中等职业学校教材

数学

ZHONG DENG ZHI YE XUE XIAO JIAO CAI SHU XUE

大连教育学院职业学校教师教育中心 编著

大连理工大学出版社

中等职业学校教材

数　学

主　编　任　重　邹恩众

副主编　张凌瑶　姜　丽
　　　　曹玉国　李慧媛

大连理工大学出版社

图书在版编目(CIP)数据

数学 / 大连教育学院职业学校教师教育中心编著 .—大连 : 大连理工大学出版社,2006. 8
(中等职业学校教材)
ISBN 7-5611-3315-4

Ⅰ. 数…　Ⅱ. 大…　Ⅲ. 数学课—专业学校—教材　Ⅳ. G634. 601

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2006)第 092189 号

大连理工大学出版社出版
地址:大连市软件园路 80 号　邮政编码:116023
发行:0411-84708842　邮购:0411-84703636　传真:0411-84701466
E-mail:dutp@dutp.cn　URL:http://www.dutp.cn
大连业发印刷有限公司印刷　大连理工大学出版社发行

幅面尺寸:185mm×260mm　印张:9.25　字数:170 千字
2006 年 8 月第 1 版　2006 年 8 月第 1 次印刷

责任编辑:文　英　责任校对:文　心
封面设计:苏儒光

定　价:12.00 元

前言
preface

中等职业学校数学课程是中等职业教育阶段的一门主要文化基础课程，是学生学习中等职业学校其他文化基础课程、专业基础课程、专业课程以及进一步学习的基础，对于学生智力的发展和健康个性的形成以及职业生涯的发展起着重要作用。

以就业为导向的职业教育，要求中等职业学校数学课程要确保学生学习“必需、够用”的数学。这就需要我们重新科学地审视数学基础知识、基本技能和基本能力的内涵。

依据教育部“以科学发展观为指导，实现中等职业教育健康发展”的精神和“以就业为导向，推进职业教育的改革发展”的要求，结合中等职业学校学生学习的实际，大连教育学院职业学校教师教育中心组织编写了中等职业学校《数学》教材。本教材在编写过程中，编者进行了大量的调研与论证，多次召开了教师、学生座谈会，广泛地征求了一线教师的意见，针对中等职业学校数学教与学的实际状况，精心编写了这套比较贴近我市中等职业学校学生实际的数学教材。

本教材主要有如下特点：

1、精简传统的课程内容，注重基础性、发展性与现实性的有效结合

根据社会发展、学科发展、“就业导向”及能力培养的需要，考虑到学生的现实状况，依据数学课程标准的要求，对传统的初等数学内容进行了必要的精简，调整了被现代数学教育逐步摒弃和淡化的数学课程内容，精选最基本的和应用最广泛的数学知识，体现近现代数学的基本思想方法，增加一些实际应用、问题探究、数学文化等数学课程内容。

本教材不仅能使学生获得学习专业基础课程、专业课程的工具，提高就业能力，而且为学生适应进一步的学习提供了必要的数学准备。

2、深入浅出、通俗易懂，体现“好教、好学、好记、好用”的特点

考虑中等职业学校学生的认知水平和身心发展规律，学生的数学基础和实际水平，在编写过程中力求做到降低知识起点，深入浅出、循序渐进、温故知新。教材删除了繁杂的运算与人为的技巧，提出与学生认知基础相适应的基本运算、逻辑推理、空间想象、实际应用等能力要求。同时，注意提供背景材料、创设问题情景，从具体实例出发，使学生认知数学知识的发生、形成、发展的过程，增加学生体验的机会，促进学生主动学习。

寓教学方法于教材之中。运用逐级递进、螺旋上升的方式学习数

学基本概念与重要的数学思想方法，注重解题规律、解题思路、解题步骤的总结和学习方法的指导，增加了一些注重归纳等方法的内容，使复杂的问题简单化，通俗易懂，体现了“好教、好学、好记、好用”的特点。

3、构建有效的数学学习训练系统，提高学生数学基本能力和素养

在教材编写时，根据学生的认知水平有效配置例题、练习和习题，并考虑不同的层次学生的要求，使学生在数学学习的过程中，通过适度的数学学习训练，来理解基础知识，掌握基本技能，提高基本能力，领会数学的思想方法，获得数学活动的经验，主动构建数学的认知结构。

