



研究生创新教育系列教材

# 非线性系统理论及应用

(第2版)

曹建福 韩崇昭 方洋洋



西安交通大学出版社  
XI'AN JIAOTONG UNIVERSITY PRESS



# 西安交通大学

余里阳城西式立壁月拱，而以曲腹券拱过之，为市门。其上刻有“崇宁重修阳城西式立壁月拱”字样。

研究生创新教育系列教材

# 非线性系统理论及应用

(第2版)

曹建福 韩崇昭 方洋洋

西安交通大学出版社  
· 西安 ·

## 突厥財閥  高麗財閥

## 内 容 提 要

本书是关于非线性系统理论及应用的一本著作。书中结合国际上这个领域的最新发展，并依据作者近年来的研究成果，详细地介绍了非线性控制系统的分析、辨识和综合方面新的理论和方法。

本书基本内容分为三大部分。第一部分从混沌动力学角度，研究了非线性控制系统中的混沌分形现象，并着重介绍了非线性系统的现代时域分析方法、混沌控制与同步、非线性信息处理内容；第二部分基于广义频率响应函数，介绍了非线性系统的频谱分析方法，以及基于 GFRF 的频域稳定性理论；第三部分包括非线性系统的辨识算法、非线性系统的综合方法及混沌控制等内容。书中最后一章利用所提出的方法，研究了三轴载人运动转台的建模、分析和控制问题。

本书可作为自动控制类及相关专业的研究生教学用书，也可供自动化领域工作的研究人员和工程师阅读参考。

## 图书在版编目(CIP)数据

非线性系统理论及应用/曹建福,韩崇昭,方洋旺编著.  
2 版. —西安:西安交通大学出版社,2006. 2  
ISBN 7-5605-2140-1

I . 非… II . ①曹… ②韩… ③方… III . 非线性  
系统(自动化) IV . TP271

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2006)第 000423 号

书 名 非线性系统理论及应用  
编 著 曹建福 韩崇昭 方洋旺  
出版发行 西安交通大学出版社  
地 址 西安市兴庆南路 25 号(邮编:710049)  
电 话 (029)82668315 82669096(总编办)  
(029)82668357 82667874(发行部)  
印 刷 陕西江源印刷科技有限公司  
字 数 468 千字  
开 本 727 mm×960 mm 1/16  
印 张 25.25  
版 次 2006 年 2 月第 2 版 2006 年 2 月第 1 次印刷  
印 数 0 001~3 000  
书 号 ISBN 7-5605-2140-1/TP·430  
定 价 38.00 元

## 《研究生创新教育》总序

创新是一个民族的灵魂，也是高层次人才水平的集中体现。因此，创新能力的培养应贯穿于研究生培养的各个环节，包括课程学习、文献阅读、课题研究等。文献阅读与课题研究无疑是培养研究生创新能力的重要手段，同样，课程学习也是培养研究生创新能力的重要环节。通过课程学习，使研究生在教师指导下，获取知识的同时理解知识创新过程与创新方法，对培养研究生创新能力具有极其重要的意义。

西安交通大学研究生院围绕研究生创新意识与创新能力改革研究生课程体系的同时，开设了一批研究型课程，支持编写了一批研究型课程的教材，目的是为了推动在课程教学环节加强研究生创新意识与创新能力的培养，进一步提高研究生培养质量。

研究型课程是指以激发研究生批判性思维、创新意识为主要目标，由具有高学术水平的教授作为任课教师参与指导，以本学科领域最新研究和前沿知识为内容，以探索式的教学方式为主导，适合于师生互动，使学生有更大的思维空间的课程。研究型教材应使学生在学习过程中可以掌握最新的科学知识，了解最新的前沿动态，激发研究生科学的研究的兴趣，掌握基本的科学方法；把教师为中心的教学模式转变为以学生为中心教师为主导的教学模式；把学生被动接受知识转变为在探索研究与自主学习中掌握知识和培养能力。

出版研究型课程系列教材，是一项探索性的工作，也是一项艰苦的工作。虽然已出版的教材凝聚了作者的大量心血，但毕竟是一项在实践中不断完善的工作。我们深信，通过研究型系列教材的出版与完善，必定能够促进研究生创新能力的培养。

