

高等学校教材

材料力学

李欣业 梁建术 郝淑英 主编

CAILIAO LIXUE

中国铁道出版社
CHINA RAILWAY PUBLISHING HOUSE

高等学校教材

材料力学

李欣业 梁建术 郝淑英 主编

中国铁道出版社

2006年·北京

内 容 简 介

本教材是针对一般高等学校的本科机械、车辆、土木或相近专业编写的。本教材涵盖的内容充分考虑了工程实际的需要,包括:拉伸与压缩、剪切、扭转、弯曲四种基本变形及组合变形的强度与刚度计算,涉及强度、刚度和稳定性计算的横截面相关量的计算,应力状态分析理论与实验应力分析方法,强度理论,轴向受压杆的稳定性计算,动荷应力与交变应力计算,能量方法及其在解静不定问题中的应用,高分子材料和复合材料的力学性能简介,结构的可靠性设计以及利用 Maple 软件解材料力学问题的实例。

本教材在大多数章节后都配有思考题和习题,并附有全部习题参考答案。教材最后附有型钢规格表和正态分布表。

本教材亦可供高职高专或成人教育学院师生及有关工程技术人员参考。

图书在版编目(CIP)数据

材料力学/李欣业等主编. —北京:中国铁道出版社,2006.1

高等学校教材

ISBN 7-113-06904-5

I. 材… II. 李… III. 材料力学—高等学校—教材 IV. TB301

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2006)第 004614 号

书 名:材料力学

作 者:李欣业 梁建术 郝淑英 主编

出版发行:中国铁道出版社(100054,北京市宣武区右安门西街8号)

策划编辑:李丽娟

责任编辑:李丽娟

封面设计:马 利

印 刷:中国铁道出版社印刷厂

开 本:787mm×1 092mm 1/16 印张:20 字数:496 千

版 本:2006 年 1 月第 1 版 2006 年 1 月第 1 次印刷

印 数:1~3 000 册

书 号:ISBN 7-113-06904-5/O·152

定 价:32.00 元

版权所有 侵权必究

凡购买铁道版的图书,如有缺页、倒页、脱页者,请与本社发行部调换。

编辑部电话(010)51873135 发行部电话(010)63545969

● ════ 前 言 ════ ●

本教材是根据教育部高等院校工科本科“材料力学”课程教学基本要求(多学时)、教育部工科“力学”课程教学指导委员会面向 21 世纪工科“力学”课程教学改革的要求编写的。

材料力学中的一些内容如疲劳强度问题、实验应力分析、可靠性设计等即使对一般的工程技术人员也是必需的,因此严格地说它们也是材料力学的基本内容。客观地说,研究型大学和一般大学的培养对象和培养目标还是有一定差别的,至少在目前是这样。所以我们想编写一本能够比较适合一般大学的本科机械、车辆、土木或相近专业的材料力学教材。本教材兼顾了不同专业教学的实际需要,有些内容可根据专业特点决定是否讲授,如稳定校核中的折减系数法对非土木工程专业可以不讲。本教材也加进了一些可以作为选修或自学的章节,如开口薄壁不对称截面梁的弯曲、非圆截面杆的扭转、高分子材料和复合材料的力学行为等。此外本教材还单独列出一章专门介绍如何用 Maple 软件解决材料力学问题。讲授本教材全部内容需要 80 学时左右。

本教材在编写过程中,注重了以下几个方面:分析时尽量使抽象问题直观化;推导时尽量使复杂问题简单化;尽量给出讨论问题的工程实际背景;尽量给出分析结论在工程实际中的应用;给出分析结论的适用性讨论。为便于学生掌握基本概念、基本理论与基本方法,在大多数章的后面安排了“本章小结”。本教材注重知识更新,尽可能多地引入国内外与力学教学相关的最新素材、成果和经验,在专业术语和符号上力求规范统一。

本教材由李欣业、梁建术、郝淑英担任主编。参加编写的人员有河北工业大学李欣业(第一、四、五、十六章),于文英(第十章),邢素芳(第十二、十三章),李银山(第十七章);河北科技大学梁建术(第二、九、十四章),王慧(第十五章);河北工程大学杨家录(第三、八、十一章);天津理工大学郝淑英(第六、七章)。