教材中编排了计算器的使用与训练内容，指导学生会用计算器(计算机)探究数学问题，改善数学教学的过程，改进数学学习的方式，提高学生使用计算工具的能力。

教材的每章还设有数学阅读材料，目的是使学生了解一些数学文化知识，激发学习兴趣，培养其数学素养和科学精神。

4、提倡学以致用，培养学生应用意识、创新精神和实践能力

学习的目的是为了应用。教材中适度编排了与学生生活实际及专业岗位实际密切相关的素材内容，以引导学生运用所学的数学知识解决实际问题，引导学生去接触自然，了解社会，鼓励学生积极参加形式多样的课外及岗位实践活动。通过切合学生认知水平的有效学习与训练，达到提高学生的数学思维能力，发展学生应用意识，培养学生创新精神和实践能力的目的。

5、针对不同需求，体现职业学校数学课程的选择性和弹性

依据《大连市中等职业学校数学课程标准》，中等职业学校数学课程分为“必修基础课程(公用基础与应用平台)”和“选修课程(专业服务平台)”两部分。本教材为“必修基础课程”部分内容，主要是搭建公用基础与应用平台，约需 144 学时，学生在第一、第二学期学习完成。考虑到中等职业学校专业的多样性、学生的现实性，教材采用模块式结构编排，将内容分为必学与选学，不同专业、不同层次的学生可根据不同的教学要求和需要做相应的选择。

参加本书编写的有：曹玉国、姜丽、邹恩众、张凌瑶、李慧媛、任重(以姓氏笔画为序)。

本书在调研、编写过程中，各级领导和相关专家给予了大力支持和指导，在此表示诚挚的感谢。由于时间仓促，编者水平所限，书中难免存在不足之处，诚恳地希望老师和同学们提出宝贵意见，以便进一步进行教材的修改与完善。

编　者

2006 年 8 月

目录
content

第一章 集 合

集合是现代数学的一个重要基础,许多重要的数学分支都建立在集合的基础上.集合所反映出来的数学思想,已经得到了广泛的应用.

1.1 集合及其表示法

一、集合的概念

在数学和日常生活中,常把具有某种特殊性质的对象看作一个整体.例如,直角三角形全体,其特殊性是有一个角是直角;再如,正整数全体,其特殊性是正的整数.具有某种特殊性质的对象全体统归到一起就成为一个集合.

例 1 (1)我校篮球队的队员,组成一个集合.

(2)自然数全体:0,1,2,3,…组成一个集合,该集合用 **N** 表示.

(3)抛物线 $y=x^2$ 上的所有点(x,y)组成一个集合,它是一个点集.如图 1-1 所示.

数所构成的集合叫做**数集**.

点所构成的集合叫做**点集**.

集合概念:具有某种特殊性质的对象全体称为集合,简称集.

(4)方程 $x^2-1=0$ 的解 $x_1=1,x_2=-1$ 组成一个集合,它是上述方程的解集.

(5)彩电全体,组成一个集合.

集合通常用大写的英文字母 $A,B,C\cdots$表示,为了形象地表示集合,我们常常画一条封闭的曲线,用它的内部来表示一个集合.例如,集合 A 可以画成

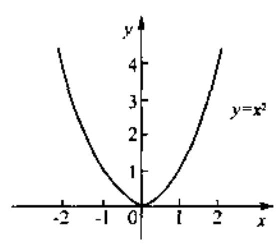
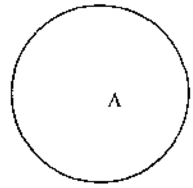


图 1-1

解所构成的集合叫做解集.

注：一般的集合“文氏图”可以画成圆或者椭圆.

巧记∈号：开口朝向集合，背向元素.



该图形称为集合 A 的“文氏图”.

集合中的每个对象称为这个集合的元素，常用小写的英文字母 $a,b,c\cdots$ 表示. 如果 a 是集合 A 的元素，就说 a 属于集合 A，记作 $a\in A$；如果 a 不是集合 A 的元素，就说 a 不属于集合 A，记作 $a\notin A$.