西安交通大学研究生院

## 前　　言

本书是关于非线性系统理论及应用的一本著作。书中结合国际上这个领域的最新发展，并依据作者近年来的研究成果，详细地介绍了非线性控制系统的分析、辨识和综合方面新的理论和方法。

全书共分 9 章，基本内容由三部分组成。第一部分结合国际上混沌动力学理论的最新发展，介绍非线性控制系统的各种现代分析方法。与国内外已有的关于混沌动力学著作不同，本书侧重研究控制系统中混沌运动的分析和控制方法。另外，本书不仅重视非线性系统的定性分析方法，同时也介绍了一些新发展的定量分析方法。

第二部分介绍非线性控制系统的频域理论。由于频域方法比较直观，容易实验，所设计的控制器具有鲁棒性，更重要的是工程师们熟悉经典的频域法。基于这种认识，我们利用 Volterra 级数的广义频率响应函数描述，研究非线性控制系统的频域分析及综合理论。通过近 10 年的努力，我们已经在非线性控制系统的频谱分析、非线性频域仿真算法、稳定性研究、频域辨识方法以及非线性控制器综合设计方面取得了令人鼓舞的结果，进一步完善了非线性控制系统的频谱理论。通过在三轴载人运动转台等一些实例的具体应用，证明了这一理论的有效性，同时也显示出它的广阔的应用前景。本书将详细地介绍这一新的理论，选取的内容大部分是近几年我们在研究中得到的结果。

本书第三部分介绍非线性系统的辨识算法和综合设计方法。辨识方面将介绍最近发展的基于 NARMAX 模型的非线性系统辨识理论，包括参数辨识、结构辨识及一致性分析结果；同时，本书也介绍了基于广义频率响应函数(GFRF)模型的非线性系统频域辨识算法和故障诊断方法，这部分内容主要引自我们得出的一些结果。针对三轴转台是一个大范围、强耦合、多输入、多输出非线性系统，我们研制了一台三轴载人运动转台，并尝试用各种基于 Volterra 模型的非线性方法对它进行控制，得出了一些有益的结果。本书在介绍非线性控制系统的综合设计方法时，全面地总结了我们在这方面的研究成果。

本书是《非线性系统理论及应用》一书的新版本。在保持第 1 版体系结构和基本特色的前提下，吸收了近 5 年来我们在非线性系统理论领域新的研究成果，对书中部分章节的内容作了修改。西安空军工程大学的魏瑞轩教授参与了本书第 7 章的修改，增加了非线性系统辨识部分的内容。

本书作者从 1994 年开始,给自动控制类博士研究生开设《非线性系统理论》课程。这本书的部分素材直接来源于我们完成的国家自然科学基金“非线性控制系统频域分析与辨识方法研究”和学校基金“三轴运动仿真与虚拟现实系统”的研究成果。特别要感谢王晓、赵治魁、唐晓泉、王立琦、孔祥玉五位博士对本书的贡献。为了弥补理论研究与工程应用之间事实上存在的严重脱节,本书强调理论与算法的实用性。然而由于非线性系统理论的内容很丰富,方法也很多,本身就是在不断研究与发展的课题,因此本书不可能对非线性系统理论做全面的介绍。本书只是从几个侧面展现近几年来非线性系统理论的研究进展情况,大多数内容局限于作者的工作。

戴冠中教授、徐健学教授和焦李成教授审阅了本书,并提出了许多宝贵意见;本书的出版得到了西安交通大学研究生院的资助,作者在此一并表示由衷的感谢。由于本书涉及许多新的内容,且作者水平有限,错误在所难免,请读者指正。

作 者

2005 年 10 月 1 日

# 目 录

<b>第 1 章 绪论</b> .....	(1)
1.1 控制理论的发展及面临的挑战 .....	(1)
1.2 非线性控制系统的现状及主要方法 .....	(1)
参考文献 .....	(9)
<b>第 2 章 非线性动态系统的基本理论</b> .....	(12)
2.1 非线性系统的数学基础 .....	(12)
2.2 线性化流及中心流形定理 .....	(20)
2.3 吸引子与吸引域 .....	(26)
2.4 离散时间动态系统与 Poincaré 映射 .....	(31)
2.5 非线性系统的周期激励 .....	(34)
2.6 一维非线性映射 .....	(38)
2.7 小结 .....	(40)
参考文献 .....	(40)
<b>第 3 章 非线性动态系统的分叉与混沌</b> .....	(42)
3.1 结构稳定性 .....	(42)
3.2 非线性系统的分叉 .....	(44)
3.3 混沌运动特性 .....	(56)
3.4 同宿轨道与 Melnikov 方法 .....	(63)
3.5 奇异吸引子与分形 .....	(67)
3.6 符号动力学与 Smale 马蹄映射 .....	(70)
3.7 胞映射方法 .....	(73)
3.8 基于测量数据的吸引子重构与目标检测 .....	(76)
3.9 小结 .....	(84)
参考文献 .....	(84)
<b>第 4 章 非线性系统的微分几何理论</b> .....	(85)
4.1 微分几何基础 .....	(85)
4.2 非线性系统的能控性与能观性 .....	(89)
4.3 非线性系统精确线性化 .....	(92)
4.4 非线性系统解耦控制 .....	(97)