对天津理工大学叶金铎教授的热忱审阅和中肯的建议,编者深表感谢。本书在编写过程中得到了天津理工大学、河北工业大学、河北科技大学、河北工程大学相关学院及教务处的支持,在此一并表示感谢。

本教材中的例题、习题广泛地选自各种版本的书籍与教材,恕不一一列出。谨向原书的作者表示衷心的感谢。

由于编者的经验和水平有限,加之时间仓促,本教材肯定会有一些不足之处,欢迎读者批评指正。

编者

2005 年 11 月

● === 目 录 === ●

第1章 绪论与基本概念	1
§ 1-1 材料力学的研究对象与任务	1
§ 1-2 变形固体及其基本假设	2
§ 1-3 外力及其分类	3
§ 1-4 内力与截面法	4
§ 1-5 应力与应变的概念	5
§ 1-6 杆件的基本变形形式	7
本章小结.....	8
思考题.....	8
第2章 轴向拉伸与压缩	10
§ 2-1 轴向拉伸与压缩的概念	10
§ 2-2 轴向拉伸(压缩)时的内力	10
§ 2-3 轴向拉伸(压缩)时杆横截面上的应力	12
§ 2-4 金属材料在拉伸时的力学性能	14
§ 2-5 金属材料在压缩时的力学性能	17
§ 2-6 轴向拉压杆的强度条件	18
§ 2-7 轴向拉伸(压缩)时杆的变形·虎克定律	20
§ 2-8 轴向拉压杆的变形能	24
§ 2-9 应力集中的概念	25
§ 2-10 简单的拉压静不定问题	26
§ 2-11 温度对材料力学性能的影响	30
本章小结	31
思考题	32
习 题	33
第3章 剪切和挤压的实用计算	38
§ 3-1 剪切的实用计算	39
§ 3-2 挤压的实用计算	40
§ 3-3 焊接缝应力的实用计算方法	44
本章小结	44
思考题	45
习 题	45
第4章 扭 转	48
§ 4-1 扭矩与扭矩图	48
§ 4-2 薄壁圆筒的扭转	50

§ 4-3 圆轴扭转时的应力与变形	51
§ 4-4 等直圆杆扭转时的强度条件和刚度条件	54
§ 4-5 等直圆杆扭转时杆内的应变能	56
§ 4-6 非圆截面杆扭转问题简介	57
本章小结	58
思考题	58
习 题	59
第 5 章 截面设计的几何基础	62
§ 5-1 静矩和形心	62
§ 5-2 惯性矩和惯性积	64
§ 5-3 平行移轴公式	65
§ 5-4 转轴公式·主惯性轴	67
本章小结	68
思考题	70
习 题	70
第 6 章 弯曲内力	73
§ 6-1 梁的内力与内力图	74
§ 6-2 载荷集度、剪力和弯矩之间的微分关系	80
§ 6-3 叠加法作梁的内力图	83
§ 6-4 平面刚架与平面曲杆的内力	84
本章小结	86
思考题	86
习 题	87
第 7 章 弯曲应力	92
§ 7-1 弯曲正应力	93
§ 7-2 弯曲切应力	98
§ 7-3 弯曲强度条件	100
§ 7-4 提高梁弯曲强度的方法	105
§ 7-5 开口薄壁截面梁的弯曲中心	109
本章小结	111
思考题	112
习 题	112
第 8 章 弯曲变形	118
§ 8-1 积分法求变形	118
§ 8-2 用叠加法求梁的弯曲变形	122
§ 8-3 梁的刚度条件	126
§ 8-4 梁的弯曲变形能	128
§ 8-5 简单静不定梁	129
本章小结	130
思考题	131