例如，$6\in \mathbf{N}$，$-6\notin \mathbf{N}$.

练习

用符号“∈”或“∉”填空：

0 ______ $\mathbf{N}$，$\frac{2}{3}$ ______ $\mathbf{N}$，-1 ______ $\mathbf{N}$，4 ______ $\mathbf{N}$.

二、集合的种类

集合按照所含元素的个数可以分为三种：

1. 含有有限个元素的集合叫做有限集.

例如例 1 中的(1)、(4)、(5)，都是有限集.

2. 含有无限个元素的集合叫做无限集.

例如例 1 中的(2)、(3)，都是无限集.

3. 不含任何元素的集合叫做空集，记作∅.

例 2　(1)方程 $x^2+1=0$ 的所有实数解组成的集合，因为没有元素，所以解集是空集.

(2)当今世界“恐龙”的集合.

显然是空集.

下面是一些常用的数集及其记法：

$$整数\begin{cases}正整数\\0\\负整数\end{cases}$$

$\mathbf{N}$—　自然数集.（例 1 中的(2)）

自然数集内排除 0 的集，也称正整数集，表示成 $\mathbf{N}^*$ 或 $\mathbf{N}_+$；

全体整数的集合通常简称整数集,记作 **Z**;

全体有理数的集合通常简称为有理数集,记作 **Q**;

全体实数的集合通常简称实数集,记作 **R**.

有理数$\begin{cases}整数\\分数\end{cases}$

实数$\begin{cases}有理数\\无理数\end{cases}$

无理数:无限不循环小数.

练 习

用符号"∈"或"∉"填空:

1 ______ $\mathbf{N}$,0 ______ $\mathbf{N}^*$,0.5 ______ $\mathbf{N}$,$\sqrt{2}$ ______ $\mathbf{N}$,

1 ______ $\mathbf{Z}$,0 ______ $\mathbf{Z}$,$-\frac{1}{2}$ ______ $\mathbf{Z}$,$\sqrt{2}$ ______ $\mathbf{Z}$,

1 ______ $\mathbf{Q}$,$\frac{1}{2}$ ______ $\mathbf{Q}$,-3 ______ $\mathbf{Q}$,$\sqrt{2}$ ______ $\mathbf{Q}$,

1 ______ $\mathbf{R}$,$-\frac{1}{2}$ ______ $\mathbf{R}$,$\sqrt{2}$ ______ $\mathbf{R}$,0.5 ______ $\mathbf{R}$.

三、集合表示法

集合的表示方法,常见的有列举法和描述法.

1. 列举法

把集合中的元素一一列举出来,写在大括号内,这种表示集合的方法叫做列举法.

例如:(1)由 1,2,3 三个数组成的集合,可以表示为{1,2,3};

(2)由所有大于 0 小于 10 的奇数组成的集合,可以表示为{1,3,5,7,9}.

注意:元素之间采用逗号相隔.

集合具有三个特性:

(1)互异性:集合中的元素彼此不同,重复的只能出现一次.

例如,{1,1}的写法是错误的,应写为{1}.

(2)无序性:用列举法表示集合时不必考虑元素的前后顺序.

例如,集合{1,2}和{2,1}表示同一个集合.

(3)确定性：集合中的元素必须是确定的. 这就是说，给定一个集合，任何一个对象是不是这个集合的元素也就确定了. 例如，“好苹果”就不能组成一个集合，因为组成它的对象是不确定的.

想一想：

下列对象中哪一个可以构成集合？

(1)漂亮衣服.

(2)我国的小河流.

(3)性格开朗的人.

(4)大于 1 小于 10 的数.

显然(1)、(2)、(3)不是集合，因为组成它们的对象是不确定的；(4)是集合，因为它的对象是确定的.

2. 描述法

描述法是用确定的条件表示某些对象是否属于这个集合的方法. 可以分为两种形式：

一种形式是文字描述.

例如，“苹果”的集合可以表示为{苹果}.

另一种形式是用数学式子描述，其形式为$\{x|x$ 具有的性质$\}$.

