根据国家教委最新教学大纲编写

《高考中考达标》丛书

高考
数学达标必读

丛书主编　云天陆研

本册主编　祖津

航空工业出版社

根据国家教委最新教学大纲编写

《高考中考达标》丛书

高考数学达标必读

丛书主编　云　天　陆　研

本册主编　祖　津

本册编者　蒋佩锦　廖明媚　侯　芳

曹木秀　杨玉蓉　田鸣凤

罗怀祖　白　云

航空工业出版社

1994

(京）新登字 161 号

《高考中考达标》丛书
高考数学达标必读
丛书主编　云　天　陆　研
本册主编　祖　津
本册编者　蒋佩锦　等

航空工业出版社出版发行
（北京市安定门外小关东里 14 号）
—邮政编码：100029—
全国各地新华书店经售
北京地质印刷厂印刷

1994年 1 月第 1 版　　1994年 1 月第 1 次印刷
开本：787×1092 1/16　　印张：13
印数：1—5000　　字数：319 千字
ISBN 7-80046-716-3/O·020
定价：7.90 元

前　言

《高考中考达标》丛书，是一套帮助考生复习备考，力争考试达到录取标准的复习指导丛书。

为了达此目的，编者在编写这套丛书时，作了如下努力：

第一，组成了一个由名师组成的编写核心队伍。因为只有由这些既有教学和指导中考、高考复习的丰富经验，又有编写教材和命题经历的教师组成的核心队伍来编此丛书，达标才有基本的保证。

第二，丛书选取了一个最佳的写作角度，即紧紧围绕达标这个中心组织材料，结构全书。那么，怎样才能达标呢？丛书分别从“循纲”、“备考”、“应试”三方面作了深入的探讨。所谓“循纲”，就是遵循各科《教学大纲》和《考试说明》所规定的知识能力要求和考试的重点、难点，结合复习，对考生进行宏观指导，以使考生一开始就能把握复习要点瞄准“达标”这个靶子。所谓“备考”，就是根据教材的知识体系，结合考点、重点、难点，以单元练习的形式，全面、系统地对所学知识进行复习，使之“万无一失”认真备考，为达标奠定坚实的基础。所谓“应试”就是以《考试说明》和近年中考、高考试试题为蓝本，从不同角度出题模拟，对考生进行全面的应试演习，以增强其应试能力。我们想，通过这样的反复训练，达标便不会是一句空话了。

由此可见，达标丛书，是名师们献给广大中、高考考生的一片爱心。这里有他们的心血，有他们的汗水，有他们的智慧，也有对考生达标的殷切期望。

我们热切地希望这套丛书能引导、伴随那些在学习道路上孜孜不倦、锲而不舍的考生，能够通过自己的努力，走向达标的成功之路。

云天　陆研

1993年11月于北京阳照寓所

目　录

循 纲 篇

国家教委考试中心颁发的普通高等学校招生全国统一考试《数学科说明》是带法规性的文件，它是高考命题和应试复习的依据。《说明》规定考试内容以《教学大纲》中的高中阶段的教学内容为主，分代数、立体几何、平面解析几何三科．共十三章，130个知识点．《说明》还规定考试要考查“三基四力”，即考查基础知识、基本技能、基本方法，运算能力、逻辑思维能力、空间想象能力以及运用所学数学知识和方法，分析问题和解决问题的能力．各学科在考试中所占分数的百分比与它们在教学中所占课时的百分比大致相同，即代数约占60％，立体几何约占20％，平面解析几何约占20％（函数、数列、不等式、三角变换、直线和平面、直线和圆锥曲线，这些重点内容的分数比例一般要高于它们在教学大纲中的课时比例）．《说明》还规定了试题的题型及其比例，规定了容易题（难度为0.7以上的题）、中等题（难度为0.4～0.7之间的题）和难题（难度为0.2～0.4之间的题）的分值比约为3:5:2．

一、幂函数、指数函数和对数函数

本章共十三个知识点，是高考试题重点考查的内容之一，历年试题都几乎涉及到每一个知识点，因此本章应是复习中得到充分重视的内容．

1．集合包含两部分内容，一是集合本身的内容，即要求准确理解集合的有关概念，要求正确使用有关的符号；二是集合作为一种数学语言、数学思想在考查其他内容时的应用．近几年来，对集合的考查，较多的是考查了后者．