习 题	131
第 9 章 应力状态理论与强度理论	135
§ 9-1 应力状态的概念	135
§ 9-2 二向应力状态分析	137
§ 9-3 三向应力状态分析简介	144
§ 9-4 广义虎克定律	145
§ 9-5 复杂应力状态下的变形比能	147
§ 9-6 强度理论的基本概念	148
§ 9-7 关于脆性断裂的强度理论	148
§ 9-8 关于塑性屈服的强度理论	149
§ 9-9 其他强度理论	152
本章小结	154
思考题	155
习 题	156
第 10 章 实验应力分析基础	161
§ 10-1 电测法的基本原理	161
§ 10-2 电阻应变仪与应变测量	166
§ 10-3 电测实例	168
§ 10-4 光测法的基本原理	171
§ 10-5 光测实例	178
§ 10-6 实验应力分析的其他方法	179
本章小结	180
思考题	181
习 题	182
第 11 章 组合变形	183
§ 11-1 不涉及强度理论的组合变形问题	183
§ 11-2 涉及强度理论的组合变形问题	188
本章小结	193
思考题	194
习 题	194
第 12 章 压杆稳定性	199
§ 12-1 压杆弹性平衡的稳定性	199
§ 12-2 大柔度压杆的临界载荷·欧拉公式	200
§ 12-3 欧拉公式的适用范围·经验公式	203
§ 12-4 压杆的稳定计算	206
§ 12-5 提高压杆稳定性的措施	210
本章小结	211
思考题	211
习 题	212
第 13 章 动荷应力与交变应力	216

§ 13-1 构件作等加速直线运动或等速转动时的动应力计算	216
§ 13-2 构件受冲击载荷作用时的动应力计算	218
§ 13-3 交变应力与疲劳失效	220
§ 13-4 材料与构件的疲劳极限	223
§ 13-5 疲劳强度计算	227
本章小结	231
思考题	231
习 题	232
第 14 章 能量方法及其在解静不定问题中的应用	235
§ 14-1 外力功与应变能的一般表达式	235
§ 14-2 卡氏定理	237
§ 14-3 单位载荷法·摩尔定理	240
§ 14-4 摩尔积分的图形互乘法	243
§ 14-5 功的互等定理	245
§ 14-6 能量法解超静定结构	246
本章小结	250
思考题	251
习 题	252
第 15 章 高分子材料和复合材料的力学性能	260
§ 15-1 高分子材料的力学性能	260
§ 15-2 复合材料的力学性能	264
本章小结	266
思考题	266
第 16 章 结构的可靠性设计	268
§ 16-1 可靠性设计的基本概念	268
§ 16-2 材料性能和设计变量为正态分布时的可靠度计算	269
§ 16-3 材料性能和设计变量为对数正态分布时的可靠度计算	272
本章小结	273
思考题	274
第 17 章 Maple 在材料力学中的应用	275
§ 17-1 Maple 系统简介	275
§ 17-2 算 例	276
附录 A 型钢规格表	295
附录 B 正态分布数值表	302
附录 C 参考答案	303
参考文献	310

第 1 章

绪论与基本概念

我们已经知道,力对物体的作用效应有两种,即运动效应和变形效应。**运动效应**是指力可以使物体的运动状态发生改变,这已经在理论力学中讨论过。**变形效应**是指力可以使物体的形状和尺寸发生改变。由于液体和气体的形状决定于容器的形状,所以力的变形效应主要是指力对固体的变形效应,这属于固体力学的研究范畴。作为固体力学的基础,材料力学只研究那些形状和受力都比较简单、材料的性质也比较理想的情况。而且在大多数情况下,只给出基于某些假设的近似解,这已能够满足大多数工程实际问题的需要。

§ 1-1 材料力学的研究对象与任务

为了方便,习惯上把组成机械的零部件或结构工程中的构件统称为构件。显然这些基本受力单元的形状是各种各样的。作为基础课,材料力学只讨论那些在一个方向上尺寸占优势的一维构件,即**杆件**。例如图 1-1 所示桥式起重机的主梁、钢丝绳和图 1-2 所示悬臂吊车架的横梁 AB 、斜杆 CD 。两个方向的尺寸占优势的二维构件(板、壳)和三维构件(如水坝)将在弹性力学中讨论。

