



银领工程

高等职业教育应用型人才培养培训工程系列教材

信息类 高等数学

■ 张金河 主编

■ 李 静 何春辉 副主编



高等教育出版社
Higher Education Press

银领工程

高等职业教育应用型人才培养培训工程系列教材

信息类高等数学

张金河 主编

李静 何春辉 副主编

高等教育出版社

内容提要

本书是作者根据教育部新制定的“高职高专教育高等数学课程教学基本要求”，结合多年教学经验和目前高职高专教育现状而编写的。全书主要内容有初等函数、极限与连续、导数与微分、导数应用、不定积分、定积分、定积分的应用、常微分方程、向量与空间解析几何、多元函数微积分学、线性代数初步、数学软件包 Mathematica 等。书后附有初等数学常用公式、函数的特性及基本初等函数的性质、常用函数的拉普拉斯变换表、习题答案与提示等供读者参考。

本书适用于高等专科学校、高等职业学校、成人高校以及本科院校的二级职业技术学院和民办高校信息类专业高等数学教材，也可作为相关技术人员和其他大专类学生的学习参考书和教师的教学参考书。

高等职业教育应用型人才培养培训工程系列教材编委会

主任：侯风波

副主任：彭奇林

委员：邵汉强 崔西玲 王仲英 张金河

图书在版编目(CIP)数据

信息类高等数学/张金河主编. —北京: 高等教育出版社, 2006. 7

ISBN 7 - 04 - 018936 - 4

I . 信… II . 张… III . 高等数学 - 高等学校：
技术学校 - 教材 IV . 013

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2006)第 061733 号

策划编辑 周先海 责任编辑 丁鹤龄 封面设计 王凌波 责任绘图 杜晓丹
版式设计 马静如 责任校对 杨凤玲 责任印制 毛斯璐

出版发行 高等教育出版社
社址 北京市西城区德外大街 4 号
邮政编码 100011
总机 010 - 58581000
经 销 蓝色畅想图书发行有限公司
印 刷 北京北苑印刷有限责任公司

开 本 787 × 1092 1/16
印 张 22.5
字 数 540 000

购书热线 010 - 58581118
免费咨询 800 - 810 - 0598
网 址 <http://www.hep.edu.cn>
<http://www.hep.com.cn>
网上订购 <http://www.landraco.com>
<http://www.landraco.com.cn>
畅想教育 <http://www.widedu.com>

版 次 2006 年 7 月第 1 版
印 次 2006 年 7 月第 1 次印刷
定 价 25.90 元

本书如有缺页、倒页、脱页等质量问题，请到所购图书销售部门联系调换。

版权所有 侵权必究

物料号 18936 - 00

出版说明

为了认真贯彻《国务院关于大力推进职业教育改革与发展的决定》，落实《2003—2007年教育振兴行动计划》，缓解国内劳动力市场技能型人才紧缺现状，为我国走新型工业化道路服务，自2001年10月以来，教育部在永州、武汉和无锡连续三次召开全国高等职业教育产学研经验交流会，明确了高等职业教育要“以服务为宗旨，以就业为导向，走产学研结合的发展道路”，同时明确了高等职业教育的主要任务是培养高技能人才。这类人才，既要能动脑，更要能动手，他们既不是白领，也不是蓝领，而是应用型白领，是“银领”。从而为我国高等职业教育的进一步发展指明了方向。

培养目标的变化直接带来了高等职业教育办学宗旨、教学内容与课程体系、教学方法与手段、教学管理等诸多方面的改变。与之相应，也产生了若干值得关注与研究的新课题。对此，我们组织有关高等职业院校进行了多次探讨，并从中遴选出一些较为成熟的成果，组织编写了“银领工程”丛书。本丛书围绕培养符合社会主义市场经济和全面建设小康社会发展要求的“银领”人才的这一宗旨，结合最新的教改成果，反映了最新的职业教育工作思路和发展方向，有益于巩固并更好地推广这些经验和成果，很值得广大高等职业院校借鉴。我们的这一想法和做法也得到了教育部领导的肯定，教育部副部长吴启迪专门为首批“银领工程”丛书提笔作序。