4.5 小结 .....	(103)
参考文献.....	(103)
<b>第 5 章 非线性控制系统的混沌现象及其控制方法.....</b>	<b>(105)</b>
5.1 反馈系统和优化过程中的混沌现象 .....	(105)
5.2 采样控制系统的分叉与混沌 .....	(108)
5.3 基于控制理论的混沌分析方法 .....	(109)
5.4 混沌识别与混沌系统的辨识 .....	(111)
5.5 混沌系统的诱导与控制 .....	(116)
5.6 混沌的同步与信息加密算法 .....	(121)
5.7 小结 .....	(126)
参考文献.....	(126)
<b>第 6 章 非线性控制系统频谱分析法.....</b>	<b>(128)</b>
6.1 广义频率响应函数的提出 .....	(128)
6.2 非线性系统的 GFRF 递推算法 .....	(132)
6.3 基于 GFRF 的稳态频率响应分析 .....	(147)
6.4 非线性离散系统的频率响应函数 .....	(156)
6.5 SISO 非线性开环系统的频域稳定性.....	(157)
6.6 SISO 非线性闭环系统的频域稳定性.....	(170)
6.7 MIMO 非线性系统的频域稳定性判据 .....	(179)
6.8 非线性离散系统的开环及闭环稳定性 .....	(190)
6.9 小结 .....	(208)
参考文献.....	(208)
<b>第 7 章 非线性系统的辨识及应用.....</b>	<b>(210)</b>
7.1 非线性系统的辨识模型 .....	(211)
7.2 最小二乘估计算法及总体最小二乘法 .....	(213)
7.3 直交化估计算法及其改进 .....	(229)
7.4 模型简化与数据压缩 .....	(232)
7.5 基于 GFRF 模型的非参数频域辨识算法 .....	(236)
7.6 基于直交化算法的非线性系统结构与参数辨识一体化方法 .....	(245)
7.7 非线性 Volterra 系统的解耦辨识 .....	(250)
7.8 基于非线性频谱分析的故障诊断方法 .....	(257)
7.9 基于多重预设 GFRF 模型的故障诊断法 .....	(266)
7.10 小结 .....	(270)
参考文献.....	(271)

<b>第 8 章 非线性系统的综合方法</b>	.....	(275)
8.1 基于非线性传递函数的控制系统镇定	.....	(275)
8.2 非线性连续时间系统的频域 $H_\infty$ 控制方法	.....	(287)
8.3 非线性系统的时域 $H_\infty$ 控制方法	.....	(298)
8.4 非线性系统的时域鲁棒 $H_\infty$ 控制	.....	(321)
8.5 非线性离散时间系统的频域 $H_\infty$ 控制	.....	(340)
8.6 非线性控制的自适应逆系统方法	.....	(355)
8.7 反步设计方法	.....	(367)
8.8 小结	.....	(372)
参考文献	.....	(372)
<b>第 9 章 非线性控制系统实例研究</b>	.....	(376)
9.1 平衡倒立摆系统的模型、分析与控制	.....	(376)
9.2 三轴载人运动转台的建模与分析	.....	(384)
参考文献	.....	(393)

