国家教育部高校学生司审定

全国各类成人高等学校统一招生考试用书

专升本

高等数学(一)

中国成人教育协会成人高等学校招生研究会 组编

辽宁大学出版社
www. lnupress. com. cn

教育部高校学生司审定

全国各类成人高等学校统一招生考试用书

大专起点升本科

高等数学(一)

中国成人教育协会成人高等学校招生研究会　组编

图书在版编目（CIP）数据

高等数学（一）/中国成人教育协会高等学校招生研究会组编. —沈阳：辽宁大学出版社，2000

全国各类成人高等学校统一招生考试用书

ISBN 7—5610—4051—2

Ⅰ. 高…　Ⅱ. 中…　Ⅲ. 高等数学（一）—成人教育—教材　Ⅳ. 013

中国版本图书馆 CIP 数据核字（2000）第 34117 号

辽宁大学出版社出版

网址：http：//www. lnupress. com. cn

Email：mailer@lnupress. com. cn

（沈阳市皇姑区崇山中路 66 号　邮政编码　110036）

丹东印刷有限责任公司印刷　辽宁大学出版社发行

开本：787×1092 毫米 1/32　字数：300 千字　印张：20.5

2003 年 8 月第 1 版　2003 年 8 月第 1 次印刷

责任编辑：靳方前　常　江　责任校对：姜秉仁

封面设计：刘桂湘　叶满城

定价：28.00 元

全国各类成人高校统一招生考试用书

编　委　会

编委成员（以姓氏笔画为序）

卫道元	王　云	王明智	王金龙	王润木	毛竞飞
李鸿江	李云增	李　谦	李增元	刘忠余	刘庆标
刘　敏	刘廷胜	何晓淳	张书勤	张海泉	张德珠
邱　可	吴　湖	苏连海	杨丽娟	杨尚连	岳　伟
金友鹏	林秀岳	郑伟辰	郑元鼎	侯天翔	侯汉敏
赵世军	南光哲	郭朝东	徐来勇	贾静波	黄继晏
黄　鹏	黄民夫	韩永俭	潘香春	蔡广琼	

（编委均为各省招办主管成人高考招生工作负责人）

本册执笔　苗作仁　李　清　姜秉仁　潘照新　李志远　王鸿义　王玉山

本册审定　于　雷

前　言

2002年6月，教育部高校学生司和教育部考试中心制订了2003—2004年《全国各类成人高等学校招生复习考试大纲（专科起点升本科）》（以下简称新大纲）。新大纲不仅在考试科目上作了重要调整，而且在内容上作了重大修订，更加适应目前我国市场经济发展的需要，更加适应从应试教育向素质教育转变的需要，更加适应建立终身教育体系的需要。

为了满足广大考生复习备考的需要，教育部高校学生司委托中国成人教育协会成人高校招生研究会，依据新大纲组织编写了一套《全国各类成人高等学校统一招生考试用书》。本套教材作者是从全国重点大学选拔的具有多年从事成人高等教育、专升本考前辅导的富有经验的专家教授，他们中大部分参加了新大纲的审定和命题研究工作。教育部高校学生司组织有关专家对这套书稿进行了审定。

专科升本科教材共有10种：政治、英语、教育理论、大学语文、高等数学（一）、高等数学（二）、民法、艺术概论、生态学基础、医学综合。

报考哲学、文学（艺术类除外）、历史学以及中医学类（一级学科）考生用书：政治、英语、大学语文。

报考艺术类（一级学科）考生用书：政治、英语、艺术概论。

报考工学、理学（生物科学类、地理科学类、环境科学类、心理学类等四个一级学科除外）考生用书：政治、英语、高数（一）。

报考经济学、管理学、农学以及职业教育类、生物科学类、地理科学类、环境科学类、心理学类、药学类等六个一级学科考生用书：政治、英语、高数（二）。

报考法学考生用书：政治、英语、民法。

报考教育学（职业教育类一级学科除外）考生用书：政治、英语、教育理论。

报考农学考生用书：政治、英语、生态学基础。

报考医学(中医学类、药学类等两个一级学科除外)考生用书:政治、英语、医学综合。

根据教育部高校学生司有关部门的意见，充分考虑了成人考生的特点，这套教材在编写过程中，全面贯彻了新大纲精神。在内容上力求必要够用，重点突出，融教材内容与考试内容于一体，有利于考生掌握考试的重点、难点。全套教材在内容的编排上与新大纲的知识系统完全一致，在题型和练习题方面，更加贴近考试实际。