我社出版的高等职业教育各专业领域技能型紧缺人才培养培训工程系列教材也将陆续纳入“银领工程”丛书系列。

“银领工程”丛书适合于高等职业学校、高等专科学校、成人高校及本科院校举办的二级职业技术学院、继续教育学院和民办高校使用。

高等教育出版社
2006年5月

前　　言

高等数学课程是高等职业教育各类专业必修的重要基础课。它对培养学生的理性思维、科学精神、治学态度以及用数学解决实际问题的能力都具有非常重要的作用。为了适应高等职业教育快速发展的需要,真正落实高等职业教育的培养目标,根据高等职业教育数学教学的特点,为满足高等职业教育各专业对数学教学的需要,在高等教育出版社的委托下,由中国职业技术教育学会教学工作委员会数学教学研究会(高职)主任侯风波教授牵头,按整体建设的思路,对高等数学课程进行了为期二年的研究与建设。即2004年8月,研究会在湖南岳阳召开了第一次会议,启动了高职数学课程教学现状的研究工作,总结了高职数学课程改革所取得的成绩及存在的问题,成立了高职数学课程教材编委会;2005年1月,研究会在江苏无锡召开了第二次会议,按机械、电、信息、经管等专业大类分别研讨了高职数学课程整体建设思路;2005年4月,研究会在上海召开了第三次会议,讨论确定了上述四个专业大类高等数学课程教学基本要求、教学大纲、教学日历、教材编写大纲等各4个教学文件,并确定教材的编写任务和分工;2005年10月,研究会在承德召开了四本高等数学书稿的审稿交流会议,确定了各本教材的主编、副主编。

由中国职业技术教育学会教学工作委员会数学教学研究会(高职)组织编写的这套教材包含《机械类高等数学》、《电类高等数学》、《信息类高等数学》、《经管类高等数学》及与之配套的电子教案、试题库、助学课件等教学资料,给高等职业教育机械、电、信息、经管等专业大类的高等数学课程教学提供了较为完整的教学方案。

本书内容结合信息类专业的要求、突出培养信息类专业人才的能力,以强化概念,淡化计算,注重应用为重点,充分体现了“以应用为目的,以必需、够用为度”的原则,在保留高等数学传统教材主要内容的同时,精简了一些繁琐的证明和计算。采用案例驱动的思想,编入了大量具有信息类专业背景的例题和习题。

本书的主要内容有学习高等数学的作用与意义、初等函数、极限与连续、导数与微分、导数应用、不定积分、定积分、定积分的应用、常微分方程、向量与空间解析几何、多元函数微分学、多元函数积分学、行列式、矩阵和线性方程组、数学软件包 Mathematica 等。书后附有初等数学常用公式、函数的特性及基本初等函数的性质、常用函数的拉普拉斯变换表、习题答案与提示等供读者参考。

本书是高等数学教学资源整体建设工作的一部分,除主教材外还配套建设有电子教案、试题库、教学重点难点分析等。

本书不追求理论上的严格论证和推导,但对于一元函数微积分部分,应适当注意自身的系统性和逻辑性;信息类不同专业在完成以上必修内容的基础上,可根据需要有所侧重、选择和补充;对难度较大的部分基础理论,不追求严格的论证和推导,只作简单说明;对与实际应用联系较多的基本知识、基本理论和基本运算技能给予了重点加强;注重基本运算技能的训练,但不过分追求复杂的计算和变换的技巧,复杂的运算注意使用数学软件;注重贯彻循序渐进原则和启发式教

学原则。

本书编写具有以下几个特点：

1. 专设一章“数学软件包 Mathematica”专门研究“用数学软件包 Mathematica 求解 × × ”，以培养学生用计算机及相应数学软件包求解数学模型的能力。
2. 在保证数学概念准确的前提下，尽量借助于几何直观，力求使抽象的数学概念形象化，便于读者理解。
3. 注重数学概念与实际问题的联系，特别是与信息类专业的联系。
4. 结合具体内容进行数学建模训练，注重应用能力的培养。
5. 理论推导或证明以解释清楚有关结论为度，不过分追求理论上的系统性。

本书由张金河任主编，李静、何春辉任副主编，其中第一、二、三章由孟桂芬编写，第四、五章及附录由张金河编写，第六章由相秀芬编写，第七、八章由何春辉编写，第九章由潘承松编写，第十、十一章由邱法玉编写，第十二章由李桂荣编写，第十三章由姜超编写，第十四、十五章由李静编写，第十六章由李仁芮编写。全书统稿由张金河承担，框架结构安排和定稿由侯风波完成。