例　集合$M=\left\{x \,\middle|\, x=\frac{k\pi}{2}+\frac{\pi}{4},\ \ k\in Z\right\}$，$N=\left\{x \,\middle|\, x=\frac{k\pi}{4}+\frac{\pi}{2},\ \ k\in Z\right\}$，则（C）．

（A）$M=N$　　（B）$M\supset N$　　（C）$M\subset N$　　（D）$M\cap N=\Phi$

2．理解函数的概念包括理解函数从变量观点和从映射观点所给的定义；掌握函数的三要素及其作用；并以三要素为指导，理解反函数与原函数的关系，并掌握求函数定义域、某些函数的值域、函数的解析式以及给定函数的反函数等技能．

例 1　已知函数$y=f(x)$，$x\in F$，$y\in M$，那么集合$\{(x,\ y)|y=f(x)\}\cap\{(x,\ y)|x=1\}$中所包含元素的个数是（C）．

（A）0　　（B）1　　（C）0或1　　（D）1或2

例 2　函数$y=4^x-2^{x+1}$（$x>0$）的反函数是________．（$y=\log_2(1+\sqrt{1+x})$（$x>-1$））

3．函数的性质包括奇偶性、单调性、周期性和最值．要求掌握这些性质的意义，会根据定义判断函数的奇偶性、单调性、会求某些函数最大值和最小值，并能综合运用这些知识解题．

例　$F(x)=\left(1+\frac{2}{2^x-1}\right)f(x)$（$x\neq0$）是偶函数，且$f(x)$不恒等于零，则$f(x)$（B）。

（A）是奇函数　　　　　　　　　　（B）是偶函数

（C）可能是奇函数也可能是偶函数　（D）不是奇函数也不是偶函数

4．对于函数的图象，要求掌握画函数图象的两种方法，即描点法和图象变换法．要求应用数形结合的思想以图辅助解决一些问题．

例　关于x的方程$a^x+1=2a+2x-x^2$（其中$a>0$，$a\neq1$）的解的个数是＿2＿．

5．对于二次函数、幂函数、指数函数和对数函数要把由它们构成的较复杂的函数作为研究重点．

6．会解简单的指数方程和对数方程，会运用等价变换、逻辑划分的思想，对含有字母系数的指数方程和对数方程进行讨论分析．

例　已知$a>0$，$a\neq1$，试求使方程$\log_a(x-ak)=\log_{a^2}(x^2-a^2)$有解的$k$的取值范围．

二、三角函数

本章共有十个知识点，本章除要复习好平面三角的基础——任意角的三角函数的定义及性质外，要着重复习好三角函数的图象和性质．此内容历年高考中，考查的频率是较高的，多以选择题或填空题的题型出现．

1．在理解角的弧度制的基础上，掌握任意角的三角函数的定义、三角函数的符号．会用诱导公式求任意角的三角函数值．会用同角三角函数的关系作有关三角函数式的求值、化简和证明．

2．了解周期函数和最小正周期的意义，会求形如$y=A\sin(\omega x+\phi)$等类型函数的最小正周期．应该注意把重点放在通过三角变换先把函数式变成上述类型，再求最小正周期的问题上．

例　下列函数中，最小正周期为π的偶函数是（D）．

（A）$y=\sin2x$　　　　（B）$y=\cos\frac{x}{2}$

（C）$y=\sin2x+\cos2x$　　（D）$y=\frac{1-\mathrm{tg}^2x}{1+\mathrm{tg}^2x}$

3．对于三角函数的图象和性质，要求了解正弦、余弦、正切、余切函数的图象的画法，会用“五点法”画正弦、余弦函数和函数$y=A\sin(\omega x+\phi)$的简图．掌握三角函数图象的平移变换、伸缩变换．能从有关函数图象指出这个函数的性质．并能解决与正弦曲线有关的实际问题．

例1　把函数$y=\cos x$的图象上各点的横坐标缩小成原来的一半，纵坐标不变，得到图象（C）．再把图象（C）向左平移$\frac{\pi}{4}$，则所得图象的函数式是（D）．

（A）$y=\cos\left(2x+\frac{\pi}{4}\right)$　　（B）$y=\cos\left(\frac{x}{2}+\frac{\pi}{4}\right)$