为了方便教师辅导和考生自学，每种教材中的各章前都有“提要”（大纲要求），章后收录了大量的应用型和能力型练习题及习题参考答案。为了使考生了解考试题型，书后附有2003—2004年成人高等学校专升本全国统一考试考试形式及试卷结构和2003年成人高等学校专升本全国统一考试试卷及参考答案，还附二套全真模拟试卷供考生练习之用。

由于编写时间仓促，水平有限，书中存在不足或错误在所难免，我们恳请广大读者、专家、教授批评指正。

2003年8月

此为试读,需要完整PDF请访问: www.ertongbook.com

编写说明

本书是根据教育部2002年修订的专升本《高等数学》（一）复习考试大纲要求编写的，新大纲增加了拉格朗日乘数法求二元函数的条件极值和会求两个平面夹角等内容。

充分考虑成人考生的特点，以考生自学为主，深入浅出，使考生易会易懂树立参考信心。

考虑到辅导教师讲授和使用的方便、快捷、得力。

因而本书有三大特点：

1. 紧扣、落实考试大纲，内容全面充实，层次难易适当。

2. 简明扼要，重点突出，对基本概念、基本理论、基本方法，强化运用，提高能力。

3. 注重综合运用所学知识，分析并能解决简单的实际问题。

每节课文为考点精要、解题指导两部分，节后配有同步练习题，并给出答案及较详的题解。

每章后配有复习题，并给出答案与略解。

全书后配有两套全真模拟试卷，它基本上涵盖了考试的基础内容和方法，在此基础上又做到了相应的拔高。考生一定要认真分析研究，弄懂算理和方法，以及与其相关的知识点类型题，能独立书面解答出来，为应试做好充分的准备。

由于编者水平有限，书中难免有疏漏和不妥之处，欢迎读者批评指正。

编　者

2002年7月

目　录

第一章　函数、极限、连续

§1.1　函　数

一、要求

(1)理解函数的概念。会求函数的表达式、定义域及函数值。会求分段函数的定义域、函数值,会作出简单的分段函数的图像。

(2)理解函数的单调性、奇偶性、有界性和周期性。

(3) 了解函数 $y = f(x)$ 与其反函数 $y = f^{-1}(x)$ 之间的关系(定义域、值域、图像),会求单调函数的反函数。

(4) 熟练掌握函数的四则运算与复合运算。

(5) 掌握基本初等函数的性质及其图像。

(6) 了解初等函数的概念。

(7) 会建立简单实际问题的函数关系式。

二、考点精要

(一) 函数的概念

1. 函数定义　设 D 为一实数集,若按某种确定的对应规律 f,对任意 $x \in D$,都有惟一确定实数 y 与其对应,则称 y 是 x 的函数,记作 $y = f(x)$. 其中 x 称为自变量,y 为因变量;x 的取值范围 D 叫函数的定义域,y 的变化范围叫函数的值域.

对应规律和定义域称为函数的两要素.两个函数只有两要素完全相同时才是相同的函数.要深刻理解符号 $f(\quad)$,它具有广泛的涵义,它可以表示一个或几个解析式子,也可表示的是一张表格或一个图形,总之它反映变量之间的相依关系.

函数 $y = f(x)$ 的图形,是指平面点集$\{(x,y) \mid y = f(x), x \in D\}$,一般是一条曲线或分段曲线.函数和其图形是一一对应的.

2. 函数的表示法

函数常用的表示方法有三种:

(1) 公式法,也叫解析法:是把自变量和因变量之间的对应关系用数学式子表示的方法。如 $y = x^2 + 1, y = e^x, y = x + \ln x$ 等。

(2) 表格法:将部分的自变量取值与对应的函数值列成表来表示函数关系,如对数表,三角函数表等各种数学用表。

(3) 图示法:是把变量之间的对应关系,用相应坐标平面上的图形,通常是曲线来表示,如某地某日 24 小时温度变化曲线,就是时间 t 与温度 ℃ 之间的图示法表示。

为便于理论分析和直观地反映函数性质,有时较多结合使用公式法和图示法。

3. 分段函数(非初等函数) 其特点是其定义域被分成几个区间,在不同的区间上,函

数有不同的表达式.总体上还是一个函数.

