

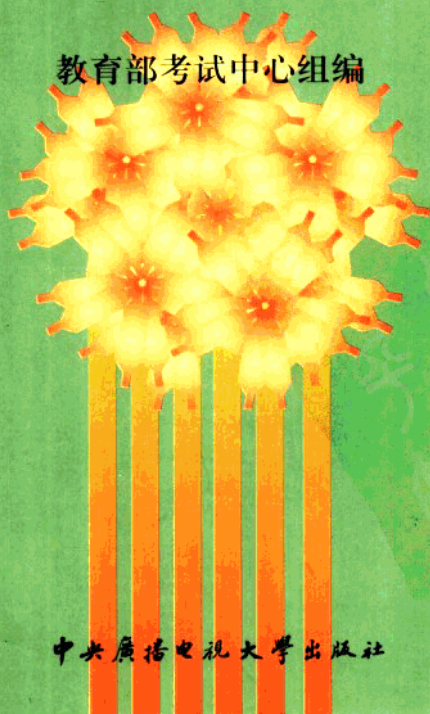
根据教育部2002年重新修订并颁布的
《全国各类成人高等学校招生复习考试大纲》编写

高中起点升本、专科入学考试参考丛书

数学(理)考试参考书

电大版

教育部考试中心组编



中央广播电视大学出版社

前 言

教育部 2000 年制订的《全国各类成人高等学校招生复习考试大纲》(以下简称《大纲》),使用期限到 2002 年。2002 年教育部又对下一年度成人高考的科目作了重大调整,新的考试科目组分为文科类和理科类,考试科目为 3 + 1,即语文、数学、外语 + 文科综合(文科类)和语文、数学、外语 + 理科综合(理科类),其中文科综合的内容为历史和地理,理科综合的内容为物理和化学。针对科目调整的情况和成人考生的特点,2002 年 6 月,教育部学生司和考试中心组织专家对原《大纲》进行了修订。修订新《大纲》本着精简、有效、实用的原则,对原有《大纲》的内容和考试形式作了调整,有些科目的内容有较大变化。

为了便于广大考生了解新《大纲》的内容,提高复习的效率,我们组织参加《大纲》修订的专家编写了《高中起点升本、专科入学考试参考丛书》,本丛书按照新《大纲》的体系,对《大纲》的内容作了详尽的解释并配以例题分析,试题训练,书后附有样题。

本套丛书共分六册,《语文考试参考书》、《数学(理)考试参考书》、《数学(文)考试参考书》、《英语考试参考书》、《历史地理综合课考试参考书》、《物理化学综合课考试参考书》。

这套丛书的特点是用试题实例解释考试内容,并附有大量高水平的训练题。我们相信通过这种方式可以使考生的复习更有针对性,从而提高知识水平和能力水平。

由于编写时间仓促,不当之处还望各学科专家和广大读者提出宝贵意见,待再版时进一步完善。

教育部考试中心

2002 年 8 月

目 录

第一部分 代 数	(1)
一、函 数	(3)
(一) 集合	(3)
(二) 函数概念和性质	(6)
(三) 一次函数、反比例函数与二次函数	(12)
(四) 指数函数与对数函数	(18)
二、不等式和不等式组	(25)
三、数 列	(30)
四、复 数	(39)
五、导 数	(46)
第二部分 三 角	(57)
一、三角函数及其有关概念	(59)
二、三角函数式的变换	(62)
三、三角函数的图象和性质	(72)
四、解三角形	(82)
第三部分 平面解析几何	(89)
一、平面向量	(91)
二、直 线	(95)
三、圆锥曲线	(101)
第四部分 立体几何	(111)
一、直线和平面	(113)
二、空间向量	(120)
三、多面体和旋转体	(125)

第五部分 概率与统计初步	(133)
一、排列、组合与二项式定理	(135)
二、概率初步	(142)
三、统计初步	(148)
理工农医类模拟试题 (一)	(153)
理工农医类模拟试题 (二)	(159)

第一部分

代 数

一、函数

(一) 集合

[考试内容]

了解集合的意义及其表示方法. 了解空集、全集、子集、交集、并集、补集的概念及表示方法, 了解符号 $\subset$ 、 $\subseteq$ 、 $=$ 、 $\in$ 、 $\notin$ 的含义, 并能运用这些符号表示集合与集合、元素与集合的关系.

