21 世纪高等院校规划教材

高等数学（上册）

◎ 刘修生 何艳平 主编

Gaodeng Shuxue

华中科技大学出版社
http://www.hustp.com

21世纪高等院校规划教材

高 等 数 学

（上册）

主　编　刘修生　何艳平
副主编　夏恩德　程铭东

华中科技大学出版社

图书在版编目(CIP)数据

高等数学(上册)/刘修生　何艳平　主编
武汉:华中科技大学出版社,2005 年 10 月
ISBN 7-5609-3552-4

Ⅰ. 高…
Ⅱ. ①刘…　②何…
Ⅲ. 高等数学-高等学校-教材
Ⅳ. O13

高等数学(上册)　　刘修生　何艳平　主编

责任编辑:曾　光　张　毅　　封面设计:刘　卉
责任校对:胡金贤　　责任监印:熊庆玉

出版发行:华中科技大学出版社
武昌喻家山　　邮编:430074　　电话:(027)87557437

录　　排:武汉万卷鸿图科技有限公司
印　　刷:湖北恒泰印务有限公司

开本:850×1168　1/32　　印张:7.75　　字数:183 000
版次:2005 年 10 月第 1 版　　印次:2005 年 10 月第 1 次印刷　　定价:12.00 元
ISBN 7-5609-3552-4/O·370

(本书若有印装质量问题,请向出版社发行部调换)

内容简介

本书内容包括函数、极限与连续、导数与微分、导数的应用、不定积分、定积分及其应用等。各节后有习题，各章后有复习题，书末附有习题答案。

本书结构严谨，说理浅显，叙述详细，例题丰富，便于教，利于学。

本书适合作为高职、高专院校及相当层次的其他院校的教材，也可供广大自修者自学使用。

前　言

本书是根据“高等学校工程专科高等数学课程教学基本要求”以及为适应高等工程专科学校培养高等技术应用型人材的需要编写的.在编写过程中,我们力求贯彻以应用为目的,以必需、够用为度,兼顾适度发展和少而精的基本原则,结合多年来积累的工程专科高等数学教学改革的经验和体会,在以下几个方面作出了努力.

1. 在课程结构上,我们将高等数学课程分为两个平台:基础数学、选学数学.基础数学的内容是最基本的,主要目的是提高学生的学习兴趣及让学生尽快适应大学的学习方法,加强学生的数学基本功训练;选学数学由各工科专业按各自需求和发展需要进行选学.书中带“*”的为选学数学部分.

2. 在教学内容上,我们削弱了那些过分形式化和严格化的内容,如极限论中的ε-N与ε-δ语言;删去了那些过分繁琐、过分强调技巧性的内容,如求极限、求不定积分等复杂的计算技巧,注意了推证思路的阐述,并尽量设法结合几何意义进行直观解释.

3. 引入计算机软件,增加了数学演示与实验、数学建模的内容,体现了数学改革的方向.

本书分上、下两册.上册包括函数与极限、导数与微分、中值定理与导数的应用、不定积分、定积分及其应用等,共5章.参考教学时数为72学时.下册包括常微分方程、空间解析几何与向量代数、多元函数微分学、多元函数积分学、无穷级数、数学建模初步等,共6章.参考教学时数为68学时.

本册由刘修生、何艳平任主编.夏恩德、程铭东任副主编.

此为试读,需要完整PDF请访问: www.ertongbook.com

本书在编写过程中，得到黄石理工学院教务处、教学委员会和数理学院的大力支持和关心，在此一并致谢.

由于编者的水平有限，书中存在一些缺点和错误在所难免，恳请读者批评指正.

编　者

2005年7月

目　录

此为试读,需要完整PDF请访问: www.ertongbook.com

第一章　函数与极限

极限概念是微积分学中的重要的基本概念，是学习微积分学的理论基础，也是数学理论研究的重要工具. 本章将在复习和加深函数有关知识的基础上，讨论函数的极限和函数的连续性.

1.1 函　　数

1.1.1 函数

函数概念是数学中最重要的概念之一，是高等数学的主要研究对象，它反映了物质世界中各种量之间的相互依存关系.

例1 在$\triangle ABC$中，设边长a,b一定，那么$\triangle ABC$的面积S与a,b两边的夹角C有如下的依存关系：

$$S=\frac{1}{2}ab\sin C,\quad 0<C<\pi$$

当a,b两边的夹角C在开区间$(0,\pi)$内任取一个数值时，按上式计算，面积S就有确定的数值与之对应.

