆周率值为 $\sqrt{10}$; 3 世纪时, 刘徽得到的圆周率值是 3.1416.



公元 5 世纪, 祖冲之用“刘徽割圆术”求得圆周率值是

在两个小数之间: $3.1415926 < \pi < 3.1415927$, 他还提出圆周率的“约率”为 $\frac{22}{7}$, “密率”为 $\frac{355}{113}$. 他做的计算工作, 一直过了 800 多年, 才由阿拉伯的卡西超过. 1427 年, 卡西得出精确到 17 位的 π 值.

1610 年荷兰人鲁道夫花了毕生精力将圆周率算到小数点后 35 位, 并且将这个数刻在他的墓碑上, 后人称之为“鲁道夫数”.

尔后, 日本人关孝和与其弟子建部贤之将 π 的值算到小数点后 42 位.

1789 年, 英国人乔治·威加将 π 算到小数点后 143 位 (正确部分为 126 位), 使 π 值首次突破百位大关.

1844 年, 查哈廉斯·达斯将 π 算到小数点后 200 位.