[试题设计]

有关集合的试题有的是直接给出集合, 考查集合的概念、集合与集合的关系、元素与集合的关系; 有的是结合其它内容, 不但考查集合, 也考查其它有关知识, 如实数、方程、不等式、数列、三角函数、直线方程、各种曲线方程等内容; 因此, 考生不仅应了解集合本身, 也应了解用集合的语言来叙述其它数学问题的方法.

[例题解析]

【例1】 设全集 $I = \{1, 2, 3, 4, 5\}$, 集合 $M = \{1, 3, 4\}$, $N = \{2, 4, 5\}$, 则 $\overline{M} \cap \overline{N} = (\quad)$.

(A) 空集

(B) $\{4\}$

(C) $\{1, 3\}$

(D) $\{2, 5\}$

【分析】 本题主要考查考生对集合及集合的子、交、并、补四种运算的理解. 集合是现代数学的最基本的原始(不定义)概念, 是现代数学的根基. 故在历年成人高考、普通高考中成为考查的常见内容. 只要考生对有关的概念能正确理解, 便能作答, 无需什么技巧.

【解法1】 用集合运算来直接求.

由已知可求得 $\overline{M} = \{2, 5\}$, $\overline{N} = \{1, 3\}$, $\therefore \overline{M} \cap \overline{N} = \emptyset$. 故选(A).

【解法2】 用间接排除法, 所求目标为 $\overline{M} \cap \overline{N}$, 则 $\overline{M} \cap \overline{N}$ 中的元素必是 $\overline{M} \cap \overline{N}$

中的元素, $\overline{M \cap N}$ 中的元素必不是 M, N 中的元素, 故从集合 I 中分别将 M 及 N 中的元素排除, 即得 (A).

【解法 3】用摩根律(对偶律)来做.

由已知得 $M \cup N = \{1, 2, 3, 4, 5\} = I, \therefore \overline{M \cap N} = \overline{M \cap N} = \emptyset$. 故选 (A).

【例 2】设集合 $M = \{(x, y) | xy > 0\}, N = \{(x, y) | x > 0 \text{ 且 } y > 0\}$, 则集合 M 与集合 N 的关系是 ().

(A) $M \cup N = N$ (B) $M \cap N = \emptyset$

(C) $M \supset N$ (D) $M \subset N$

【分析】本题中 M 为第一、三象限中的点, N 为第一象限中的点, 显然 $M \supset N$.

【解】 $M = \{(x, y) | xy > 0\} = \{(x, y) | x > 0, y > 0 \text{ 或 } x < 0, y < 0\} = \{(x, y) | x > 0 \text{ 且 } y > 0\} \cup \{(x, y) | x < 0 \text{ 且 } y < 0\}$. 由此可知 $M \supset N$, 故选 (C).

【例 3】设全集 $I = \mathbb{R}$, 集合 $M = \{x | x < 1\}, N = \{x | -1 < x < 2\}$, 则 $|x| - 1 < x < 1\} = ()$.

(A) $M \cup N$ (B) $M \cap N$ (C) $\overline{M \cup N}$ (D) $\overline{M \cap N}$

【解】

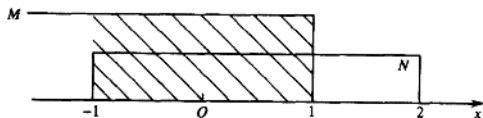


图 1

如图 1 所示, $\{x | -1 < x < 1\} = M \cap N$, 故选 (B).

【例 4】设全集 $I = \{1, 2, 3, 4, 5\}, A = \{1, 4\}$, 则 $\overline{A}$ 的所有子集的个数是 ().

(A) 3 (B) 6 (C) 7 (D) 8

【分析】先求 $\overline{A}$, 然后再由子集的概念列出所有的子集, 或利用组合的方法求出所有子集的个数.

【解法 1】 $\overline{A} = \{2, 3, 5\}$, 它的子集有 $\emptyset, \{2\}, \{3\}, \{5\}, \{2, 3\}, \{2, 5\}, \{3, 5\}, \{2, 3, 5\}$ 共 8 个, 故选 (D).