（C）$y=\sin2x$　　　　（D）$y=-\sin2x$

例 2 函数$y=\sin\left(2x+\frac{5\pi}{2}\right)$的图象的一条对称轴的方程是（A）

（A）$x=-\frac{\pi}{2}$　（B）$x=-\frac{\pi}{4}$　（C）$x=\frac{\pi}{8}$　（D）$x=\frac{5\pi}{4}$

例 3 求函数$y=\sin^2x+2\sin x\cos x+3\cos^2x$的最小值，并写出使函数$y$取最小值的$x$的集合。（$y$的最小值是$2-\sqrt{2}$．使$y$取最小值的$x$的集合为$\left\{x \,\middle|\, x=k\pi-\frac{3\pi}{8},\ k\in Z\right\}$）

三、两角和与差的三角函数

本章共有四个知识点，中心是三角变换，这是数学中工具性的内容．历年高考试题中有选择题、填空题，也有解答题，难度限在中等题的难度范围内．

1．两角和、两角差、二倍角与半角的正弦、余弦、正切公式，以及三角函数的积化和差与和差化积等公式是三角变换的依据．要求能推导这些公式，熟记这些公式，理解这些公式成立的条件和结构特征，并会对它们作正用和反用．

例 1 $\mathrm{tg}(\alpha+\beta)=0$是$\mathrm{tg}\alpha+\mathrm{tg}\beta=0$成立的（B）．

（A）充分条件但非必要条件　（B）必要条件但非充分条件

（C）充分必要条件　（D）既非充分条件也非必要条件

例 2 $\sin15^\circ\cos30^\circ\sin75^\circ$的值等于（B）．

（A）$\frac{\sqrt{3}}{4}$　（B）$\frac{\sqrt{3}}{8}$　（C）$\frac{1}{8}$　（D）$\frac{1}{4}$

2．认识三角函数式的特征和三角变换的一般规律，能正确运用有关公式化简三角函数式，求某些角的三角函数值，证明较简单的三角恒等式并用此解决一些简单的实际问题．

例 1 已知α、β都是锐角，$\cos\alpha=\frac{4}{5}$，$\mathrm{tg}(\alpha-\beta)=-\frac{1}{3}$，求$\cos\beta$的值．$\left(\frac{9}{50}\sqrt{10}\right)$

例 2 求$\sin^2 20^\circ+\cos^2 80^\circ+\sqrt{3}\sin20^\circ\cos80^\circ$的值．$\left(\frac{1}{4}\right)$

例 3 把$1-\frac{1}{4}\sin^2 2\alpha-\sin^2\beta-\cos^4\alpha$化成积的形式（要求结果最简）．
$(\sin(\alpha+\beta)\sin(\alpha-\beta))$

例 4 已知$\sin A+\sin 3A+\sin 5A=a$，$\cos A+\cos 3A+\cos 5A=b$．

求证：（1）当$b\neq0$时，$\mathrm{tg}\,3A=\frac{a}{b}$．　（2）$(1+2\cos 2A)^2=a^2+b^2$．

四、反三角函数和简单三角方程

本章共有五个知识点．文史类试题不考查本章内容．历年高考试题多以选择题或填空题的类型出现．难度不超过中等题的难度．

1．理解三角函数必须在某种限制条件下才有反函数，理解反三角函数式实际上表示某个特定区间内的角，并能依此进行有关反三角函数的运算．

例 1 若$-1<a<0$，则在$\left[-\frac{\pi}{2},\ \frac{3\pi}{2}\right]$上满足$\sin x\geqslant a$的$x$的取值范围是（B）．

（A）$[\arcsin a, \pi+\arcsin a]$　　（B）$[\arcsin a, \pi-\arcsin a]$

（C）$[-\arcsin a, \pi-\arcsin a]$　　（D）$[-\arcsin a, \pi+\arcsin a]$

例 2　$\arcsin\frac{8}{17}+2\operatorname{arc\,tg}4=$ $\underline{\ \pi\ }$.

2．能由反三角函数的图象得出反三角函数的性质，能由反三角函数的定义、性质解决一些简单问题．

例 1　函数 $y=\sqrt{\arcsin\frac{1}{x}}$ 的定义域是 $\underline{[1, +\infty)}$，值域是 $\underline{\left(0, \frac{\sqrt{2\pi}}{2}\right]}$.