例如：(1)不等式 $x\geqslant 1$ 的解集，可以表示为

$$\{x\in \mathbf{R}|x\geqslant 1\}.$$

我们约定，如果从上下文看，$x\in \mathbf{R}$ 是明确的，那么这个集合也可以表示为$\{x|x\geqslant 1\}$.

(2)方程 $x^2-1=0$ 的解组成的集合，可以表示为

$$\{x|x^2-1=0\}.$$

例 3 全体偶数组成的集合，可以表示为

$$\{x|x=2k,k\in \mathbf{Z}\},$$

全体奇数组成的集合，可以表示为

$$\{x|x=2k+1,k\in \mathbf{Z}\}.$$

例 4 用列举法表示下列集合：

(1)$\{x|-3<x\leqslant 2,x\in \mathbf{Z}\}$；

(2) $\{x \mid -3<x\leqslant 2, x\in \mathbf{N}\}$；

(3) $\{(x,y) \mid x+y=4, x,y\in \mathbf{N}_+\}$.

解(1) $\{-2,-1,0,1,2\}$；

(2) $\{0,1,2\}$；

(3) $\{(1,3),(3,1),(2,2)\}$.

注意： 有些集合既可以用列举法表示，也可以用描述法表示。例如，方程 $x^2-1=0$ 的解集可以表示为 $\{x \mid x^2-1=0\}$ 或者 $\{1,-1\}$.

练 习

1. 用列举法表示下列集合：

(1) 由 0,1,2 组成的集合；

(2) 大于 3 小于 9 的全体偶数的集合；

(3) 方程 $x^2-4=0$ 的解集.

2. 用描述法表示下列集合：

(1) 不等式 $x\leqslant 0$ 的解集；

(2) 方程 $x^2-4=0$ 的解集；

(3) 正方形全体构成的集合.

3. 指出 a 与 $\{a\}$ 的不同.

4. 用列举法表示集合 $\{(x,y) \mid x+y=2, x,y\in \mathbf{N}\}$.

5. 设集合 $M=\{x \mid -6<x\leqslant 3, \frac{x}{3}\in \mathbf{Z}\}$，试用列举法表示出集合 M.

1.2 集合之间的关系

集合之间有以下三种关系：

一、子集

先看一个例子. 设集合 $A=\{1,2\}$，集合 $B=\{0,1,2\}$，能够看出集合 A 的元素都是集合 B 的元素，此时称 A 是 B 的

子集.

定义 1 对于集合 A 和 B，如果集合 A 中的每一个元素都是集合 B 的元素，则称 A 是 B 的子集，记作 $A \subseteq B$ 或 $B \supseteq A$（读作 A 包含于 B 或 B 包含 A）.

注意符号“$\subseteq$”的方向.

其文氏图如图 1-2 所示：

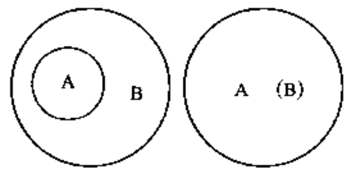


图 1-2

例如：(1) $\{1,2\} \subseteq \{1,2,3\}$；

(2) $\{a,b\} \supseteq \{a\}$；

(3) {等边三角形}$\subseteq${等腰三角形}.

由定义可知，任一集合 A 是自身的子集，即 $A \subseteq A$ 成立.

规定：空集 $\varnothing$ 是任一集合的子集，即 $\varnothing \subseteq A$ 成立.

二、真子集

定义 2 如果集合 A 是集合 B 的子集，且 B 中至少有一个元素不属于 A，则称 A 是 B 的真子集，记作 $B \supsetneqq A$ 或 $A \subsetneqq B$（读作 B 真包含 A 或 A 真包含于 B）. 其文氏图如图 1-3 所示：

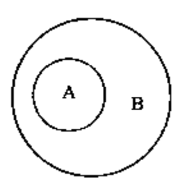


图 1-3

例如：$\{1\} \subsetneqq \{1,2\}$， $\{a,b,c\} \supsetneqq \{a,b\}$.

注：写子集时不要忘了空集与集合本身.