【解法 2】 $\overline{A} = \{2, 3, 5\}$, 由 3 个元素中取出 1 个元素、2 个元素、3 个元素所成的组合种数依次为 C_3^1, C_3^2, C_3^3 , 再加上空集, 则 $\overline{A}$ 的所有子集个数为 $C_3^0 + C_3^1 + C_3^2 + C_3^3 = 2^3 = 8$ 个, 故选 (D).

【例 5】设集合 $P = \{(x, y) | y = 2x\}, Q = \{(x, y) | y = 4x^2\}$, 则 $P \cap Q$ 等于 ().

(A) $\{(x, y) | x = \frac{1}{2}, y = 1\}$ (B) $\{(x, y) | x = 0, y = 0\}$

$$(C) \{(0,0), (\frac{1}{2}, 1)\}$$

$$(D) \{(x,y) | x = \frac{1}{2}, y = 0\}$$

【分析】 集合 P 是直线 $y=2x$ 上的所有的点的集合, Q 是抛物线 $y=4x^2$ 上所有的点的集合, P 与 Q 的交集是直线与抛物线的公共点所组成的集合.

【解】 由方程组

$$\begin{cases} y = 2x \\ y = 4x^2 \end{cases}, \text{ 解得 } \begin{cases} x = 0 \\ y = 0 \end{cases} \text{ 或 } \begin{cases} x = \frac{1}{2} \\ y = 1 \end{cases}.$$

故选(C).

【常见错误分析】

1. 例1中误用(B)作答的,说明考生误以为 $\overline{M \cap N} = M \cap N$; 误选(C)的考生,误以为 $\overline{M \cap N} = \overline{N}$; 误选(D)的考生以为 $\overline{M \cap N} = \overline{M}$.

2. 例2中,对“或”、“且”与集合的“并”、“交”的关系不清,是错误的主要原因.对集合 M, N 在平面直角坐标系中所表示的区域认识不清,也是错误原因之一.

3. 例3的错误常发生在用数轴表示不等式以后,如何分析“交”、“并”关系不清.

4. 例4的错误主要是子集概念不清,把真子集与子集混同在一起,从而不把 $\{2, 3, 5\}$ 计算在内,或不把空集计算在内.

5. 例5的错误主要是解方程组丢掉 $x=0, y=0$ 这一组解,随便把它约掉了.

【试题训练】

1. 设集合 $A = \{1, 2\}$, 集合 $B = \{2, 3, 5\}$, 则 $A \cap B$ 等于_____.

(A) $\{2\}$ (B) $\{1, 2, 3, 5\}$ (C) $\{1, 3\}$ (D) $\{2, 5\}$

2. 设集合 $A = \{x | -2 < x < 3\}$, $B = \{x | x > 1\}$, 则集合 $A \cap B$ 等于_____.

(A) $\{x | 1 < x < 3\}$ (B) $\{x | -2 < x < 3\}$

(C) $\{x | x > 1\}$ (D) $\{x | x > -2\}$

3. 设全集 $I = \{0, 1, 2, 3\}$, 集合 $M = \{0, 1, 2\}$, $N = \{0, 2, 3\}$, 则 $M \cap \overline{N} =$ _____.

(A) 空集 (B) $\{1\}$ (C) $\{0, 1, 2\}$ (D) $\{2, 3\}$

4. 设全集 $I = \{0, 1, 2, 3, 4\}$, 集合 $M = \{0, 2, 4\}$, $N = \{1, 3, 4\}$, 则 $\overline{M \cap N} =$ _____.

(A) $\{4\}$ (B) 空集 (C) $\{1, 3\}$ (D) $\{2, 4\}$

5. 设集合 $M = \{x | x \geq -4\}$, $N = \{x | x < 6\}$, 则 $M \cup N =$ _____.

(A) 实数集 (B) $\{x | -4 \leq x < 6\}$

(C) 空集 (D) $\{x | -4 < x < 6\}$

6. 设集合 $M = \{-2, 0, 2\}$, $N = \{0\}$, 则_____.

- (A) N 为空集 (B) $N \in M$ (C) $N \subset M$ (D) $M \subset N$

7. 满足条件 $M \cup \{1\} = \{1, 2, 3\}$ 的集合 M 的个数是_____.