本书的编写，自始至终得到了侯风波教授和高等教育出版社罗德春、周先海同志的大力支持和帮助，他们为本书的成稿付出了辛勤的劳动，并提出诸多好的建议，在此一并致以诚挚的谢意。

限于编者的水平，书中一定存在缺点和不足之处，敬请读者提出宝贵意见并批评指正。

编者

2006 年 3 月

郑重声明

高等教育出版社依法对本书享有专有出版权。任何未经许可的复制、销售行为均违反《中华人民共和国著作权法》，其行为人将承担相应的民事责任和行政责任，构成犯罪的，将被依法追究刑事责任。为了维护市场秩序，保护读者的合法权益，避免读者误用盗版书造成不良后果，我社将配合行政执法部门和司法机关对违法犯罪的单位和个人给予严厉打击。社会各界人士如发现上述侵权行为，希望及时举报，本社将奖励举报有功人员。

反盗版举报电话：(010) 58581897/58581896/58581879

传 真：(010) 82086060

E - mail: dd@hep.com.cn

通信地址：北京市西城区德外大街 4 号

高等教育出版社打击盗版办公室

邮 编：100011

购书请拨打电话：(010)58581118

目 录

第一章 高等数学的意义和作用	1	第四节 极限的四则运算法则	23
第一节 高等数学的意义和作用	1	一、极限的四则运算	23
一、高等数学建立的时代背景	1	二、无穷小的比较	25
二、高等数学的意义和作用	2	第五节 函数的连续性	26
三、信息类专业高等数学的内容	3	一、函数的连续性	26
四、课程要求	3	二、函数的间断	28
第二节 如何学好高等数学	3	第六节 闭区间上连续函数的性质	29
第二章 初等函数	5	一、初等函数的连续性	29
第一节 函数	5	二、闭区间上连续函数的性质	29
一、函数的概念	5	习题三	31
二、函数的两种特性	7	第四章 导数与微分	33
三、分段函数	8	第一节 导数的概念	33
四、反函数	8	一、两个实例	33
第二节 初等函数	8	二、导数与高阶导数的概念	34
一、基本初等函数	9	三、可导与连续	37
二、初等函数	9	第二节 求导举例与变化率举例	38
第三节 函数模型	10	一、求导举例	38
一、数学模型的概念	10	二、变化率举例	40
二、建立数学模型的过程	10	第三节 导数的四则运算法则	41
三、函数模型的建立	12	一、函数的和、差、积、商的求导法则	42
习题二	14	二、导数的基本公式	43
第三章 极限与连续	16	三、高阶导数的运算	43
第一节 极限的概念	16	第四节 复合函数的求导法则	44
一、函数的极限	16	一、复合函数的求导法则	45
二、极限的性质	18	二、反函数的求导法则	46
第二节 无穷小量与无穷大量	19	三、参数方程求导法	46
一、无穷小量	19	第五节 隐函数求导法	47
二、无穷大量	20	一、隐函数求导法	47
三、无穷小与无穷大的关系	20	二、对数求导法	49
第三节 两个重要极限	21	第六节 微分及其几何意义	50
一、第一个重要极限	21	一、两个实例	50
二、第二个重要极限	21	二、微分的概念	51