例1　符号函数 $y=\operatorname{sgn}x=\begin{cases}-1, x<0\\0, \quad x=0\\1, \quad x>0\end{cases}$ 其图形为如图1·1定义域：
$D=(-\infty,0)\cup\{0\}\cup(0,+\infty)$

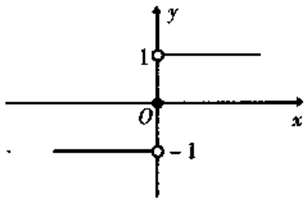

图1·1

例2　取整函数：$y=[x]=n$（当 $n\leqslant x<n+1, n\in Z$），$[x]$ 表示不超过 x 的最大整数.例如 $[-1.5]=-2$　$[0.3]=0$　$[2.8]=2$.其图形如图1·2

例3　实数的绝对值，也可表示一个分段函数 $y=|x|=\begin{cases}x, \quad x\geqslant 0\\-x, x<0\end{cases}$ 其图形如图1·3

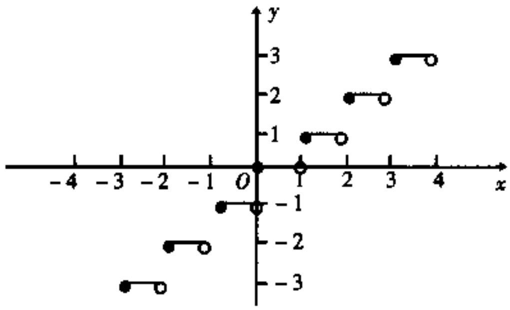

图1·2

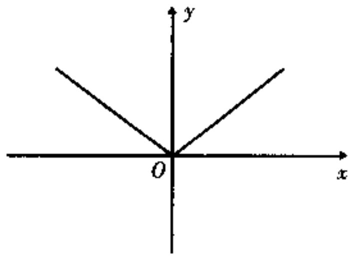

图1·3

4. 隐函数　前面所讲的形如 $y=f(x)$ 的函数，一般称为显函数，其特点是变量 x、y 分离、分别在等号的两边，用 x 的解析式 $f(x)$ 表示 y。此外还有一类函数，称为隐函数。

定义　凡能够由方程 $F(x,y)=0$ 确定的函数关系称为隐函数。例如抛物线 $y^2=x$ 就能确定两个隐函数。其一，图形为上半支的 $y=\sqrt{x}(0\leqslant x<+\infty)$；其二，图形为下半支的 $y=-\sqrt{x}(0\leqslant x<+\infty)$，这是一个隐函数能够显化的简单例子，但并非所有的隐函数都能显化，例如 $e^{x+y}+xy=1$，$y-x-\varepsilon\sin y=0(0<\varepsilon<1)$ 都不能解出 y，不能显化。

（二）函数的简单性质

1. 单调性　设函数 $y=f(x)$，定义域为 $D(f)$，区间 $I\subseteq D$.若对任意的 $x_1,x_2\in I$，且 $x_1<x_2$ 都有 $f(x_1)\leqslant f(x_2)$ 则称 $f(x)$ 在 I 上是单调增加函数，反之若都有 $f(x_1)\geqslant f(x_2)$ 则称 $f(x)$ 在 I 上是单调减少的函数。函数单调增加或单调减少统称为函数的单调性.单调增函数 $y=f(x)$ 的图形，随自变量的增加，由低到高；单调减少的函数 $y=f(x)$ 的图形随自变量的增加由高到低.

2. 奇偶性　设函数 $y=f(x)$ 定义域 $D(f)$ 是关于原点对称的.如果对子任一 $x\in D(f)$，都有 $f(-x)=f(x)$，则称 $f(x)$ 为偶函数，其图形关于 y 轴对称；如果对任一 $x\in D(f)$，都有 $f(-x)=-f(x)$ 则称 $f(x)$ 为奇函数.其图形关于原点对称.

3. 有界性　设函数 $y=f(x)$，$x\in D(f)$.如果存在正数 M，使得对一切 $x\in D(f)$ 都有 $|f(x)|\leqslant M$，则称 $y=f(x)$ 在 $D(f)$ 内有界.如果不存在这样的正数 M，则称函数 y

此为试读，需要完整PDF请访问：www.ertongbook.com

$= f(x)$ 在 $D(f)$ 内无界.

4. 周期性　设函数 $y = f(x), x \in D(f)$，如果存在常数 $T \neq 0$，使得对任何 $x \in D(f)$，都有 $f(x \pm T) = f(x)$，则称 $f(x)$ 为周期函数，满足上式的最小正数 T 称为 $f(x)$ 的周期. 周期函数在每一个周期内的图形相同.