- (A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4

8. 设全集 $I = \mathbb{R}$, 集合 $M = \{x | \sqrt{x^2} > 2\}$, $N = \{x | \log_3 7 > \log_3 7\}$, 那么 $M \cap \bar{N} =$

- (A) $\{x | x < -2\}$ (B) $\{x | x < -2 \text{ 或 } x \geq 3\}$
(C) $\{x | x \geq 3\}$ (D) $\{x | -2 \leq x < 3\}$

9. 设集合 $A = \{x | 1 < x < 2\}$, $B = \{x | x - a < 0\}$, 当 $A \subset B$ 时, 实数 a 的取值范围是_____.

- (A) $[2, +\infty)$ (B) $(-\infty, 1)$ (C) $(-\infty, 2)$ (D) $[1, +\infty)$

10. 已知集合 $M = \{y | y = x^2, x \in \mathbb{R}\}$, $N = \{y | y = 2x - 1, x \geq 1\}$, 则 $M \cap N =$

- (A) $\{1\}$ (B) $\{(1, 1)\}$ (C) $\{y | y \geq 0\}$ (D) $\{y | y \geq 1\}$

【参考答案】

1. A 2. A 3. C 4. B 5. A
6. C 7. B 8. C 9. A 10. D

(二) 函数概念和性质

【考试内容】

1. 理解函数概念, 会求一些常见函数的定义域.
2. 理解函数的单调性和奇偶性的概念, 掌握增函数、减函数及奇函数、偶函数的图象特征.

【试题设计】

由于函数是数学中最重要的一基础知识之一, 所以成人高考对于函数的有关内容要进行比较全面的考查, 在全部考题中所占份量较大, 考生应给予足够的重视.

在试题设计上严格按照考试大纲命题. 本部分主要考查有关概念、计算、综合运用以及利用图象进行函数性质的分析等等.

概念方面如判断两个函数是否为相同的函数, 这就必须理解函数的三要素: 定义域、值域和解析式. 判断函数的奇偶性, 证明函数在某区间上的单调性, 讨论

函数图象的对称性都是设计试题的主要内容.

计算方面如求函数的定义域,结合考查不等式的解法;再有就是函数记号 $f(x)$ 、 $f(2x)$ 等有关的概念和计算都是常见试题.

利用数形结合的方法分析解决问题是重要的数学思想之一,许多试题就是根据这一思想设计的,考生应充分重视函数图象的作法和应用.

【例题解析】

【例1】 下列各对函数中,图象完全相同的是().

(A) $y=2\lg x$ 和 $y=\lg x^2$ (B) $y=x$ 与 $y=\frac{x^2}{x}$

(C) $y=x$ 与 $y=\sqrt{x^2}$ (D) $y=|x|$ 与 $y=\sqrt{x^2}$

【分析】 两个函数的图象要想完全相同,当且仅当它们的解析式、定义域、值域都对应相同才行,求定义域时应注意不要进行使定义域发生变化的变形.

【解】 (A)中 $y=2\lg x$ 的定义域是 $x>0$,而 $y=\lg x^2$ 的定义域是 $x\neq 0$,因此,虽然 $y=\lg x^2=2\lg x$,但定义域不同,故图象也不同. (B)中 $y=\frac{x^2}{x}$ 的定义域是 $x\neq 0$,与 $y=x$ 的定义域不同,因而图象也不同. (C)中两函数的定义域相同,但值域不同, $y=\sqrt{x^2}\geq 0$,而 $y=x$ 中的 $y\in\mathbf{R}$,故图象亦不同. (D)中两函数的解析式相同, $y=\sqrt{x^2}=|x|$,定义域皆为 $\mathbf{R}$,值域皆为 $y\geq 0$,故它们的图象相同,选(D).

【例2】 函数 $y=\sqrt{4-3x-x^2}$ 的定义域是().

(A) $[-1, 4]$ (B) $(-\infty, -4] \cup [1, +\infty)$

(C) $[-4, 1]$ (D) $(-\infty, -1] \cup [4, +\infty)$

【分析】 本题主要考查函数的定义域及一元二次不等式的解集.如何求函数的定义域,一般情况从以下几个方面来考虑: (i) 分式函数中,分母不为零. (ii) 偶次根式下,被开方数为非负数. (iii) 对数函数中,真数大于零. (iv) 幂函数、三角函数、反三角函数各自的定义域.