例 2　$\arccos(-x)$ 大于 $\arccos x$ 的充要条件是（A）.

（A）$x\in(0, 1]$　　（B）$x\in(-1, 0)$

（C）$x\in[0, 1]$　　（D）$x\in\left[0, \frac{\pi}{2}\right]$

3．能熟练写出最简单的三角方程的解集，并会用三角变换、换元等方法解简单的三角方程．

例　方程 $\cos 2x=3\cos x+1$ 的解集是（A）.

（A）$\left\{x \middle| x=2k\pi\pm\frac{2\pi}{3}, k\in Z\right\}$　　（B）$\left\{x \middle| x=k\pi\pm\frac{\pi}{3}, k\in Z\right\}$

（C）$\left\{x \middle| x=k\pi\pm\frac{2\pi}{3}, k\in Z\right\}$　　（D）$\left\{x \middle| x=2k\pi\pm\frac{\pi}{3}, k\in Z\right\}$

五、不等式

本章共有五个知识点．本章也是工具性的内容．历年高考试题中，除经常考查不等式的性质，解各类不等式外，还常把不等式和其他内容综合考查．

1．掌握不等式的性质，分清各性质中条件对于结论的充分必要性．掌握两个（或三个）正数的算术平均数不小于它们的几何平均数的定理．掌握不等式证明的三种基本方法，即比较法、分析法、综合法．

例 1　若 a、b、$c\in R$，且 $a>b$，则下列不等式中一定成立的是（D）.

（A）$a+c\geqslant b+c$　　（B）$ac\geqslant bc$　　（C）$\frac{c^2}{a-b}>0$　　（D）$(a-b)c^2\geqslant 0$

例 2　设 a、b 为实数，且 $a+b=3$，则 2^a+2^b 的最小值是（B）.

（A）6　　（B）$4\sqrt{2}$　　（C）$2\sqrt{2}$　　（D）$2\sqrt{6}$

例 3　设 $x>0$，$y>0$，证明：$(x^2+y^2)^{\frac{1}{2}}>(x^3+y^3)^{\frac{1}{3}}$.

2．在掌握不等式性质的基础上，运用等价变换的思想，会解各类不等式，并能对含字母系数的不等式求解进行分类讨论．

例 1　解不等式：$\sqrt{5-4x-x^2}\geqslant x$．$\left(-5\leqslant x\leqslant\frac{-2+\sqrt{14}}{2}\right)$

例 2　解关于 x 的不等式：

$$|\log_a{}^2x-1|>2a-1\ (a>0, a\neq 1).$$

$\Big($当 $0<a<\frac{1}{2}$ 时，解集为 $\{x|x>0\}$；当 $a=\frac{1}{2}$ 时，解集为 $\left\{x|x>0 \text{且} x\neq 2, x\neq\frac{1}{2}\right\}$；当 $\frac{1}{2}<$

$a<1$时，解集为$\{x|0<x<a^{\sqrt{2a}}$或$a^{\sqrt{2(1-a)}}<x<a^{-\sqrt{2(1-a)}}$或$x>a^{-\sqrt{2a}}\}$；当$a>1$时，解集为$\{x|0<x<a^{-\sqrt{2a}}$或$x>a^{\sqrt{2a}}\}$.

3．不等式在综合题中的运用

例 1 已知关于实数x的不等式：

$\left|x-\frac{(a+1)^2}{2}\right|\leqslant\frac{(a-1)^2}{2}$，$x^2-3(a+1)x+2(3a+1)\leqslant0$的解集依次为$A$和$B$．且$A\cap B=\Phi$，求实数$a$的取值范围．($0<a<1$)

例 2 已知椭圆$\frac{x^2}{16}+\frac{y^2}{9}=1$．问实数$m$在什么范围内取值时，过点（0，$m$）存在两条相互垂直的直线都与椭圆有公共点．($m\in[-5,5]$)

六、数列、极限、数学归纳法

本章共五个知识点．数列又是历年高考试题中重点考查的内容．近年来对数列的考查多围绕等差数列和等比数列进行．不宜在递推问题上超出《说明》界定的要求．

1．理解数列的有关概念，理解数列是一种特殊的函数，掌握数列的各种表示方法，能用归纳法由数列给出的前几项，写出通项公式，并会用数学归纳法予以证明．

2．掌握等差数列与等比数列的概念，掌握它们的通项公式与前n项和公式，并能运用这些知识解决一些问题．还要注意方程和函数思想在这里的应用．

例 1 在各项均为正数的等比数列$\{a_n\}$中，若$a_5a_6=9$，则$\log_3a_1+\log_3a_2+\cdots+\log_3a_{10}=$(B)．