例2 金属棒受热伸长，棒长l与温度T有如下的依存关系：

$$l=l_0(1+aT)$$

其中，l_0是0 ℃时的棒长，a为一常数，称为线胀系数，它的值随着金属材料的不同而不同. 在温度T的变化范围内任取一值时，按上式计算，l就有确定的数值与之对应.

在研究某一问题时，常常会遇到两种不同的量：一种是在过程进行中保持不变的量，称为常量，如例1中的a,b，例2中的l_0,a；一

种是在过程进行中不断变化的量，称为变量，如例1中的S,C,例2中的l,T.

例1、例2所描述的问题虽然不同，但它们具有共同的特点：

(1) 每个问题中都有两个变量，且它们之间不是相互独立，而是相互联系、相互制约的；

(2) 当一个变量在它的变化范围内任意取定一值时，另一个变量按照依存关系就有确定的值与它对应.

具有这两个特点的变量之间的依存关系称为函数关系.

定义1 设x和y是两个变量，D是一个给定的非空数集，如果对于每个$x\in D$,变量y按照一定的法则f总有确定的数值和它对应，则称y是x的函数，记做

$$y=f(x) \quad (\text{或 } f: x \mapsto y)$$

其中，x叫做自变量，y叫做因变量，数集D(或记做$D(f)$)叫做这个函数的定义域.

当x取定数值$x_0\in D$时，与x_0对应的y的数值称为函数在x_0处的函数值，记做$f(x_0)$.

当x遍取D中各数值时，对应的函数值全体组成的数集

$$W=\{y \mid y=f(x), \quad x\in D\}$$

称为函数的值域，W也可以记做$f(D)$.

对不同的函数需要加以区别时，应该采用不同的函数记号，如$f(x)$,$g(x)$,$\varphi(x)$,$F(x)$,$\Phi(x)$等.

由定义1可知，函数概念有两个基本要素：定义域和对应法则. 定义域表示使函数有定义的范围，即自变量的取值范围. 在实际问题中，函数的定义域由问题的实际意义确定，如例1中函数的定义域是$(0,\pi)$. 若函数由数学公式给出，函数的定义域就是使式子有意义的自变量的取值范围，如函数$y=\sqrt{4-x^2}$的定义域是闭区间$[-2,2]$.

如果自变量在定义域内任取一个数值时，对应的函数值总是只有一个，这种函数叫做单值函数，否则叫做多值函数. 例如，设变

量 x 和 y 之间的对应法则由方程 $x^2+y^2=r^2$ 给出，对于每个 $x\in[-r,r]$，由方程 $x^2+y^2=r^2$ 可确定出对应的 y 值，当 $x=-r$ 或 $x=r$ 时，对应 $y=0$ 一个值；当 x 取 $(-r,r)$ 内任意一个值时，对应的 y 有两个值. 所以该方程确定了一个多值函数.

以后如无特别说明，函数都是指单值函数.

表示函数的方法主要有三种：表格法、图形法、解析法(公式法). 其中用图形法表示函数是基于函数图形的概念，即坐标平面上的点集 $C=\{(x,y)\mid y=f(x),x\in D\}$ 称为函数 $y=f(x),x\in D$ 的图形(图 1-1).

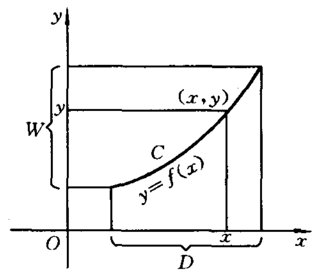

图 1-1

下面举几个函数的例子.

例 3 绝对值函数

$$y=|x|=\begin{cases} x, & x\geqslant 0 \\ -x, & x<0 \end{cases}$$

的定义域是 $D=(-\infty,+\infty)$，值域是 $W=[0,+\infty)$，图形如图 1-2 所示.

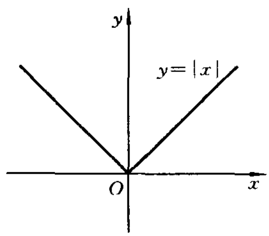

图 1-2

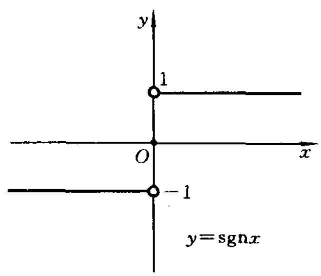

图 1-3

例 4 符号函数

$$y=\operatorname{sgn}x=\begin{cases} -1, & x<0 \\ 0, & x=0 \\ 1, & x>0 \end{cases}$$

的定义域是$D=(-\infty,+\infty)$，值域是$W=\{-1,0,1\}$，图形如图1-3所示. 对于任何实数x，都有$x=\operatorname{sgn}x\cdot|x|$.