【解】 欲使函数 y 有意义,须满足 $4-3x-x^2\geq 0$,即 $x^2+3x-4\leq 0$,
 $\therefore -4\leq x\leq 1$. 故选(C).

【例3】 设函数 $f(x)$ 的定义域为区间 $[a, b]$,且 $g(x)=f(x+1)$,则函数 $g(x)$ 的定义域是区间().

(A) $[a, b]$ (B) $[a+1, b+1]$

(C) $[a-1, b-1]$ (D) $[a-1, b-1]$

【分析】 $f(x+1)$ 中的 $x+1$,相当于 $f(x)$ 中的 x .

【解】 $\because g(x)=f(x+1)$, $f(x)$ 的定义域为 $a\leq x\leq b$,

$\therefore a\leq x+1\leq b, \therefore a-1\leq x\leq b-1$,这说明 $g(x)$ 的定义域为 $[a-1, b-1]$. 故

选(D).

【例4】 已知 $f(3x) = \log_2 \sqrt{\frac{9x+5}{2}}$, 则 $f(1)$ 等于().

(A) $\log_2 \sqrt{7}$ (B) 2 (C) 1 (D) $\frac{1}{2}$

【解法1】 $\therefore f(3x) = \log_2 \sqrt{\frac{9x+5}{2}},$

$\therefore f(x) = \log_2 \sqrt{\frac{3x+5}{2}},$

$\therefore f(1) = \log_2 \sqrt{\frac{3+5}{2}} = \log_2 2 = 1.$

【解法2】 令 $3x=1$, 得 $x = \frac{1}{3}$,

$\therefore f(1) = f(3 \times \frac{1}{3}) = \log_2 \sqrt{\frac{9 \times \frac{1}{3} + 5}{2}} = \log_2 2 = 1,$

故选(C).

【例5】 函数 $y = \log_{\frac{1}{3}} |x|$ ($x \in \mathbb{R}$ 且 $x \neq 0$) ().

(A) 为奇函数且在 $(-\infty, 0)$ 上是减函数

(B) 为奇函数且在 $(-\infty, 0)$ 上是增函数

(C) 为偶函数且在 $(0, +\infty)$ 上是减函数

(D) 为偶函数且在 $(0, +\infty)$ 上是增函数

【解】 设 $y = f(x) = \log_{\frac{1}{3}} |x|$, $u = |x|$ 则 $y = f(x) = \log_{\frac{1}{3}} u$, 则

$$f(-x) = \log_{\frac{1}{3}} |-x| = \log_{\frac{1}{3}} |x| = f(x),$$

$\therefore f(x)$ 为偶函数. 当 $x > 0$ 时, $u = x$ 为增函数, $y = \log_{\frac{1}{3}} u$ 为减函数. 所以, $y = \log_{\frac{1}{3}} |x|$ 在 $(0, +\infty)$ 为减函数, 故选(C).

本题也可以画出 $y = \log_{\frac{1}{3}} |x|$ 图象的草图进行分析.

【例6】 证明函数 $f(x) = \frac{1}{x}$ 在 $(0, +\infty)$ 上是减函数.

【证明】 设 $0 < x_1 < x_2$, 则 $x_1 x_2 > 0, x_2 - x_1 > 0$.

$\therefore f(x_1) - f(x_2) = \frac{1}{x_1} - \frac{1}{x_2} = \frac{x_2 - x_1}{x_1 x_2} > 0,$

$\therefore f(x_1) > f(x_2),$

$\therefore$ 函数 $f(x) = \frac{1}{x}$ 在 $(0, +\infty)$ 上是减函数.

【例7】 设 $f(x)$ 为奇函数, 当 $x \in (0, +\infty)$ 时, $f(x) = x - 1$, 则使 $f(x) > 0$

的 x 的取值范围是().

- (A) $x > 1$ (B) $-1 < x < 0$ (C) $x > -1$ (D) $x > 1$ 或 $-1 < x < 0$

【分析】 本题给定 $x \in (0, +\infty)$ 时 $f(x) = x - 1$, 再根据 $f(x)$ 是奇函数就可求得 $x \in (-\infty, 0)$ 时的解析式, 便可由 $f(x) > 0$ 求得 x 的取值范围, 也可根据奇函数图象的特征, 画一个简图, 由图观察而得到结果.