(A) 12 (B) 10 (C) 8 (D) $2+\log_35$

例 2 设等差数列$\{a_n\}$的前n项和为S_n．已知$a_3=12$，$S_{12}>0$，$S_{13}<0$．

(1) 求公差d的取值范围； $\left(-\frac{24}{7}<d<-3\right)$

(2) 指出S_1、S_2、$\cdots S_{12}$中哪一个值最大，并说明理由．(S_6的值最大)

3．在了解数列极限意义的基础上，着重掌握求数列极限的方法．并会求公比的绝对值小于1的无穷等比数列前n项和的极限．

4．了解数学归纳法的原理，并能用数学归纳法证明一些简单问题．

七、复数

本章共七个知识点．重点是复数的概念及其运算，难点是复数及其运算的几何意义及应用，也是历年高考试题中必考的内容．

1．理解复数的概念，掌握复数的三种表示形式，即代数形式、几何形式和三角形式．能对三种形式进行合理选择，并能将它们相互转换．

例 1 设$\theta\in\left(\frac{\pi}{2},\pi\right)$，复数$Z=(1+i)(\cos\theta-i\sin\theta)$的辐角主值是(A)．

(A) $\frac{9\pi}{4}-\theta$ (B) $\frac{\pi}{4}+\theta$ (C) $\frac{3\pi}{4}-\theta$ (D) $2\pi-\theta$

例 2 求同时满足下列两个条件的所有复数Z：(1) $Z+\frac{10}{Z}$是实数，且$1<Z+\frac{10}{Z}\leqslant$

6：（2）Z的实部和虚部都是整数.（$Z=1\pm3i$ 或 $Z=3\pm i$）

2．掌握复数的运算法则，能正确地进行复数的运算，并能运用复数及其几何意义解决一些问题.

例 1 当 $Z=-\frac{1-i}{\sqrt{2}}$时，$Z^{100}+Z^{50}+1$ 的值等于（D）.

（A）1　　（B）-1　　（C）i　　（D）$-i$

例 2 在复平面内，已知等边三角形的两个顶点所表示的复数分别为 2，$\frac{1}{2}+\frac{\sqrt{3}}{2}i$，求第三个顶点所表示的复数.$\left(\frac{1}{2}-\frac{\sqrt{3}}{2}i\right.$ 或 $\left.2+\sqrt{3}i\right)$

例 3 设O为复平面的原点，Z_1 和 Z_2为复平面内的两个动点，并且满足：

（1）Z_1和 Z_2所对应的复数的辐角分别为定值 θ 和$-\theta\left(0<\theta<\frac{\pi}{2}\right)$，

（2）$\triangle OZ_1Z_2$ 的面积为定值S.求$\triangle OZ_1Z_2$的重心Z所对应的复数的模的最小值.$\left(\frac{2}{3}\sqrt{S\ \mathrm{ctg}\ \theta}\right)$

3．掌握在复数集中解一元二次方程和二项方程的方法.

例 1 $x\in C$，一元二次方程$x^2-2ix-5=0$根的情况是（C）.

（A）有两个不相等的实数根　　（B）有一对共轭复数根

（C）有两个虚根　　（D）有一个实根一个虚根

例 2 设复数$Z=\cos\theta+i\sin\theta$（$0<\theta<\pi$），$\omega=\frac{1-(\bar{Z})^4}{1+Z^4}$，并且 $|\omega|=\frac{\sqrt{3}}{3}$，$\arg\omega<\frac{\pi}{2}$.求 θ.$\left(\theta=\frac{\pi}{12}\right.$　或　$\left.\theta=\frac{7\pi}{12}\right)$

八、排列、组合、二项式定理

本章共八个知识点.在历年高考试题中，题目类型都以选择题、填空题出现.

1．掌握加法原理及乘法原理，并能用这两个原理分析和解决一些简单问题.

例 5 位高中毕业生，准备报考三所高等院校，每人报且仅报一所，不同的报名方法共有（C）.