三、可微的充要条件	51	二、不定积分的凑微分法	77
第七节 微分在近似计算中的应用	53	第三节 不定积分的换元积分法	81
一、用微分做近似计算的理论依据	53	一、换元积分法	81
二、微分在近似计算中的应用举例	54	二、换元积分法举例	82
习题四	56	第四节 不定积分的分部积分法	84
第五章 导数应用	58	一、分部积分公式	84
第一节 拉格朗日中值定理及函数的单调性	58	二、分部积分举例	85
一、罗尔中值定理	58	习题六	88
二、拉格朗日中值定理	59	第七章 定积分	89
三、函数的单调性	60	第一节 定积分的概念	89
第二节 洛必达法则	61	一、引入定积分概念的实例	89
一、洛必达法则	61	二、定积分概念	91
二、求未定式 $\frac{0}{0}$ 和 $\frac{\infty}{\infty}$ 的极限举例	61	第二节 定积分的几何意义及其性质	93
三、应用洛必达法则需注意的事项	63	一、定积分的几何意义	93
第三节 函数的极值	64	二、定积分的性质	94
一、极值的定义	64	第三节 微积分基本公式	96
二、极值的判定	64	一、变上限的定积分	96
第四节 函数的最值	66	二、微积分基本公式	97
一、闭区间上连续函数的最大最小值	66	第四节 定积分的换元法	100
二、实际问题的最大最小值	66	一、定积分的换元积分法	100
第五节 函数图形的凹向与拐点	67	二、奇(偶)函数的定积分	101
一、曲线的凹向及其判别法	67	第五节 定积分的分部积分法	103
二、曲线的拐点	68	一、定积分的分部积分法	103
第六节 函数图形的描绘	69	二、分段函数的定积分	105
一、曲线的渐近线	69	第六节 反常积分	106
二、一般步骤	69	一、无穷区间上的反常积分	106
三、作函数图形举例	70	二、无界函数的反常积分	108
习题五	71	习题七	110
第六章 不定积分	72	第八章 定积分的应用	111
第一节 不定积分的概念及性质	72	第一节 用定积分求平面曲线的弧长和平面图形的面积	111
一、原函数	72	一、微元法	111
二、不定积分的概念	73	二、平面曲线的弧长	111
三、不定积分的性质	74	三、平面图形的面积	112
第二节 不定积分的基本积分公式	75	第二节 平行截面面积为已知的立体体积	114
一、不定积分基本公式	75	一、平行截面面积为已知的立体的	

体积	114	三、向量线性运算的几何表示	137
二、旋转体的体积	115	第二节 向量的坐标表示法及其线性	
第三节 定积分的物理应用	116	运算	138
一、变力做功	116	一、向径的坐标表示	138
二、物体的质量	117	二、向量 \overrightarrow{AB} 的坐标表示	139
三、液体压力	117	三、两点间的距离公式	140
习题八	118	四、数量积	142
第九章 常微分方程	119	五、向量积	144
第一节 常微分方程的基本概念	119	第三节 平面方程	147
一、微分方程的基本概念	119	一、平面的点法式方程	147
二、简单微分方程的建立	121	二、平面的一般式方程	149
第二节 常微分方程的分离变量法	122	第四节 直线方程	151
一、变量可分离的常微分方程	122	一、直线的一般式方程	151
二、分离变量法	122	二、直线的点向式方程	151
第三节 一阶线性微分方程的解法	123	第五节 空间曲面的方程	154
一、一阶线性微分方程定义	124	一、空间曲面的一般概念	154
二、一阶线性微分方程的求解方法	124	二、母线平行于坐标轴的柱面	155
第四节 一阶线性微分方程的应用	126	三、以坐标轴为旋转轴的旋转曲面	157
一、由斜率求曲线方程	126	第六节 平面截痕法	158
二、由变化率求原函数	127	一、球面	159
第五节 二阶常系数齐次线性微分		二、椭球面	159
方程	127	三、椭圆抛物面	160
一、二阶常系数齐次线性微分方程解		四、锥面	160
的性质	128	第七节 空间曲线	162
二、二阶常系数齐次线性微分方程的		一、空间曲线的一般式方程	162
求解方法	128	二、空间曲线的参数方程	163
第六节 二阶常系数非齐次线性微分		第八节 空间曲线在坐标面上的	
方程的求解方法	130	投影	165
一、二阶常系数非齐次线性微分		一、投影柱面	165
方程解的性质	130	二、空间曲线在坐标面上的投影	166
二、二阶常系数非齐次线性微分方程		习题十	168
的求解方法	130	第十一章 多元函数微分学	170
习题九	133	第一节 多元函数的极限与连续	170
第十章 向量与空间解析几何	135	一、平面区域	170
第一节 空间直角坐标系与向量的		二、二元函数	172
概念	135	三、二元函数的极限	174
一、空间直角坐标系	135	四、二元函数的连续性	176
二、向量的概念	136	第二节 偏导数	177