【解法1】 $\because f(x)$ 是奇函数, $\therefore$ 当 $x \in (-\infty, 0)$ 时, $f(x) = -f(-x)$, 而 $-x \in (0, +\infty)$, 故 $f(x) = -(-x - 1) = x + 1$, 于是有

$$\begin{cases} x > 0 \\ x - 1 > 0 \end{cases} \quad \text{或} \quad \begin{cases} x < 0 \\ x + 1 > 0 \end{cases}$$

解得 $x > 1$ 或 $-1 < x < 0$, 故选(D).

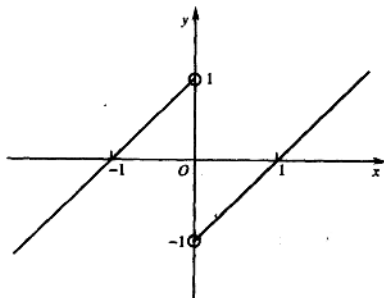


图2

【解法2】 根据已知条件作简图, 如图2. 由图可知, 使 $f(x) > 0$ 的 x 的取值范围是 $-1 < x < 0$ 或 $x > 1$, 故选(D).

【例8】 设函数 $f(2t-1) = t^2 - 2t + 2$, 则函数 $f(x) =$ _____.

【分析】 本小题考查函数解析式的概念和换元法. 由 $f(2t-1)$ 变为 $f(x)$, 实际上就是把 $2t-1$ 这个式子看成一个字母 x , 也就是把 $2t-1$ 这个整体看成新的自变量, 此时等式右边也要做相应的变换. 关于函数解析式的这种变换是函数的基础知识之一, 考生应理解有关概念并学会变换方法.

$$\begin{aligned} \text{【解法1】} \quad f(2t-1) &= \frac{1}{4}(2t-1)^2 + t - \frac{1}{4} - 2t + 2 \\ &= \frac{1}{4}(2t-1)^2 - t + \frac{7}{4} \end{aligned}$$

$$= \frac{1}{4}(2t-1)^2 - \frac{1}{2}(2t-1) + \frac{5}{4},$$

设

$$2t-1=x,$$

则

$$f(x) = \frac{1}{4}x^2 - \frac{1}{2}x + \frac{5}{4}$$

$$= \frac{1}{4}(x^2 - 2x + 5).$$

【解法2】 设 $2t-1=x$, 则 $t=\frac{x+1}{2}$, 把以上两式分别代入

$$f(2t-1)=t^2-2t+2 \text{ 的左右两边得}$$

$$f(x) = \left(\frac{x+1}{2}\right)^2 - 2 \cdot \frac{x+1}{2} + 2$$

整理得

$$f(x) = \frac{1}{4}(x^2 - 2x + 5).$$

【常见错误分析】

1. 对于例1, 如果考生的函数概念不完善或根式、绝对值的运算法则不清楚, 很容易误选(A)、(B)、(C), 而恰恰把正确结果(D)认为是错的.

2. 例2的错误主要是解一元二次不等式的错误.

3. 对于例3, 由于 $g(x)=f(x+1)$, 所以误以为 $g(x)$ 的定义域是 $x+1$ 的取值范围, 而 $a+1 \leq x+1 \leq b+1$, 因此 $g(x)$ 的定义域是 $[a+1, b+1]$, 选(B), 这是不对的. 错误原因是不理解函数符号 $f(x)$, 如果已知 $f(x)$ 中的 x 的范围是 $a \leq x \leq b$, 那么不论 $f(x)$ 的括号中变成什么式子, 这个式子的取值范围都是区间 $[a, b]$, 因此 $f(x+1)$ 中的 $x+1$ 的取值范围是 $a \leq x+1 \leq b$; 又因为 $f(x+1)$ 的定义域是指其中 x 的范围, 所以由上列不等式得 $a-1 \leq x \leq b-1$, 从而得到正确结果.