例 写出集合 $A=\{1,2\}$ 的所有子集和真子集.

解 子集有 $\{1\}$，$\{2\}$，$\{1,2\}$ 和 $\varnothing$. 真子集是除去它本身的另外三个集合 $\{1\}$，$\{2\}$ 和 $\varnothing$.

三、相等

定义 3　如果集合 A 和集合 B 的元素完全相同，则称 A 与 B 相等，记作 $A=B$.

例如：$\{1,2\}=\{2,1\}$，　$\{x|x+1=0\}=\{-1\}$.

小结：元素与集合之间关系是属于与不属于的关系；集合与集合之间关系是包含、真包含或相等的关系（不包含的关系略），要准确地使用符号.

练　习

1. 用"$\subsetneqq$"，"$\supsetneqq$"，"$=$"，"$\in$"或"$\notin$"填空：

(1)$\{2\}$____$\{x|x^2-4=0\}$；(6)$-\frac{1}{2}$____$\mathbf{Z}$；

(2)$\{1,3,5\}$____$\{1,3\}$；　(7)0 ____$\{0\}$；

(3)$\{2,4\}$____$\{4,2\}$；　(8)$\{x|x-1=0\}$____$\{1\}$；

(4)$\varnothing$____$\{0\}$；　(9)1 ____$\{0,2\}$；

(5)-2 ____$\{x|x^2-4=0\}$；(10)-3 ____ $\mathbf{N}$.

2. 设集合 $A=\{a,b\}$，写出 A 的所有子集及真子集.

1.3　集合的运算

一、并集

先看一个例子，设集合 $A-\{1,2,3\}$，$B=\{0,1\}$，把 A 与 B 的所有元素合并起来构成的集合$\{0,1,2,3\}$就叫做 A 与 B 的并集.

定义 1　设有集合 A 和 B，把属于集合 A 和 B 的所有元素合并在一起构成的集合叫做 A 与 B 的并集，记作 $A\cup B$（读作 A 并 B）. 即

$$A\cup B=\{x|x\in A \text{ 或 } x\in B\}$$

$A\cup B$

例 1　设 $A=\{1,2,4\}$，$B=\{0,1\}$，求 $A\cup B$.

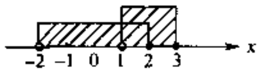


图 1-4

注：并集的本质就是“合并”.

解 $A\cup B=\{0,1,2,4\}$.

例 2 设 $A=\{x\mid -2<x\leqslant 2\}$，$B=\{x\mid 1<x\leqslant 3\}$，求 $A\cup B$.

解 $A\cup B=\{x\mid -2<x\leqslant 3\}$.（图 1-4）

由并集的定义可知，并集具有如下性质：对于任意集合 A 与 B，

(1)$A\cup B=B\cup A$；

(2)$A\cup A=A$；

(3)$A\cup\varnothing=A$.

练 习

1. 设集合 $A=\{-1,0,1\}$，$B=\{1,2\}$，求 $A\cup B$.

2. 设集合 $A=\{a,b\}$，$B=\{a,c,d\}$，求 $A\cup B$.

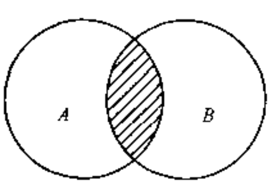
3. 设集合 $A=\{x\mid -2<x\leqslant 2\}$，$B=\{x\mid 1<x\leqslant 4\}$，求 $A\cup B$.

二、交集

先看例子，设集合 $A=\{1,2,3\}$，$B=\{0,1\}$，由 A 与 B 的公共元素组成的集合$\{1\}$就叫做 A 与 B 的交集.

定义 2 设有集合 A 和 B，由 A 和 B 的所有公共元素组成的集合叫做 A 与 B 的交集，记作 $A\cap B$（读作 A 交 B）. 即

$$A\cap B=\{x\mid x\in A \text{ 且 } x\in B\}$$



$A\cap B$

例 3 设 $A=\{1,2,4\}$，$B=\{0,1\}$，求 $A\cap B$.

解 $A\cap B=\{1\}$.