（三）反函数

定义　函数 $y = f(x)$，若对其值域中任何 y 值，都有惟一确定的 $x \in D(f)$ 与之对应，则称函数 $x = f^{-1}(y)$ 为 $y = f(x)$ 的反函数，通常记为 $y = f^{-1}(x)$. 函数 $y = f(x)$ 与 $y = f^{-1}(x)$ 是互为反函数，其定义域与值域互相转化. $y = f(x)$ 与 $y = f^{-1}(x)$ 的图形关于直线 $y = x$ 对称.

（四）复合函数

设 y 是 u 的函数 $y = f(u)$，而 u 是 x 的函数 $u = \varphi(x)$，且 $f(u)$ 的定义域 $D(f)$ 与 $u = \varphi(x)$ 的值域 $R(\varphi)$ 有 $D(f) \cap R(\varphi) \neq \phi$. 则可确定函数 $y = f[\varphi(x)]$，称其为由 f、φ 构成的复合函数（函数套函数），u 称为中间变量. 例如 $y = a^x (0 < a \neq 1)$，$x = \sin t$. 则构成复合函数 $y = a^{\sin t} (0 < a \neq 1)$. 而 $y = \arcsin u$ 与 $u = \sqrt{x^2 + 2}$ 就不能构成复合函数. 因为 $D(f) = [-1, 1]$，而 $R(\varphi) = [2, +\infty)$. 即 $[-1, 1] \cap [2, +\infty) = \phi$. 复合函数还可以由多个函数复合而成. 如 $y = e^u, u = \sin v, v = x^2$，复合成 $y = e^{\sin x^2}$，u、v 为中间变量. 要会复合，反之，也要会对复合函数分解，后者更重要.

（五）基本初等函数及其性质和图形

1. 幂函数　函数 $y = x^\alpha (\alpha \in R)$ 称为幂函数. 如 $y = x, y = x^2, y = \sqrt{x}, y = x^{-1}, y = x^{-\frac{1}{2}} \cdots$ 都是幂函数. $y = x^\alpha (\alpha \in R)$ 没有统一的定义域，定义域由 α 值确定. 如 $y = x^{\frac{1}{2}} = \sqrt{x}, x \in [0, +\infty)$，$y = x^{-\frac{1}{2}} = \dfrac{1}{\sqrt{x}}, x \in (0, +\infty)$. 但在 $(0, +\infty)$ 内 $y = x^\alpha (\alpha \in R)$ 总是有定义的，且都经过 $(1,1)$ 点，当 $\alpha > 0$ 时，函数在 $[0, +\infty)$ 上是单调增加的，当 $\alpha < 0$ 时，函数在 $(0, +\infty)$ 内是单调减少的. 下面给出几个常用的幂函数的图形，如图 1·4、1·5：$y = x, y = x^{\frac{1}{2}}, y = x^2$；$y = x^{-1}, y = x^{-\frac{1}{2}}, y = x^{-2}$.

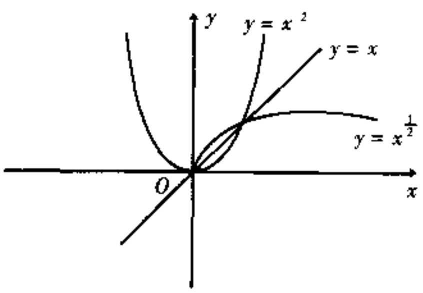

图 1·4

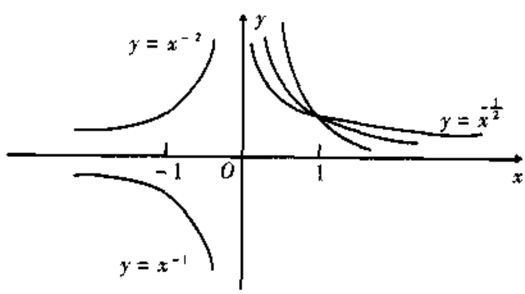

图 1·5

2. 指数函数　函数 $y = a^x (0 < a \neq 1)$ 称为指数函数，定义域 $D(f) = (-\infty, +\infty)$，值域 $R(f) = (0, +\infty)$；当 $a > 1$ 时函数为单调增加的；当 $0 < a < 1$ 时为单调减少的，曲线过 $(0,1)$ 点. 高数中常用的指数函数是 $a = e$ 时，即 $y = e^x$. 以 $y = 2^x$ 与 $y = (\frac{1}{2})^x$