4. 对于例4, 错误地理解函数记号, 认为 $f(1) = \log_2 \sqrt{\frac{9 \times 1 + 5}{2}} = \log_2 \sqrt{7}$, 即将 $f(x)$ 中的 x 与 $f(3x)$ 中的 x 理解为同一个含义, 从而误选为(A).

5. 例5的错误主要表现在对于复合函数单调性的分析不熟悉, 导致误选.

6. 例6的问题是: 所说 x_1, x_2 不在已知区间上, 或判断 $f(x_1) - f(x_2)$ 的符号时, 不说明理由. 甚至还有利用 $y = \frac{1}{x}$ 的图象直观地加以说明这样的错误.

7. 例7的错误是不能全面正确地理解所给的函数, 想不到 $(-\infty, 0)$ 内函数的解析式或图象, 从而误选(A).

8. 例8的错误首先是不理解 $f(2t-1)$ 的意义, 根本不知如何下手, 其次是计算错误.

【试题训练】

1. 下列各函数中, 图象完全相同的是_____.

(A) $y = 2\lg x$ 和 $y = \lg x^2$

(B) $y = \frac{x^2}{x}$ 和 $y = x$

(C) $y = \sqrt{x^2 - 6x + 9}$ 和 $y = |x - 3|$

(D) $y = x^0$ 和 $y = 1$

2. 若 $f(x)$ 的定义域是 $(0, 2)$, 则 $y = f(-2x)$ 的定义域是_____.

(A) $(0, 2)$

(B) $(-1, 0)$

(C) $(-4, 0)$

(D) $(0, 4)$

3. 若 $f(2x) = 4x^2 + 4$, 则 $f(x)$ 等于_____.

(A) $2x^2 + 2$

(B) $2x + 4$

(C) $x^2 + 2$

(D) $x^2 + 4$

4. 函数 $y = \lg(x^2 + 1)$ _____.

(A) 是奇函数, 在区间 $(0, +\infty)$ 上单调递增

(B) 是奇函数, 在区间 $(0, +\infty)$ 上单调递减

(C) 是偶函数, 在区间 $(-\infty, 0)$ 上单调递增

(D) 是偶函数, 在区间 $(-\infty, 0)$ 上单调递减

5. 使函数 $f(x) = \frac{1}{x^2}$ 为增函数的区间是_____.

(A) $(0, +\infty)$

(B) $(-\infty, 0)$

(C) $(-\infty, +\infty)$

(D) $(-1, 1)$

6. 下列函数中为奇函数的是_____.

(A) $y = x^2$

(B) $y = |x|$

(C) $y = 3^x$

(D) $y = \frac{2^x - 1}{2^x + 1}$

7. 函数 $y = 1 + x^3$ 的反函数是_____.

(A) $y = \sqrt[3]{x} + 1$

(B) $y = \sqrt[3]{x+1}$

(C) $y = \sqrt[3]{x} - 1$

(D) $y = \sqrt[3]{x-1}$

8. 若函数 $y = a^x (a > 0, a \neq 1)$ 的反函数的图象过点 $(16, 2)$, 则 a 等于_____.

(A) 2

(B) 4

(C) $\frac{1}{2}$

(D) $\frac{1}{4}$

9. 若函数 $f(x)$ 的图象过点 $(0, 1)$, 则 $f(x+4)$ 的反函数的图象必过点_____.

(A) $(4, -1)$

(B) $(1, -4)$

(C) $(-4, 1)$

(D) $(1, 4)$

10. 利用函数单调性的定义证明 $f(x) = \frac{1}{x}$ 在 $(-\infty, 0)$ 上是减函数.

【参考答案】

1. C 2. B 3. D 4. D 5. B

6. D 7. D 8. B 9. B

10. 设 $x_1, x_2 \in (-\infty, 0)$, 且 $x_1 < x_2$, 则

$$f(x_1) - f(x_2) = \frac{1}{x_1} - \frac{1}{x_2} = \frac{x_2 - x_1}{x_1 x_2}$$

$$\begin{aligned} \therefore x_1, x_2 &\in (-\infty, 0), \therefore x_1 x_2 > 0, \\ \therefore x_1 < x_2, \therefore x_2 - x_1 > 0, \\ \therefore \frac{x_2 - x_1}{x_1 x_2} &> 0, \end{aligned}$$

即 $f(x_1) - f(x_2) > 0$, 故 $f(x_1) > f(x_2)$.