（A）C_5^3种　　（B）P_5^3种　　（C）3^5种　　（D）5^3种

2．理解排列、组合的意义，掌握排列数、组合数的计算公式和组合数的性质，并能运用这些知识和分类讨论的思想解答一些简单的排列、组合应用题.

例 1 由数字 1，2，3，4，5 组成没有重复数字的五位数，其中小于 50000 的偶数共有（C）.

（A）60个　　（B）48个　　（C）36个　　（D）24个

例 2 同室四人各写一张贺年卡，先集中起来，然后每人从中拿一张别人送出的贺年卡，则四张贺年卡不同的分配方式有（B）.

（A）6 种　　（B）9 种　　（C）11种　　（D）23种

例 3 如果把两条异面直线看成“一对”，那么六棱锥的棱所在的 12 条直线中，异面

直线共有（B）。

（A）12对　　（B）24对　　（C）36对　　（D）48对

3．掌握二项式定理和二项展开式的通项公式及二项式系数的性质，并能用它们计算和论证一些简单问题。

例 1　$(\sqrt{x}+1)^4(x-1)^5$展开式中x^4的系数为（D）。

（A）-40　　（B）10　　（C）40　　（D）45

例 2　已知$(1+x)+(1+x)^2+\cdots+(1+x)^n=a_0+a_1x+a_2x^2+\cdots+a_nx^n$，且$a_0+a_1+\cdots+a_n=30$，那么自然数$n=$ __4__。

例 3　1993^4除以9所得的余数是（B）。

（A）3　　（B）4　　（C）5　　（D）6

九、直线和平面

本章共有二十一个知识点。本章的中心是研究直线和平面的位置关系和数量关系，重点是平行、垂直关系以及有关距离和角的计算。本章考查重点是空间想象能力和逻辑推理能力。历年高考试题中，各种题型都有，但得分情况却不理想。

1．掌握平面的基本性质，掌握空间两条直线、直线和平面、两个平面的位置关系，尤其是平行和垂直关系，能运用有关概念、判定和性质进行论证和解决有关问题（包括反证法）。

例 1　在正方形$SG_1G_2G_3$中，E、F分别是G_1G_2及G_2G_3的中点，D是EF的中点，现在沿SE、SF把这个正方形折成一个四面体，使G_1、G_2、G_3三点重合，重合后的点记作G。那么，在四面体$S\text{-}EFG$中必有（A）。

（A）$SG\perp\triangle EFG$所在平面　　（B）$SD\perp\triangle EFG$所在平面

（C）$GF\perp\triangle SEF$所在平面　　（D）$GD\perp\triangle SEF$所在平面

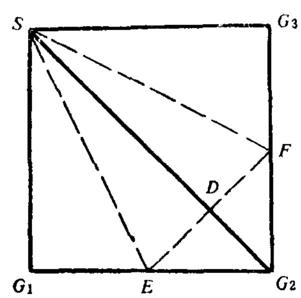

图 1

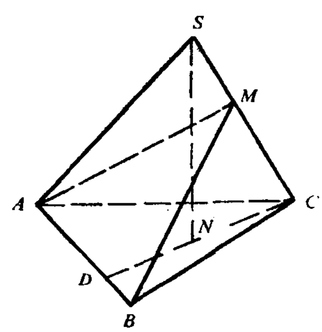

图 2

例 2　如图2，三棱锥$S\text{-}ABC$中，S在底面上的射影N位于底面的高CD上；M是侧棱SC上的一点，使截面MAB与底面所成的角等于$\angle NSC$。求证SC垂直于截面MAB。

2．掌握直线和平面所成的角与距离的概念，并能对作出的有关的角或表示距离的线段，证明其即所求的角或距离，再运用解三角形的知识进行有关的计算，求出所求角或距离。对于异面直线的距离，只要求会计算已给出公垂线时的距离。

例 1　已知$ABCD$是边长为4的正方形，E、F分别是AB、AD的中点。$GC\perp$平面

$ABCD$，且 $GC=2$．求点 B 到平面 EFG 的距离．$\left(\frac{2\sqrt{11}}{11}\right)$

例 2 长方体 $ABCD\text{-}A_1B_1C_1D_1$ 中，$AB=2$，$AA_1=AD=1$，求二平面 AB_1C 与 $A_1B_1C_1D_1$ 所成二面角的大小．$\left(\operatorname{arc\,tg}\frac{\sqrt{5}}{2}\quad 或\quad \pi-\operatorname{arctg}\frac{\sqrt{5}}{2}\right)$