为例绘出图形，如图 1・6

3. 对数函数　　函数 $y = \log_a x(0 < a \neq 1)$ 称为对数函数，其定义域 $D(f) = (0, +\infty)$，值域 $R(f) = (-\infty, +\infty)$. 当 $a > 1$ 时单调增加，当 $0 < a < 1$ 时单调减少，曲线过(1,0)点，都在右半平面内. $y = \log_a x$ 与 $y = a^x(0 < a \neq 1)$ 互为反函数. 当 $a = e$ 时的对数函数 $y = \ln x$ 称为自然对数. 当 $a = 10$ 时，$\lg x$ 称为常用对数. 以 $y = \log_2 x, y = \log_{\frac{1}{2}} x$ 为例绘出图形，如图 1・7

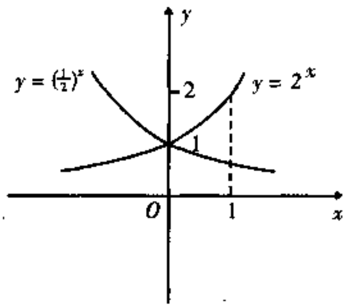

图 1・6

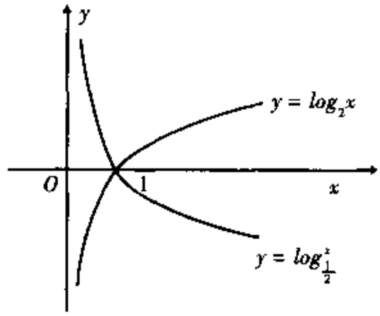

图 1・7

4. 三角函数　　有 $y = \sin x, y = \cos x, y = \tan x, y = \cot x, y = \sec x, y = \csc x$. 它们都是周期函数. 对三角函数作简要的叙述：

(1) 正弦函数与余弦函数：$y = \sin x$ 与 $y = \cos x$ 定义域都是$(-\infty, +\infty)$，值域都是$[-1, 1]$. 它们都是有界函数，周期都是 2π，$y = \sin x$ 为奇函数，$y = \cos x$ 为偶函数. 图形为图 1・8、图 1・9.

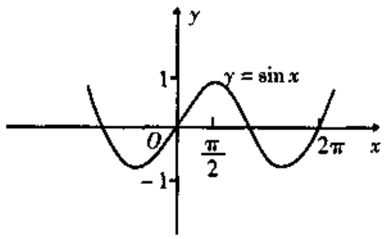

图 1・8

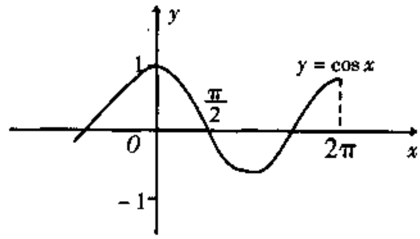

图 1・9

(2) 正切函数 $y = \tan x$，定义域 $x \neq k\pi + \frac{\pi}{2}(k \in Z)$，值域为$(-\infty, +\infty)$. 周期 $T = \pi$，在其定义域$\left(k\pi - \frac{\pi}{2}, k\pi + \frac{\pi}{2}\right)(k \in Z)$ 内单调增加的奇函数，图形为图1・10

(3) 余切函数 $y = \cot x$、定义域 $x \neq k\pi$，$(k \in Z)$，值域为$(-\infty, +\infty)$，周期 $T = \pi$，在定义域$(k\pi, (k+1)\pi)(k \in Z)$ 内是单调减少的奇函数，图形如图 1・11

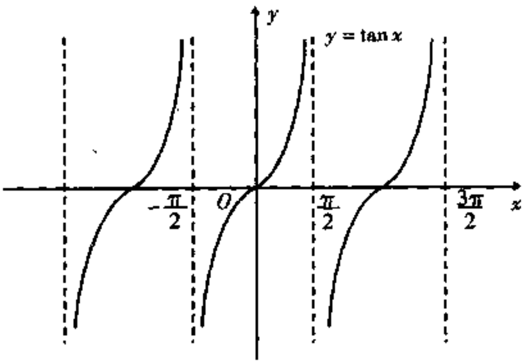

图 1・10

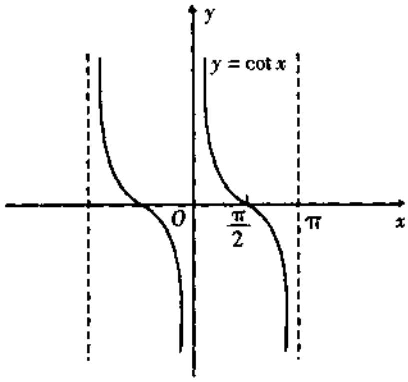

图 1・11

(4) 正割函数 $y=\sec x$，定义域 $x\neq k\pi+\frac{\pi}{2}(k\in Z)$，值域为 $(-\infty,-1]\cup[1,+\infty)$，为无界函数，周期 $T=2\pi$ 的偶函数，图形如图 1・12