一、二元函数偏导数的概念	178	第十三章 行列式	224
二、求偏导数举例	180	第一节 二阶、三阶行列式	224
三、高阶偏导数	181	一、二阶行列式	224
第三节 全微分	182	二、三阶行列式	225
一、引例	183	第二节 克拉默(Cramer)法则	227
二、全微分的定义	184	一、Cramer 法则	227
三、全微分计算	185	二、Cramer 法则的应用	229
四、微分在近似计算中的应用	186	第三节 n 阶行列式	230
五、全微分的几何意义	186	一、 n 阶行列式的定义	230
第四节 复合函数的求导法则	187	二、行列式的性质	232
一、复合函数的偏导数求法	188	第四节 行列式的计算方法	234
二、隐函数的微分法	192	一、特殊行列式的计算	234
第五节 多元函数微分学的几何 应用	194	二、四阶行列式的计算方法举例	235
一、曲线的切线	194	习题十三	238
二、曲面的切平面	196	第十四章 矩阵	242
第六节 多元函数的极值	198	第一节 矩阵的概念与矩阵的线性 运算	242
一、多元函数极值的概念	198	一、矩阵的概念	242
二、函数极值的求法	198	二、矩阵的线性运算	245
三、条件极值	200	三、矩阵的转置	246
第七节 多元函数的最大值与最 小值	203	第二节 矩阵的乘法运算	247
一、在有界闭域上连续的多元函数的 最值	203	一、引例	247
二、实际问题中的多元函数的最值	204	二、矩阵乘法	248
习题十一	205	三、矩阵乘法的应用	250
第十二章 多元函数的积分	208	第三节 方阵的逆矩阵	252
第一节 二重积分的概念与性质	208	一、方阵的逆矩阵定义	252
一、二重积分的概念	208	二、方阵可逆的充要条件	253
二、二重积分的性质	209	三、按定义求方阵的逆矩阵	254
第二节 二重积分的计算	211	四、逆矩阵的应用	255
一、在直角坐标系下计算二重积分	211	第四节 矩阵的秩	257
二、在极坐标系下计算二重积分	215	一、矩阵秩的定义	257
第三节 二重积分的应用	218	二、矩阵的初等变换	258
一、平面薄板的质量	218	三、用初等行变换求矩阵的秩	259
二、平面薄板的质心	219	第五节 用初等行变换求方阵的逆 矩阵	261
三、平面薄板的转动惯量	220	一、初等方阵	261
习题十二	222	二、用初等行变换求方阵的逆矩阵	263
		第六节 向量组的秩	266

一、向量组的线性相关性	266	五、常用函数	296
二、向量组的极大线性无关组	270	六、变量	297
三、向量组的秩	272	七、自定义函数	298
习题十四	273	八、表	298
第十五章 线性方程组	276	九、解方程	299
第一节 齐次线性方程组的解的 结构	276	十、Which 语句	300
一、齐次线性方程组的解的结构	277	十一、Print 语句	300
二、齐次线性方程组有非零解的充要 条件	278	第二节 用 Mathematica 做高等 数学	301
第二节 齐次线性方程组的基础 解系	279	一、用 Mathematica 求极限	301
一、齐次线性方程组的基础解系	280	二、用 Mathematica 进行求导运算	302
二、齐次线性方程组的通解	282	三、用 Mathematica 做导数应用题	302
第三节 非齐次线性方程组的解的 结构	283	四、用 Mathematica 做一元函数的 积分	303
一、非齐次线性方程组的解的结构	283	五、用 Mathematica 解常微分方程	303
二、非齐次线性方程组有解的充要 条件	285	六、用 Mathematica 做向量运算和 三维图形	304
三、用初等行变换求线性方程组的 通解	287	七、用 Mathematica 求偏导数与多元函数的 极值	305
习题十五	290	八、用 Mathematica 做线性代数	306
第十六章 数学软件包 Mathematica 及其 应用	292	九、用 Mathematica 做二重积分	309
第一节 初识数学软件包 Mathematica	292	十、用 Mathematica 做数值计算	309
一、用 Mathematica 作算术运算	292	习题十六	312
二、代数运算	294	附录 A 初等数学常用公式	313
三、系统的帮助	295	附录 B 函数的四种特性及基本初等 函数的性质	317
四、Notebook 与 Cell	295	附录 C 常用函数的拉普拉斯变换表	321
		附录 D 习题答案与提示	322
		参考文献	344

第一章 高等数学的意义和作用

第一节 高等数学的意义和作用

一、高等数学建立的时代背景

数学是研究现实世界中空间形式和数量关系的科学.17世纪以前的数学,研究的数是常数或常量,研究的形是孤立的、不变的规则几何形体.研究常量间的代数运算形成了初等代数,而研究不同几何形体内部及相互关系形成了初等几何.初等代数和初等几何统称为初等数学.