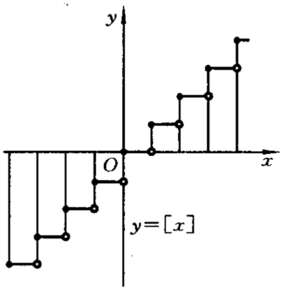

图 1-4

例 5　取整函数

$$y=[x],\quad x\in(-\infty,+\infty)$$

这里$[x]$表示不超过x的最大整数. 例如$[0.8]=0$，$[-1.3]=-2$，$[3]=3$. 它的图形如图1-4所示.

例 6　函数

$$y=f(x)=\begin{cases}2\sqrt{x}, & 0\leqslant x\leqslant 1\\ 1+x, & x>1\end{cases}$$

是一个分段函数. 它的定义域是$D=[0,+\infty)$，当$x\in[0,1]$时，对应的函数值$f(x)=2\sqrt{x}$；当$x\in(1,+\infty)$时，对应的函数值$f(x)=1+x$. 如$f\left(\dfrac{1}{2}\right)=2\sqrt{\dfrac{1}{2}}=\sqrt{2}$，$f(1)=\sqrt{1}=1$，$f(2)=1+2=3$. 它的图形如图1-5所示.

例 7　函数

$$y=1$$

的定义域是$D=(-\infty,+\infty)$，值域是$W=\{1\}$，它的图形是一条平行于x轴的直线，如图1-6所示.

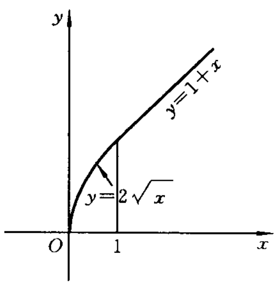

图 1-5

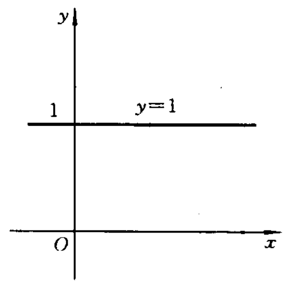

图 1-6

1.1.2　函数的几种特性

1. 单调性

设函数$f(x)$的定义域为D，区间$I \subset D$. 如果对于区间I上任意两点x_1, x_2，当$x_1 < x_2$时恒有$f(x_1) < f(x_2)$，则称函数$f(x)$在区间I上是单调增加的(图1-7)；如果对于区间I上任意两点x_1, x_2，当$x_1 < x_2$时恒有$f(x_1) > f(x_2)$，则称函数$f(x)$在区间I上是单调减少的(图1-8). 单调增加和单调减少的函数统称为单调函数.

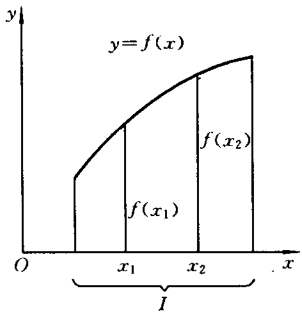

图1-7

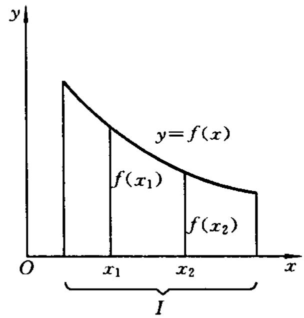

图1-8

例如，函数$y=x^2$在区间$[0,+\infty)$上是单调增加的，在区间$(-\infty,0]$上是单调减少的，在$(-\infty,+\infty)$上不是单调的(图1-9).

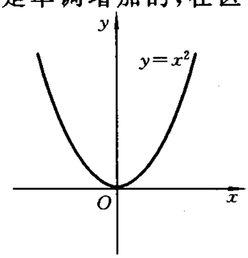

图1-9

2. 有界性

设函数$f(x)$的定义域为D，数集$X \subset D$. 如果存在正数M，使得

此为试读，需要完整PDF请访问：www.ertongbook.com