(5) 余割函数 $y=\csc x$，定义域 $x\neq k\pi(k\in Z)$，值域为 $(-\infty,-1]\cup[1,+\infty)$ 为无界函数，周期 $T=2\pi$，在定义域为奇函数，图形为图 1・13

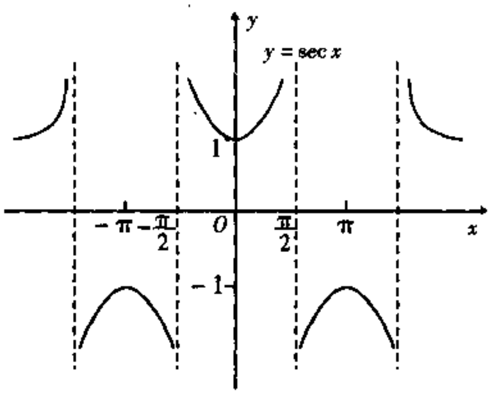

图 1・12

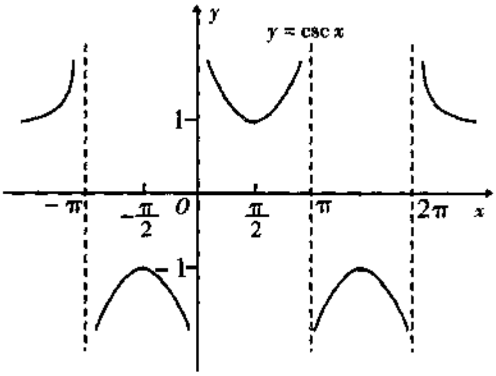

图 1・13

5. 反三角函数　　反正弦函数 $y=\arcsin x$，定义域 $x\in[-1,1]$，值域 $y\in[-\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{2}]$，为有界函数，在其定义域内是单调增加的奇函数，图形如图 1・14；反余弦函数 $y=\arccos x$，定义域为 $[-1,1]$ 值域为 $[0,\pi]$，为有界函数，在其定义域内为单调减少的非奇非偶函数，图形如图 1・15；反正切函数 $y=\arctan x$，定义域 $(-\infty,+\infty)$，值域 $(-\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{2})$，有界，在定义域内是单调增加的奇函数，图形如图 1・16；反余切函数 $y=\mathrm{arc\,cot}\,x$，定义域为 $(-\infty,+\infty)$，值域 $(0,\pi)$ 有界函数，在其定义域内单调减少. 图形如图 1・17

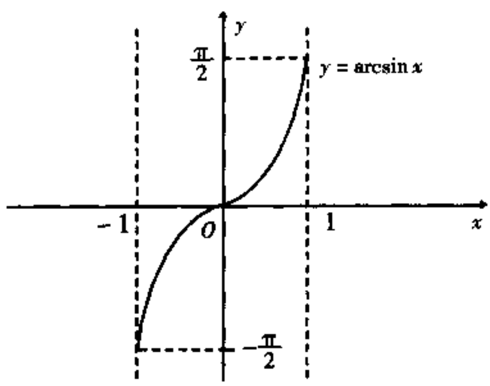

图 1·14

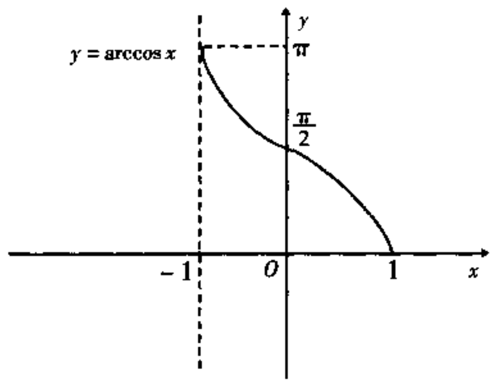

图 1·15

（六）初等函数　由常数与基本初等函数经过有限次的四则运算和有限次的复合所构成的用一个解析式表达的函数称为初等函数. 其中常数与基本初等函数有限次四则运算构成的函数也叫简单函数. 高等数学中所遇到的函数大多是初等函数。分段函数不是初等函数，但在每一段上却是初等函数，要理解掌握好.