十、多面体和旋转体

本章共十三个知识点．本章的重点是在理解有关多面体和旋转体的概念及其性质的基础上，作求积计算．既要运用直线和平面的有关知识，又要有一定的计算能力．这是把推理和计算综合进行的内容．

1．理解棱柱、棱锥、棱台、圆柱、圆锥、圆台和球的有关概念及性质．

例 1 四棱锥成为正四棱锥的一个充分但不必要条件是（A）．

（A）各侧面是等边三角形

（B）底面是正方形

（C）各侧面是等腰三角形且底面为正方形

（D）顶点到底面的射影在底面四边形对角线的交点上

例 2 “两底面直径之差等于母线长”的圆台（B）．

（A）是不存在的　　（B）其母线与下底面必成60°角

（C）其母线与下底面所成的角不是定值　　（D）其高与母线必成60°角

2．掌握直棱柱、正棱锥、正棱台和圆柱、圆锥、圆台、球的表面积和体积公式，以及球冠的面积公式，并能运用这些公式进行计算．

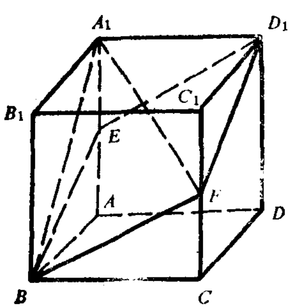

图 3

例 1 如图 3，已知 $ABCD\text{-}A_1B_1C_1D_1$ 是棱长为 a 的正方体，E、F 分别为棱 AA_1 和 CC_1 的中点，求四棱锥 $A_1\text{-}EBFD_1$ 的体积．$\left(\frac{1}{6}a^3\right)$

例 2 $ABCD$ 是直角梯形，$AB\parallel CD$，$BC\perp AB$，$CD=20$，$AB=40$，$BC=15$．MN 是过 B 点且平行于 DA 的一条直线．把梯形 $ABCD$ 绕直线 MN 旋转一周，求所得旋转体的表面积．　（3060π）

3．对于截面问题，只要求会解决几种特殊的截面，即棱柱、棱锥、棱台的对角面，棱柱的直截面，圆柱、圆锥、圆台的轴截面和平行于底面的截面，球的截面，以及已给出图形或它的全部顶点的其他截面的有关问题．

十一、直线

本章包括十一个知识点．本章的重点在于通过对熟悉的直线性质的代数法研究，熟悉解析法的基本思想．本章内容在历年高考试题中，多以选择题、填空题的类型进行考查．

1．进一步掌握坐标系在解析法中的作用，熟悉两点距离公式、定比分点公式等基本公式及其应用．

例 已知$A(4,1)$，$B(-2,4)$，直线AB与x轴的交点分线段$\overline{AB}$所成的比λ及分点的横坐标依次是（D）。

（A）-4，6　　（B）4，$-\frac{4}{5}$　　（C）$-\frac{1}{4}$，$\frac{14}{3}$　　（D）$-\frac{1}{4}$，6

2．熟练掌握直线方程的点斜式，掌握直线方程的斜截式、两点式、截距式和一般式。能运用待定系数法，根据条件求出直线方程。

例 1 直线l过点（2，-1），它在y轴上的截距是它在x轴上截距的2倍。则直线l的方程是<u>$2x+y-3=0$　或　$x+2y=0$。</u>

例 2 光线从点$A(2,3)$发出后，在直线$x+y+1=0$上反射，反射线过点（1，1）。求反射线所在直线的方程。　（$4x-5y+1=0$）

3．掌握两条直线平行与垂直的条件，能够根据直线的方程判定两直线的位置关系。会求两相交直线的夹角和交点。掌握点到直线的距离公式。

例 1 已知两条直线$(3a+12)x+(1-4a)y+8=0$与$(5a-2)x+(a+4)y-7=0$相互垂直，则$a=$<u>-4 或 $\frac{5}{11}$。</u>

例 2 在直角坐标系中，$\triangle ABC$的三个顶点是$A(0,3)$，$B(3,3)$，$C(2,0)$。若直线$x=a$将$\triangle ABC$分割成面积相等的两部分，则实数a的值是（A）。