1637年,法国数学家笛卡儿(Descartes,1596—1650)将变量引进数学,同时引入坐标,开创了用代数方法解决几何问题的解析几何学.解析几何沟通了数学中两个基本研究对象“数”和“形”之间的联系,这时的数学家已能从变化过程中研究变量,研究变量之间的函数关系,从而为微积分的创立搭起了舞台.

到了17世纪,生产力的发展提出了许多技术上的新要求,而要实现技术要求必须有相应的科学知识.例如:流体力学(与矿井的通风和排水有关)、机械力学等有了突飞猛进的发展.资本主义社会商品生产中,贸易活动的高涨,促使航海事业的空前发达,向外扩张的军事需要,也促进了航海事业的发展.精确又方便地测定船舶位置,需要准确地研究天体运行的规律(经纬度),天文学、力学因而发展起来.当时天文学、力学涉及许多非匀速运动,确定非匀速运动物体的速度与加速度,使瞬时变化率问题的研究成为当务之急,天文观测所用望远镜的光程设计,需要确定透镜曲面上任一点的法线,这又使任意曲线的切线问题变得不可回避;确定炮弹的最大射程及寻求行星运行轨道的近日点与远日点等涉及的函数极大值、极小值问题也亟待解决.与此同时,行星沿轨道运动的路程、行星矢径扫过的面积、物体的重心、两个天体之间引力的计算等,又使积分学的基本问题被重新激起.在17世纪上半叶,几乎所有的科学大师都致力于寻求解决这些难题的数学工具.

英国科学家牛顿(Newton,1642—1727)和德国科学家莱布尼茨(Leibniz,1646—1716)总结了诸多科学家的工作,从根本上属于静态的方法中解脱出来,用变化的观点去描述因变量在一个短暂瞬间相对于自变量的变化率,即微商;从整体变化的观点去描述在自变量的某个变化过程中因变量作用的整体积累,即积分.微商和积分统称为微积分.

微积分的产生极大地推动了数学科学的发展,在此基础上形成了内容丰富的高等代数、高等几何与数学分析三大分支,连同一些其他数学分支,相对于初等数学,它们被统称为高等数学.是微积分使数学从初等数学(从静止的角度,像照相一样研究事物)进入高等数学(从变化的过程,像录像一样研究事物),微积分的建立在数学史上具有划时代的意义.

二、高等数学的意义和作用

数学是研究空间形式和数量关系的科学,是一切科学的基础,是自然科学最基本的语言,是人们认识客观事物、创造物质文明的基石,它在形成人类理性思维的过程中发挥着独特的、不可替代的作用。我国著名数学家华罗庚形象地概述了数学的各种应用:“宇宙之大,粒子之微,火箭之速、化工之巧、地球之变、生物之谜,日用之繁等各个方面,无处不有数学。”

高等数学最基本、最重要的内容是微积分,因其研究对象主要是连续变化的变量问题,由于连续变化的量广泛存在于自然科学和技术科学的各个领域,客观世界中凡涉及变量变化率的问题都要用到导数。实际生活中,小到每个人的衣食住行,希望花最少的钱取得最大的满足,大到企业追求最大的经济效益,以至国家制定合理的政策,使其国民收入、环境质量及诸多的社会需求得到最好的满足等优化问题,都是用导数求极值,或用矩阵方法借助计算机求解大型线性方程组来解决的;工程师使用仿真软件来设计电路和微芯片,它们包含数百万的晶体管,这样的软件技术依赖于线性方程组和矩阵的方法。特别是随着计算机技术的飞速发展,人类已进入信息化、数字化的时代,高等数学中的各种数学模型广泛应用于工程科学、生命科学、经济管理科学、军事科学等众多领域,如复杂而精密的工程设计,医学中广泛应用的CT检测等。高等数学是客观世界中最基本的处理各种关系结构的量化模式,它为后续课程如《数据分析》、《离散数学》等的学习和学习者以后从事的科技工作如程序设计等奠定必要的基础。