# 第1章 緒論

## 1.1 控制理论的发展及面临的挑战

控制理论的形成和发展,从1932年奈奎斯特发表关于反馈放大器稳定性的经典论文开始,到现在为止已经经历了经典控制理论阶段和现代控制理论阶段。经典控制理论阶段所涉及的对象是线性单回路系统,现代控制理论的研究重点是多变量线性系统。目前对于线性系统的分析与设计已形成了一套完整的理论体系,这些理论及方法在工程上得到广泛的应用,并获得了巨大的成就。但严格地讲,几乎所有的控制系统都是非线性的,线性是在一定的范围内和一定程度上对系统的近似描述。而在当时,由于对控制系统的精度和性能要求较低,当系统的非线性因素被忽略,或者局部线性化后,在一定的范围内可以满足对控制的要求。因此,非线性系统没有形成像线性系统那样完整、系统的理论体系。

控制理论发展至今天,面临着一系列的挑战。最明显的挑战是对象的本质非线性,而且近代控制对象的运动是大范围的,例如卫星的定位与姿态控制,机器人控制,精密数控机床的运动控制等,这些都不可能采用线性模型。对于这类非线性系统的控制问题,不能通过泰勒展开,用线性化的方法化为一般的线性系统问题,必须采用非线性控制方法。同时,现代非线性科学所揭示的大量有意义的事实,例如分叉、混沌、奇异吸引子等,均远远超过人们熟知的非线性现象——自振,无法用线性系统理论来解释。所有这些都呼唤着科学在非线性控制理论和应用方面取得突破。

最近几年,非线性控制理论的研究受到了控制理论界空前的关注。同时,计算机技术的飞速发展和数学工具的突破,也为发展一般的非线性控制理论提供了可能性。

## 1.2 非线性控制系统的研究现状及主要方法

非线性控制系统的研宄几乎是与线性系统平行的,并已经提出了许多具体方法。但总的来说,由于非线性控制系统本身所包含的现象十分复杂,这些方法都有

其局限性,不能成为分析和设计非线性控制系统的通用方法。非线性控制系统理论的研究目前还处在发展阶段,还有许多问题有待于进一步探讨。

### 1.2.1 非线性控制的经典方法及局限性

非线性控制系统早期的研究都是针对一些特殊的、基本的系统(如继电、饱和、死区等)而言的,其代表性的理论有以下几种。

#### 1. 相平面法

相平面法是由 Poincare 于 1885 年首先提出的一种求解常微分方程的图解方法。这种方法的实质是将系统的动态过程在相平面内用运动轨线的形式绘制成相平面图,然后根据相平面图全局的几何特征,来判断系统所固有的动静态特性。该方法主要用奇点、极限环概念描述相平面的几何特征,并将奇点和极限环分成几种类型,但该方法仅适用于二阶及简单的三阶系统。现代控制理论中的状态空间分析可以看成是相平面分析方法的推广,从相平面法还产生了现代控制理论中的变结构控制。

#### 2. 描述函数法

描述函数法是英国的 P. J. Daniel 教授于 1940 年首次提出的。描述函数法(又称谐波线性化法)的研究对象可以是任何阶次的系统,其思想是用谐波分析的方法,忽略由于对象非线性因素所造成的高次谐波成分,而仅使用一次谐波(基波)分量来近似描述其非线性特性。当系统中的非线性元件用线性化的描述函数替代以后,非线性系统就等效成一个线性系统,然后就可借用线性系统理论中的频率响应法来对系统进行频域分析。描述函数法可用来近似研究非线性控制系统的稳定性和自持振荡问题,还可用它对非线性控制系统进行综合。

#### 3. 绝对稳定性理论

绝对稳定性的概念是由苏联学者鲁里叶与波斯特尼考夫提出的,所研究的对象是由一个线性环节和一个非线性环节组成的闭环控制系统,并且非线性部分满足扇形条件。这两位学者利用二次型加非线性项积分作为李亚普诺夫函数,给出了判定非线性控制系统绝对稳定性的充分条件。在此基础上,许多学者做了大量的工作,提出了不少绝对稳定性判据条件,其中最有影响的是波波夫判据和圆判据,这两种判据方法都属于频率法,其特点是用频率特性曲线与某直线或圆的关系来判定非线性系统的稳定性。也有人试图将单变量系统的方法推广到多变量系统的情况,可惜都不成功。

#### 4. 李亚普诺夫(Lyapunov)稳定性理论

李亚普诺夫稳定性理论是分析和研究非线性控制系统稳定性的经典理论,现

在仍被大家广泛采用。李亚普诺夫理论的核心是构造一个李亚普诺夫函数,学者们已经提出了一些构造非线性系统李亚普诺夫函数的方法:克拉索夫斯基法、变量梯度法等,但每种方法都有其一定的针对性,还没有一个能适用于各种情况的统一构造方法。李亚普诺夫方法还可用来综合渐近稳定系统。