这说明 $f(x) = \frac{1}{x}$ 在 $(-\infty, 0)$ 上是减函数.

(三) 一次函数、反比例函数和二次函数

【考试内容】

1. 理解一次函数、反比例函数的概念, 掌握它们的图象和性质, 会求它们的解析式.
2. 理解二次函数的概念, 掌握它的图象和性质以及函数 $y = ax^2 + bx + c (a \neq 0)$ 与 $y = ax^2 (a \neq 0)$ 的图象间的关系; 会求二次函数的解析式及最大值和最小值, 能灵活运用二次函数的知识解决有关问题.

【试题设计】

这部分内容是考查的重点, 特别是二次函数是必考题, 题型变化多端, 考生一定要加以重点复习. 常见题如待定系数法确定函数的解析式, 求二次函数图象的顶点坐标、对称轴方程、单调区间、讨论抛物线与 x 轴的位置关系、求最大值或最小值, 再如一次函数与二次函数的综合题等等均为考查的主要内容.

【例题解析】

【例1】 已知函数 $f(x) = kx + 5$, 设 $f(2) = 3$, 则使得 $f(x) > 0$ 的 x 的取值范围是_____.

【解】 由已知得 $2k + 5 = 3$, 解得 $k = -1$, 故 $f(x) = -x + 5$, 再由 $-x + 5 > 0$, 得 $x < 5$.

【例2】 点 $P(0, 1)$ 在函数 $y = x^2 + ax + a$ 的图象上, 则该函数图象的对称轴方程为().

(A) $x = 1$

(B) $x = \frac{1}{2}$

(C) $x = -1$

(D) $x = -\frac{1}{2}$

【分析】 本小题主要考查二次函数的图象与性质和待定系数法. 题中给出

的二次函数含有一个参数 a , 必须先用待定系数法求出参数 a , 才能根据二次函数的性质选出正确的答案. 由于二次函数具有极值和增、减区间, 所以它是重要的初等函数之一. 从掌握二次函数的性质、图象特征和应用的情况, 可以看出考生数学素质的高低. 所以二次函数的图象和性质也是每年成人高考必考的内容, 要求考生要熟练掌握.

【解法 1】 由 $P(0,1)$ 在函数 $y=x^2+ax+a$ 的图象上, 得

$$1=0^2+a \cdot 0+a, \text{ 即 } a=1,$$

则 $y=x^2+x+1=(x+\frac{1}{2})^2+\frac{3}{4}.$

由上式可知该函数图象的对称轴为 $x=-\frac{1}{2}$. 故选(D).

【解法 2】 如果考生已熟记二次函数 $y=ax^2+bx+c$ 的图象的对称轴方程为 $x=-\frac{b}{2a}$, 可直接由 $y=x^2+x+1$ 写出它的图象的对称轴方程为 $x=-\frac{1}{2}$.

【例 3】 在同一坐标系中, $y=ax+\frac{1}{a}$, $y=ax^2$ 的图象(见图 3)只能是().

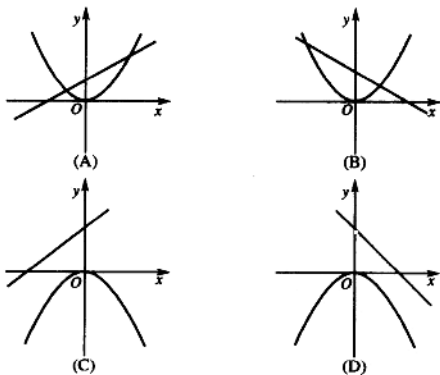


图 3

【分析】 对 $y=ax+\frac{1}{a}$ 来说, $a>0$ 时, 直线的倾角为锐角, 与 y 轴交于正半轴, $a<0$ 时, 倾角为钝角, 与 y 轴交于负半轴. 对 $y=ax^2$ 来说, $a>0$ 时, 抛物线开口向上, $a<0$ 时, 开口向下.

【解】 根据以上分析, (B) 和 (C) 显然应排除. 因为同一坐标系中的两个图象所对应的 a 值正负号相反. 而 (D) 图中的直线的倾角为钝角, 故 $a<0$, 此时