高等数学是用变化的观点,从变量之间相互依赖关系(函数),在局部和整体两方面研究问题的。导数是研究函数在一点处的变化情况,仅与函数在该点附近局部性态有关;而积分则研究函数在一个区间上的变化,与函数在该区间上的整体性态有关。它们解决问题的方法都是:在微小局部“以匀代不匀”,“以直代曲”,“以不变代变”,“以有限代无限”,求得近似解答,通过极限方法实现从近似值到精确值的转化。高等数学中普遍存在着对立统一、运动变化、相互关系、相互转化,它能使学习者树立辩证唯物主义观点,形成正确的世界观。微分与积分的逆运等关系成为相当广泛的一类函数的普遍规律。微积分的许多算法配合强大的计算机软件,使微积分能方便地在更多领域发挥作用。贯穿微积分始终的极限思想,是一种重要的“脑力操”,是训练理性思维的极好工具,极限过程所带来的结果,可指导现实,解决现实世界中各类问题。

由于高等数学研究对象和表达形式的高度抽象性,研究对象的严密逻辑性,数学理论和问题推理的极端严谨性。通过严谨性、抽象性、逻辑性、应用性的必要训练,使学习者养成严谨的科学态度,实事求是的精神,形成良好的抽象概括、逻辑推理的思维方式和习惯。高等数学作为一门与数学模型结合紧密的主要基础课,是学习数学建模方法的启蒙学科,它能提高学习者洞察、分析、理解问题的能力,运用数学原理、思想和方法正确解决问题的能力,从而熟练地把实际问题转化为数学模型,并能更好的求解数学模型。

高等数学中数学符号、数学图形的奇异性、对称性、整齐性,数学概念、公式、定理、运算间的和谐性、统一性,数学例题和数学模型的典型性、概括性,都是数学美的具体内容。数学美是独特的、内在的,它可以陶冶人的情操,它对人们理性思维的培养,智慧的启迪和潜在能动性与创造力的开发有着不可替代的作用。

三、信息类专业高等数学的内容

信息类专业高等数学是高职高专和成人教育信息类专业必修的一门重要基础课,它的内容主要包括:函数,极限、连续,一元函数的微分学,一元函数的积分学,多元函数的微分学,多元函数的积分学,常微分方程,向量与空间解析几何,行列式,矩阵,线性方程组,数学软件包 Mathematica. 书后附有初等数学常用公式,常用平面曲线与方程,数学软件包 Mathematica. 遵循“以应用为目的、以必需、够用为度”的原则,强调重要的基本概念、基本运算,注重理论知识的实际应用.

四、课程要求

高等数学是高等专科教育、高等职业教育、成人高等教育中信息类专业的一门必修的重要基础课. 从实际问题出发引入概念是本教材的一个特点. 通过本课程的学习,使学习者掌握微积分、空间解析几何、线性代数、及其数学建模等内容的基本概念、基本理论、基本运算. 能够逐渐用数学思想、概念、方法消化、吸收工程概念和工程原理,综合运用所学数学知识把实际问题转化为数学模型,用计算机和数学软件求解数学模型,从而提高学习者的基本运算能力、自学能力、综合运用所学知识去分析问题和解决问题的能力、初步的抽象概括问题的能力以及一定的逻辑推理能力.

思考题

为什么要学习高等数学?

第二节 如何学好高等数学

高等数学是高等院校一门非常重要的基础课,因此,学好它对每一位学习者综合素质的提高和不断创新的人生都是极为重要的. 它多是用运动、辩证的观点去分析问题、解决问题. 由于它具有概念更复杂、理论性更强、表达形式更抽象和推理更严谨的特点,不可能老师一教,学生就会全部领会,一些内容,如函数的连续与间断,积分的换元法等一时很难掌握,这就需要学习者掌握一定的学习方法,勤于思考,反复训练. 学好高等数学,必须做到:

1. **有扎实的基本功** 因为初等连续函数是微积分学主要研究对象,对于高中学过的幂函数、指数函数、对数函数、三角函数等相关内容一定要很熟,否则要想学好高等数学可能就需要很多时间.
2. **课前预习** 大学数学的授课方式虽然仍是以课堂讲解为主,但每堂课的信息量增长了很多——是中学的几倍甚至是十几倍. 要想学好高等数学,应将自我学习、自主学习的意念和能力与学习过程紧密配合,这就要求在课前认真阅读教材的内容,力争把握教材定义、定理、法则中关键性词语,对定义、定理、法则的内容(条件、结构)加以理解. 对预习中不懂的内容和推不出的式子做个简单记录,在听课时重点关注.
3. **认真听课** 高等数学各章是相互关联层层推进的,每一章都是后一章的基础,切忌在某

一地方卡壳后,中止听课.上课时将自己预习时的理解与老师的讲解加以对照,找出预习时理解的偏差,特别注意教师强调的地方,也是容易出错的地方,切忌只顾埋头记笔记,做到听、记、思相结合.

4. 课后复习 在认真钻研教材和阅读参考书的基础上,加深与提高对已学内容,特别是对基本概念和定理的理解认识.掌握理解与记忆的关系.高等数学中概念、公式较多,在学习过程中应注意理解,而不应机械地去记忆.例如在没有正确理解复合函数求导法则含义,了解复合函数的构造的情况下,公式背的再熟也不能正确对复合函数求导.应该在所学内容基本掌握的前提下,归纳总结,搞清知识点间的联系,总结出解决问题的方法和途径.

5. 适当做题 学习理论必须运用与实践,才能保证理论被牢固地掌握,通过实践才能对理论加深理解,明确理论的用途和用法.在学习数学的过程中,实践主要是解题.在复习所学内容后再做一定数量的习题,帮助学习者掌握数学的基本运算方法,更好的理解数学概念、理论和思想方法,以便运用这些数学知识解决实际问题.注意作业语言、格式的规范化,并针对习题中的疑难问题再看书、理解,养成努力钻研,勤于思考,勇于提问,善于研究问题的好习惯.

学好高等数学并不是一件很难的事,只要肯努力,在记忆的基础上理解,在解题中深化,在比较中构筑知识结构的框架,你会学得更好.

思考题

你将如何学习高等数学?

第二章 初等函数

早在 16 世纪,由于生产力的发展和实际的需要,运动与变化成为自然科学研究的中心问题,在研究某一自然现象或实际问题时,常会发现问题中的量与量之间相互依赖地按一定规律在变化,从而产生了函数.

函数是数学中重要的基本概念之一.它不仅是中学数学的主要内容,也是学习高等数学的必要基础.本章将在复习和加深函数知识的基础上,研究复合函数、初等函数及函数模型的有关知识.

第一节 函数

在客观世界中,变量的变化不是孤立的,一些变量之间是遵循一定规律相互依赖的,函数概念就是变量间相互依赖关系的反映.

一、函数的概念

先通过几个实例来说明变量间的相互依赖关系.

(例 2.1 常见保险丝的熔断电流 I (A) 和直径 D (mm) 之间的关系,见表 2.1:

表 2.1

直径 D	0.559	0.61	0.71	0.813	0.915	1.22	1.63	1.83	2.03	2.34
熔断电流 I	3.5	4.0	5.0	6.0	7.0	10.0	16.0	19.0	22.0	27.0

表 2.1 反映了熔断电流 I 随保险丝直径 D 变化的对应关系.根据这个表,当直径 D 取表中某一值时,对应的电流 I 值也随之确定.

(例 2.2 在电子技术中,常会遇到各种波形,图 2.1 是“锯齿波”,产生一个三角波形,横坐标表示时间 t ,纵坐标表示电压 u .

由图 2.1 可知,电压 u 是随时间 t 的变化而变化的,在 $t \in [0, 30]$ 中的每一个 t 值,都有一个确定的 u 值与之对应.

(例 2.3 球的体积 V 与半径 r 间的关系用 $V = \frac{4}{3}\pi r^3$ 表示, r 可取大于 0 的所有实数,这里 V 与 r 都是变量,当半径 r 变化时,球的体积 V 也作相应的变化.

以上三个例子中,各个量的实际意义虽不相同,但它们的共同点是:每个例子所描述的变化

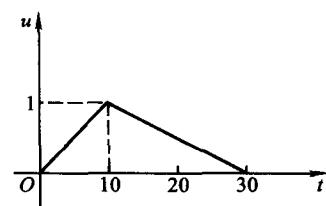


图 2.1