### 5. 输入输出稳定性理论

输入输出稳定性理论是由 I. W. Sanberg 和 G. Zames 首先提出的一种判定系统稳定性的方法。这种方法的基本思想是将泛函分析的方法应用于一般动态系统的分析中,而且判定方法比较简便。用泛函分析方法讨论系统的输入输出稳定性,主要是用反映系统输入函数空间与输出函数空间的非线性算子来进行判定,并且这两个函数空间均选定为  $L_p$  空间。G. Zames 首先给出了输入输出稳定性的定义,包括开环  $L_p$  稳定性定义、闭环系统  $L_p$  稳定性定义,并以范数的形式给出了系统增益的定义,提出了闭环系统稳定性的小增益定理(定理 1)。小增益定理说明了下面的结论:若系统的开环增益乘积小于 1,则闭环系统是稳定的。G. Zames 还提出了映射算子的锥关系和正关系概念,在此基础上得出了两个稳定性结论(定理 2 和定理 3)。定理 2 分为两种情况,分别用锥关系和增量锥关系给出稳定性条件。定理 2 指出:当开环算子满足一定的锥关系(或增量锥关系)时,闭环系统是内部输入输出稳定的。定理 3 指出:当一个开环算子满足正关系,另一个开环算子满足强正关系且增益是有限时,闭环系统也是内部稳定的。小增益定理给出的条件,在实际中很难满足,相对来说定理 2 和定理 3 给出的稳定性条件较松。

有人把绝对稳定性问题也归入输入输出稳定性分析的范围,在频域内对圆判据进行了说明,并且对稳定性条件作了改进。输入输出稳定性理论可适用于各类控制系统,包括线性的、非线性的、集中参数的和分布参数的,得到的结论也是一般性的。但其缺点是,用输入输出理论所得出的稳定性结论是比较笼统的概念,即只判定系统是全局稳定的或是全局不稳定的。至于像小范围稳定或稳定范围等更细致的概念,在输入输出稳定性理论中目前尚无法判定。

#### 1.2.2 非线性系统理论的最新发展及问题

自 20 世纪 80 年代以来,非线性科学越来越受到人们的重视,数学中的非线性分析、非线性泛函,物理学中的非线性动力学,发展都很迅速。与此同时,非线性系统理论也得到了蓬勃发展,有更多的控制理论专家转入非线性系统的研究,更多的工程师力图用非线性系统理论构造控制器,取得了一定的成就。主要表现在以下几个方面。

### 1. 微分几何方法

用微分几何方法研究非线性系统是现代数学发展的结果，并在近 20 年的非线性系统研究中成为主流。它的内容包括基本理论和反馈设计两大部分。基本理论部分讨论了非线性系统的状态空间描述与非线性系统其它描述部分之间的关系，证明了这几种描述在一定条件下是等价的，并且研究了非线性系统的能控性、能观性等基本性质。这些研究有利于揭示非线性系统的本质特性，但像线性系统能控性和能观性那样易于接受的条件还未找到。对于非线性系统的反馈线性化问题，在微分几何控制理论中取得了较好的成果，已在一些实际控制问题中得到了应用。这方面研究将 Wonham 线性几何理论中诸如受控不变子空间等概念及其在线性解耦控制中的结果，推广到了非线性控制系统中，例如局部受控不变分布、能控性分布及其计算、干扰解耦和无交互作用控制问题可解条件等，在形式上与 Wonham 的结果是一致的。

### 2. 微分代数方法

1986 年 Isidori 发现了微分几何控制理论中的一些病态问题，导致了微分代数控制理论的产生。微分代数控制理论从微分代数角度研究了非线性系统可逆性和动态反馈设计问题，该理论使用的最重要的概念是非线性系统的秩  $p$  的概念，并得出秩与非线性可逆的关系；将动态扩展算法推广到非线性情形，解决了仿射非线性系统的动态反馈解耦（Morgan 问题）。一些文献提出了实现动态 IO 线性化和动态完全线性化的算法，一些学者还研究了非线性系统的无穷（有穷）零结构和动态模型匹配问题，并取得了有意义的成果。