（A）$\sqrt{3}$　　（B）$1+\frac{\sqrt{2}}{2}$　　（C）$1+\frac{\sqrt{3}}{3}$　　（D）$2-\frac{\sqrt{2}}{2}$

十二、圆锥曲线

本章共二十个知识点。这是平面解析几何的主体内容，也是历年高考试题的重点考查内容之一。

1．曲线方程的概念是解析几何中最基本的概念，要掌握这个概念，并掌握求曲线方程的步骤，对于给出的方程能画出其表示的曲线。

例 1 已知两定点$A(-3,0)$，$B(3,0)$。P是动点，且$|PB|-|PA|=2\sqrt{5}$。求P点的轨迹方程。$\left(4x^2-5y^2=20\quad\left(x\leqslant-\frac{5}{3}\right)\right)$

例 2 一动点在定圆$x^2+y^2=1$上移动，求这动点与定点（3，0）连线的中点的轨迹方程。　（$x^2+y^2-3x+2=0$）

2．理解充要条件的概念，并能运用这概念作判断和推理。

3．掌握圆锥曲线的定义、标准方程和性质，能用待定系数法求出圆锥曲线的标准方程。

例 1 设椭圆中心是坐标原点，长轴在x轴上，离心率$e=\frac{\sqrt{3}}{2}$，已知点$P\left(0,\frac{3}{2}\right)$到这个椭圆上的点的最远距离是$\sqrt{7}$。求这个椭圆的方程，并求椭圆上到点$P$的距离等于$\sqrt{7}$的点的坐标。$\left(\frac{x^2}{4}+y^2=1,\quad\left(\pm\sqrt{3},-\frac{1}{2}\right)\right)$

例 2 如果双曲线$\frac{x^2}{64}-\frac{y^2}{36}=1$上一点$P$到它的右焦点的距离是8，那么点$P$到它的右

准线的距离是（D）。

（A）10　　（B）$\frac{32\sqrt{7}}{7}$　　（C）$2\sqrt{7}$　　（D）$\frac{32}{5}$

例 3　圆心在抛物线$y^2=2x$上，且与x轴和该抛物线的准线都相切的一个圆的方程是（D）。

（A）$x^2+y^2-x-2y-\frac{1}{4}=0$　　（B）$x^2+y^2+x-2y+1=0$

（C）$x^2+y^2-x-2y+1=0$　　（D）$x^2+y^2-x-2y+\frac{1}{4}=0$

4．对于直线和圆锥曲线、两条圆锥曲线的关系的研究，要求通过等价变换，把有关的关系转化成相应方程组解的组数去处理．通过对方程组的求解或讨论，而使问题得到解决。

例 1　已知椭圆$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$（$a>b>0$），$A$和$B$是椭圆上的两点，线段$AB$的垂直平分线与$x$轴相交于点$P$（$x_0$，0）。证明：$-\frac{a^2-b^2}{a}<x_0<\frac{a^2-b^2}{a}$。

例 2　已知椭圆$\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{9}=1$和抛物线$y=x^2-m$．问$m$取什么值时，这两条曲线有四个不同的公共点．$\left(3<m<\frac{73}{16}\right)$

5．理解坐标平移的意义，掌握利用坐标平移化简圆锥曲线方程的方法．

十三、参数方程和极坐标

本章共八个知识点．文史类试题不考查本章内容．历年高考试题多以选择题、填空题类型考查．

1．理解参数方程的概念，掌握参数方程与普通方程的互化方法．会根据给出的参数，依据条件建立参数方程．了解某些常用参数方程中参数的意义，并用此解决一些问题．

例　参数方程$\begin{cases} x=\left|\cos\frac{\theta}{2}+\sin\frac{\theta}{2}\right|, \\ y=\frac{1}{2}(1+\sin\theta) \end{cases}$（$0<\theta<2\pi$）表示（B）。

（A）双曲线的一支，这支过点$\left(1,\frac{1}{2}\right)$

（B）抛物线的一部分，这部分过点$\left(1,\frac{1}{2}\right)$

（C）双曲线的一支，这支过点$\left(-1,\frac{1}{2}\right)$

（D）抛物线的一部分，这部分过点$\left(-1,\frac{1}{2}\right)$

2．理解极坐标的概念．会正确进行点的极坐标与直角坐标的互化．会正确将极坐标