（七）建立函数关系，列函数式

（1）分析实际问题中存在的各种量，弄清楚哪些是常量，哪些是变量，变量中哪个是自变量，哪个是因变量.

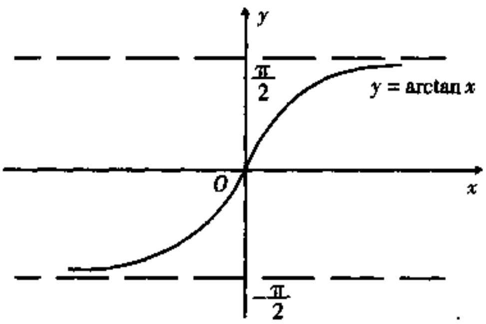

图 1·16

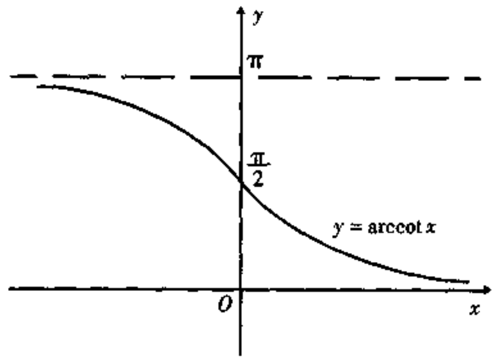

图 1·17

（2）根据变量间的依赖关系，列出函数关系式

（3）由实际问题求出函数定义域.

三、解题指导

例 1.1.1　求下列函数定义域.

（1）$f(x)=\dfrac{x-1}{\ln x}+\sqrt{16-x^2}$,

（2）$f(x)=2^{\frac{1}{x}}+\arcsin[\ln(1-x)]$

解：(1) 归结为解不等式组$\begin{cases}x>0\\ \ln x\neq 0\\ 16-x^2\geqslant 0\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}x>0\\ x\neq 1\\ -4\leqslant x\leqslant 4\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}x\neq 1\\ 0<x\leqslant 4\end{cases}\Rightarrow 0<x\leqslant 4$

且 $x\neq 1$，故函数定义域为：$(0,1)\cup(1,4]$

(2) 归结为解不等式组：

解：$\begin{cases}x\neq 0\\ 1-x>0\\ -1\leqslant\ln(1-x)\leqslant 1\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}x\neq 0\\ x<1\\ \ln e^{-1}\leqslant\ln(1-x)\leqslant\ln e\end{cases}$

$\Rightarrow\begin{cases}x\neq 0\\ x<1\\ e^{-1}\leqslant 1-x\leqslant e\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}x\neq 0\\ x<1\\ -e\leqslant x-1\leqslant -e^{-1}\end{cases}$

$\Rightarrow\begin{cases}x\neq 0\\ x<1\\ 1-e\leqslant x\leqslant 1-e^{-1}\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}x<0\text{ 或 }0<x<1\\ 1-e\leqslant x\leqslant 1-e^{-1}\end{cases}$

$\Rightarrow 1-e\leqslant x<0$ 或 $0<x\leqslant 1-e^{-1}$.

故函数定义域为$[1-e,0)\cup(0,1-e^{-1}]$.

例 1.1.2　求下列函数定义域.

(1) 若 $f(x)$ 的定义域是$[-4,4]$，求 $f(x^2)$ 的定义域.

(2) 若 $f(x)$ 的定义域是$[0,3a]$$(a>0)$，求 $f(x+a)+f(x-a)$ 的定义域.

解：(1) 归结为解不等式 $0\leqslant x^2\leqslant 4$，即 $-2\leqslant x\leqslant 2$，定义域为$[-2,2]$

(2) 归结为解不等式组$\begin{cases}0\leqslant x+a\leqslant 3a\\ 0\leqslant x-a\leqslant 3a\\ a>0\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}-a\leqslant x\leqslant 2a\\ a\leqslant x\leqslant 4a\\ a>0\end{cases}$

$\Rightarrow a\leqslant x\leqslant 2a$. 故定义域为$[a,2a]$.

例 1.1.3　求 $f(x)$ 的表达式：

(1) 已知 $f(\sin x)=\cos 2x$，

(2) 已知 $f(\frac{1}{x})=4x-\sqrt{1+\frac{1}{x^2}}$

解：(1) 由已知得 $f(\sin x)=1-2\sin^2 x$，故 $f(x)=1-2x^2$.