微分代数方法和微分几何方法一样存在共同的缺点，就是它们使用的数学工具较抽象，同时，这两种方法也日益显示出一些理论上的局限性。首先，这两种方法试图将线性系统的理论结果照搬过来的想法，遇到了计算上的困难。其次，理论研究表明，可以这样做的非线性系统也只是特定的一类。

### 3. 变结构控制理论

变结构控制严格地应称为具有滑动模态的变结构控制，它是目前非线性控制系统较普遍、较系统的一种综合方法。这种方法的思路是对于系统

$$\dot{x} = f(x, u, t), \quad x \in R^n, \quad u \in R^m$$

设计：i)  $m$  个切换  $s_i(x)$ ；ii)  $m$  个变结构控制  $u_i = u_i(x, t)$ ，使得：(1) 满足到达条件：所有相轨线于有限时间到达切换面  $s_i(x) = 0$ ；(2) 在切换面上形成渐近稳定的滑动模态。

构造变结构控制器的核心是滑动模态的设计，即切换函数的选择算法。对于线性控制对象来说，滑动模态的设计已有较完善的结果，对于某些类非线性对象，也

已提出了一些设计方法。变结构滑模控制实现起来比较简单,对外干扰有较强的鲁棒性。变结构滑模控制虽然有许多优点,但也存在一些不足之处,主要是会产生抖振。对于这个问题也已提出了一些消弱抖振的方法,但并未完全解决。

#### 4. 非线性控制系统的镇定设计

镇定始终是控制系统设计的最基本问题,因为一切能够正常运行的控制系统必要前提是稳定。通过系统能控性概念,线性系统的镇定问题已经得到完全解决。因为非线性系统的能控性和镇定之间的关系是不明显的,因此非线性系统的镇定问题要复杂得多。Byrnes 和 Isidori 应用中心流形理论,解决了一类最小相位系统的局部光滑镇定问题。利用 Lyapunov 函数方法,Artstein 研究了松弛反馈镇定问题,得到了局部镇定与光滑反馈、连续反馈及不连续反馈之间关系的结论。Byrnes 等用状态空间分解方法,将仿射非线性系统分解成线性和非线性两部分,得到了动态状态反馈全局镇定的结果。也有人用最优化方法,讨论了仿射非线性系统的全局镇定问题。对于镇定的必要条件,Brockett 等人做了大量的研究工作,从不同的角度得到了许多新的条件。

#### 5. 逆系统方法

逆系统方法作为反馈线性化方法的一种,是近几年提出和发展起来的。其基本思想是:对于给定的系统,首先,用对象的模型生成一种可用反馈方法实现的原系统的“ $\alpha$  阶积分逆系统”,将对象补偿为具有线性传递关系的且已解耦的一种规范化系统(称作伪线性系统);然后,再用线性系统的各种设计理论来完成伪线性系统的综合。这种方法的一个突出特点,就是系统的模型可以不受仿射非线性模型的限制,而直接采用方程

$$\sum : \begin{cases} \dot{x} = f(x, u) & x(t_0) = x_0 \quad x \in R^n \quad u \in R^n \\ y = h(x, u) & y \in R^m \end{cases}$$

所表示的一般非线性系统,为控制系统设计理论的研究提供了一种一般的途径和方法。此外,它还具有在理论上形式统一,在物理概念上清晰直观,在使用方法上简单明了的特点。

近年来,在逆系统方法这一方向上,通过直接用数学分析的方法,已得到和发展了关于一般非线性系统反馈控制方法的一系列结果。例如,关于一般非线性的左右可逆理论、解耦理论、系统镇定、线性化综合和状态观察等方面的基本理论和方法。在应用上的发展也是很迅速的,在机械手控制、卫星姿态控制、多容液位系统、发电机组领域等方面已有成功的报道。

#### 6. 神经网络方法

神经网络提出已有几十年了,它首先被用于解决模式识别等一类问题。由于

Minsky 和 Papert 的著作 *Perceptron* 指出了当时存在的问题,一度使这方面的研究走入低谷。20世纪80年代,神经网络理论取得突破性进展,引起了控制理论界的广泛关注。神经网络之所以对控制有吸引力,是因为它具有如下特点:

- (1) 能逼近任意属于  $L_2$  空间的非线性函数。
- (2) 它采用并行、分布式处理信息,有较强的容错性。
- (3) 便于用大规模集成电路实现。
- (4) 适用于多信号的融合,可同时综合定量和定性的信号,对多输入多输出系统特别方便。
- (5) 可实现在线和离线学习,使之满足某种控制要求,灵活性大。