例 4 设 $A=\{x\mid -2<x\leqslant 2\}$，$B=\{x\mid 1<x\leqslant 3\}$，求 $A\cap B$.

解 $A\cap B=\{x\mid 1<x\leqslant 2\}$. 如图 1-5.

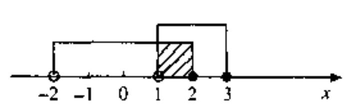


图 1-5

由交集的定义可知，交集具有如下性质：对于任意集合 A 与 B，

(1) $A\cap B=B\cap A$；

(2) $A\cap A=A$；

(3) $A\cap\varnothing=\varnothing$.

注：交集的本质就是取“公共”.

巧记符号：

$\cup$ 与 $\cap$ 符号记忆：“并”字两角朝上，与“$\cup$”号两角朝上同向；“交”字两腿向下，与“$\cap$”号两腿朝下同向. 只要会写“并”字，即可记住.

练　习

1. 设集合 $A=\{1,3,4\}$，$B=\{3,4,5\}$，求 $A\cap B$.
2. 设集合 $A=\{a,b\}$，$B=\{c,d\}$，求 $A\cap B$.
3. 设集合 $A=\{x\mid -2<x<3\}$，$B=\{x\mid 0\leqslant x\leqslant 4\}$，求 $A\cap B$.

三、补集

为了讲补集，我们先介绍全集的概念.

定义 3　如果所研究的集合都是某一个给定集合的子集，则称此集为全集，记作 U，它的文氏图用矩形表示，如图 1-6.

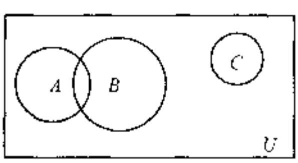


图 1-6

什么叫做集合 A 的补集呢？

先看例子，设全集 $U=\{1,2,3,4,5\}$，集合 $A=\{1,3\}$，从全集 U 中去掉 A 的元素，剩下元素组成的集合 $\{2,4,5\}$ 就叫做 A 的补集. 其文氏图见图 1-7.

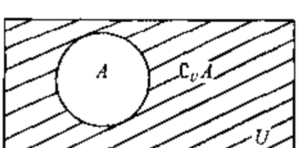


图 1-7

定义 4　设集合 A 是全集 U 的子集，从全集 U 中去掉 A

的元素，剩下元素组成的集合就叫做 A 的补集，记作 $\complement_U A$（读作 A 补），即

$$\complement_U A=\{x\mid x\in U \text{ 且 } x\notin A\}.$$

例 5 设全集 $U=\{1,2,3,4,5\}$，$A=\{2,4\}$，$B=\{1,5\}$，求 $\complement_U A$，$\complement_U B$.

解 $\complement_U A=\{1,3,5\}$，　$\complement_U B=\{2,3,4\}$.

例 6 设全集 $U=\mathbf{R}$，$A=\{x\mid x\geqslant 1\}$，$B=\{x\mid 1<x\leqslant 2\}$，求 $\complement_U A$，$\complement_U B$.

解 $\complement_U A=\{x\mid x<1\}$，

$\complement_U B=\{x\mid x\leqslant 1 \text{ 或 } x>2\}$.

由补集定义可知，对于任意集合 A，都有：

(1) $A\cup\complement_U A=U$；

(2) $A\cap\complement_U A=\varnothing$；

(3) $\complement_U(\complement_U A)=A$.

练习

1. 设全集 $U=\{0,1,2,3,4,5\}$，$A=\{1,3,5\}$，求 $\complement_U A$.

2. 设全集 $U=\mathbf{R}$，$A=\{x\mid x<0\}$，$B=\{x\mid -1<x\leqslant 2\}$，求 $\complement_U A$，$\complement_U B$.

1.4　简易逻辑(选学)

一、命题的条件和结论

所谓命题，就是能够判断对错的语句. 正确的命题叫做真命题，错误的命题叫做假命题. 通常命题用陈述句表示.

例如：$2+3=5$ 是真命题；

$2+3=6$ 是假命题.

一个数学命题都有条件和结论两部分. 如果把条件和结论分别用 A、B 表示，则命题可以写成“如果 A 成立，那么