(2) 方法一：令$\frac{1}{x}=u$，则 $x=\frac{1}{u}$，代入原函数式，得 $f(u)=4\cdot\frac{1}{u}-\sqrt{1+u^2}$，即 $f(x)=\frac{4}{x}-\sqrt{1+x^2}$.（注意：$f(\quad)$ 的表达式与所用的字母符号没有关系）.

方法二：也可直接凑成 $f(\frac{1}{x})$ 的表达式：由已知 $f(\frac{1}{x})=\frac{4}{\frac{1}{x}}-\sqrt{1+(\frac{1}{x})^2}$，再将$\frac{1}{x}$ 换成 x，得 $f(x)=\frac{4}{x}-\sqrt{1+x^2}$.

例 1.1.4　求下列函数的反函数：(1)$y=-\sqrt{x-1}$，(2)$y=1+\ln(x+2)$.

解：(1) 由 $y=-\sqrt{x-1}$，解出 $x=y^2+1$，因为 $x\geqslant 1, y\leqslant 0$，所以反函数为 $y=x^2+1, x\in(-\infty,0]$.

(2) 由 $y=1+\ln(x+2)$，解出 $y-1=\ln(x+2)$，$x+2=e^{y-1}$，$x=e^{y-1}-2$，因为 $x>-2, y\in(-\infty,+\infty)$，所以反函数为 $y=e^{x-1}-2, x\in(-\infty,+\infty)$.

例 1.1.5　求下列函数值，

(1) 若 $f(x)=\begin{cases}2^x, & -1\leqslant x<0\\ \sqrt{1-x^2}, & 0\leqslant x<1\\ x-1, & 1\leqslant x<3\end{cases}$，求 $f(-\frac{1}{2}), f(0), f(2)$

(2) 若 $f(x)=\begin{cases}|\sin x|, & |x|<1\\ 0, & |x|\geqslant 1\end{cases}$ 求 $f(\frac{\pi}{2}), f(\frac{\pi}{4}), f(-\frac{\pi}{4})$

解：(1) 由 $-\frac{1}{2}\in[-1,0)$，所以 $f(-\frac{1}{2})=2^x\Big|_{x=-\frac{1}{2}}=2^{-\frac{1}{2}}=\frac{\sqrt{2}}{2}$；由 $0\in[0,1)$，所以 $f(0)=\sqrt{1-x^2}\Big|_{x=0}=\sqrt{1-0^2}=1$；由 $2\in[1,3)$，所以 $f(2)=(x-1)\Big|_{x=2}=2-1=1$

(2) 由 $\frac{\pi}{2}>1$，所以 $f(\frac{\pi}{2})=0$；由 $|\pm\frac{\pi}{4}|<1$，所以 $f(\pm\frac{\pi}{4})=|\sin x|_{x=\pm\frac{\pi}{4}}=|\sin(\pm\frac{\pi}{4})|=\frac{\sqrt{2}}{2}$.

例 1.1.6　将下列函数写成分段函数，并画出图形.

(1) $f(x)=|x^2-1|$ (2) $f(x)=x-[x]\ (-1\leqslant x<2)$.

解：(1) 依实数绝对值的意义，有 $f(x)=|x^2-1|=\begin{cases}1-x^2, & |x|\leqslant 1\\ x^2-1, & |x|>1\end{cases}\Rightarrow$ 图形 1·18.

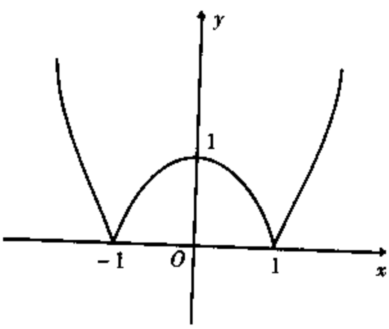

图 1·18

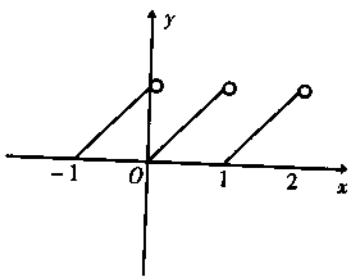

图 1·19

(2) 依取整函数得 $f(x)=x-[x]=\begin{cases}x+1, & -1\leqslant x<0\\ x, & 0\leqslant x<1\\ x-1, & 1\leqslant x<2\end{cases}\Rightarrow$ 图形 1·19

例 1.1.7　判断函数的奇偶性：

此为试读，需要完整PDF请访问：www.ertongbook.com