由于具有上述特点,神经网络控制在近年来出现了大量的研究结果。在建模方面,静态神经网络可用来作为系统的输入输出模型,而动态神经网络既可用来作为系统的输入输出模型,又可用作系统的状态空间模型。在神经网络控制系统中,神经网络的作用可分为三大类。第一类是在基于模型的各种控制结构,如内模控制、模型参考自适应控制、预测控制中充当对象的模型;第二类是充当控制器;第三类是在控制系统中起优化计算的作用。神经网络控制系统的具体方案很多,几种比较成熟的结构是:监督控制、逆动态控制系统、内模控制、预测控制、模型参考自适应控制等。

虽然目前有较好仿真效果的各种控制方案很多,但理论上的研究尚处于初步阶段,需要做的工作很多。就神经网络本身而言,在逼近非线性函数问题上,现有的理论只解决了存在性问题,对于不同的被控对象,如何选择合适的神经网络结构,尚处于经验阶段,有待于进行理论上的研究;在学习算法方面,现有算法的收敛速度都很慢,应着重研究如何使算法的收敛速度加快,当然此问题要有重大突破,还有待于高维变量的非线性优化方法的提高。就控制系统方面而言,对于非线性对象的神经网络控制系统的稳定性分析、神经网络控制系统的鲁棒性、鲁棒辨识等均是有待研究的课题。总之,神经网络控制中的理论问题很多,解决这些问题的难度很大,若有突破,神经网络控制将会有更大的发展,但许多理论问题的解决,有赖于非线性系统理论的发展。

## 7. 非线性频域控制理论

对线性控制系统最初也是在时域内研究的,但由于当时解高阶微分方程是很困难的事,人们才用拉普拉斯变换和傅里叶变换作为数学工具,将微分方程变成代数方程,然后在频域内进行控制系统的分析与设计。频域法实际物理意义明确,计算简便,而且控制器设计具有鲁棒性,因此在实际中得到了广泛的使用。线性多变量系统的研究开始也是时域法占主导地位,但以后人们又逐渐把频域法推广到多变量系统的分析和设计中,使得状态变量法得到的各种结果均能由频率法得出来。

对于非线性控制系统,人们也一直探求如何用频率法解决它的分析与设计问题,描述函数法是频率法解决非线性控制系统分析最早成果,但这种方法忽略了高次谐波成分,实质上是线性化近似方法,当系统中非线性因素较强时,利用这种方法得到的结果误差较大。波波夫判据和圆判据是频域稳定性判据方法,但这两种判据仅适用于绝对稳定性问题。

早在 1887 年,Volterra 在研究非线性解析泛函时,提出了 Volterra 级数的概念。Frechet 应用 Weiestrass 多项式逼近理论,证明了所有的连续函数都可用 Volterra 级数表示。20 世纪 40 年代,N. Wiener 第一次使用 Volterra 级数描述非线性系统,把这种级数用于非线性电路的分析。其后,一些学者继续从事 Volterra 级数的研究工作,美国加州伯克利大学蔡少堂教授在非线性自治振荡系统分析与 Volterra 核测量等方面作出了突出的贡献。Brockett 和 Sanberg 的开创性研究,把 Volterra 级数应用到控制系统的分析中,Brockett 研究了 Volterra 泛函级数与几何控制论的关系,Sanberg 研究了非线性系统的 I/O 描述问题。

多变量傅里叶变换的概念早在 20 世纪 60 年代初就已经提出了,将 Volterra 核通过多变量傅里叶变换或多变量拉氏变换,形成 Volterra 频域核以便在频率域内对非线性系统进行分析,这一思想是在 60 年代末 70 年代初建立的。Volterra 频域核或称广义频率响应函数(GFRF),它是线性系统的频率响应函数在非线性系统中的推广,GFRF 能够直观地表示出非线性系统的许多频域特性,而且还便于实验。但和线性系统的频率响应函数相比,GFRF 是一种高维频率响应函数,其物理意义的解释和计算要复杂得多。另外,对非线性系统的描述,GFRF 是用一个频率响应函数系列(线性系统除外),而不是用单独的一个频率响应函数描述。这一时期,虽然学者们以电路和通信系统的分析为背景,对 GFRF 性质的研究取得一些有意义的进展,但由于 GFRF 计算上的困难,特别是随着问题复杂性的增加,计算量达到了难以承受的程度,以致于人们对非线性系统频域分析的发展前景产生了怀疑。

进入 80 年代以后,以英国谢菲尔德大学的 Billings 为首的一批学者在非线性频域分析方面做了许多出色的工作,重新唤起了人们对这一领域研究的兴趣。Billings 研究小组主要的贡献是提出了非线性系统频率响应分析的一般理论,导出了基本的计算公式,发展了非线性系统高阶频率响应函数的计算方法。他们提出了对模型未知的非线性系统进行频谱分析的一种新方法,该方法由两部分组成:非线性系统模型辨识和从辨识的模型直接计算系统的广义频率响应函数。非线性系统模型辨识是基于 NARMAX 描述用试探法辨识参数。他们还利用典型例子,通过系统的广义频率响应函数,讨论了非线性系统的一些频率特性:频率响应的谐波特性、增益压缩 / 扩张特性、互抑特性和相互调制特性等。在线性系统中,时域和频域

描述之间可以很容易地进行等价变换;而在非线性控制系统中,两者之间的变换要复杂得多,但由于这个问题的解决对于非线性频谱分析的研究是非常重要的,因此许多人一直努力试图找到一种简便的变换方法。Billings 等人给出了一个从 NARMAX 模型计算高阶频率响应函数的迭代算法,对于非线性积分微分方程又提出了一种计算其广义频率响应函数的迭代算法,这个算法避免了以前的结果随非线性阶数的增加而计算工作量剧增的缺陷。本书作者对于多项式类微分方程提出了一种计算 GFRF 的迭代算法。频率分析方法之所以受工程师们欢迎,一个重要的原因是频率法将解析和图形的方式结合了起来,但由于受三维图示的限制,无法解决高阶频率响应函数的图示问题,有人提出了一种高阶频率响应函数的图示方法,以解析和图形的方式对高阶频率响应函数做了进一步的解释和分析。

建立非线性系统的模型是研究非线性问题的基础。频域辨识法的基本思路是借助 FFT 算法,利用输入信号和输出信号的频率特性,辨识非线性系统的高阶广义频率响应函数。French 等提出了用复指数滤波器代替 Laguerre 函数,并采用 FFT 算法求 Wiener 核的频域方法,这一方法与 Lee 时域方法相似,但显著地减少了计算要求。Barker 等学者研究了输入信号的选择问题,得出了结论:利用伪随机三值输入能计算出一阶、二阶 Volterra 核。目前所提出的非线性系统频域辨识方法计算量都太大,而且大多数仅考虑头两阶核。韩崇昭教授提出了一种新的频域辨识和拟合算法,其思想是把非线性系统的频域辨识问题转化成高阶频率响应函数的泛函方程求解问题,仿真结果表明这种算法优于以前的算法。

G. Zames 于 1981 年提出了  $H_\infty$  控制的思想,其主要思路是以系统某些信号间的传递函数的  $H_\infty$  范数为优化指标,对于跟随问题希望干扰频谱对输出产生的频率响应为最小。 $H_\infty$  控制理论从现在的研究情况来看主要是在时域内讨论  $H_\infty$  的求解方法,但它所揭示的思想是一种频域综合法,并可用来进行非线性控制系统的综合。在多维频域空间内,基于广义频率响应函数描述,研究非线性控制系统  $H_\infty$  控制的求解问题是一个重要的研究方向。

## 8. 混沌动力学方法

混沌运动的发现,在科学界引起了很大波动。由于混沌运动是非线性系统一种比较普遍的运动,所以引起各个领域科学家们的广泛兴趣,已经成为各个学科的研究人员普遍关注的前沿性课题。近几年来,国外在非线性动力学或非线性系统学主题下,出现了大量关于分叉、混沌研究的文献,主要有 Holms, Wiggins, Golubitsky 及 Lichtenberg 等为代表的关于全局分叉、同宿和异宿轨道分析、奇异和群论分析、分叉等解析方面的研究,有以 Hsu, Tongue 等的胞映射、插值胞映射等为代表的数值方法研究。国内许多著名学者在非线性振动系统、Hamilton 系统及其摄动系统的复杂运动分析、胞映射方法改进及符号动力学方面,也做了大量的