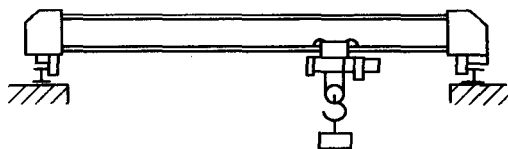


图 1-1

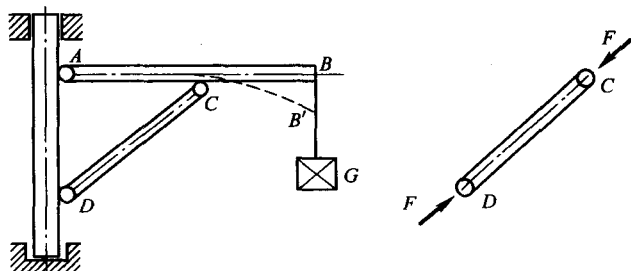


图 1-2

按横截面的面积是否变化可将杆件分为等截面杆[图 1-3(a)、(b)]和变截面杆[图 1-3(c)]。按轴线是直线还是曲线可将杆件分为直杆[图 1-3(a)、(c)、(d)]和曲杆[图 1-3(b)]。本教程中,

如未作说明,构件即认为是等截面直杆。

为使构件能够安全可靠地工作,我们首先要求其具有足够的抵抗破坏的能力。例如储气罐在额定压力范围内不能爆炸;起重机的钢丝绳在额定起吊范围内不能断裂;传动系中的齿轮轴不能断裂等。通常将构件抵抗破坏的能力称为**强度**。其次,对于某些构件,我们还会要求其具有足够的抵抗变形的能力。如机床主轴的变形不应过大,否则就会影响加工精度。构件抵抗变形的能力称为**刚度**。实践中还发现,某些构件在特定外载如压力作用下,应具有足够的保持其原有平衡状态的能力。例如千斤顶的螺杆、内燃机的挺杆等。构件保持其原有平衡状态的能力称为**稳定性**。构件的强度、刚度和稳定性问题是材料力学所要研究的主要内容。

虽然在大多数情况下,我们希望构件具有足够的强度、刚度或稳定性,但有时我们也利用其相反的特性。例如,压力锅的易熔片在排气阀失灵而锅内压力达到一定值时,必须熔断;汽车座椅下的弹簧必须产生足够的变形才能起到缓冲的作用,从而保证乘客的舒适性。

此外还要说明的是,对于一个具体的构件,并不总是要求其能够同时满足上述三个要求,例如传动轴,只需按照强度和刚度要求设计;不过,对于一些特殊的构件,我们还会提出一些特殊的要求,如耐磨要求、耐冲击要求等。

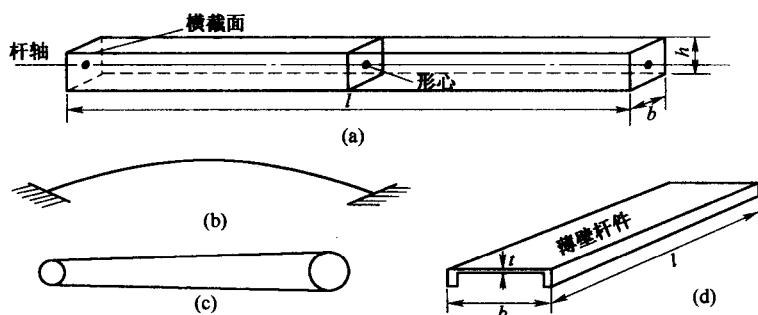


图 1-3

由于构件的强度、刚度和稳定性问题均与所用材料的力学性能有关,所以材料力学同样关注不同的材料所具有的不同的力学性能,以扬长避短,趋利避害。

显然构件的设计除了要满足强度、刚度或稳定性方面的要求外,还应尽可能地合理选用材料和节省材料,从而降低制造成本并减轻自重。

综上所述,材料力学研究各种材料组成的构件在外力作用下变形与破坏的规律,为合理设计构件提供有关强度、刚度和稳定性方面的基本理论与方法。

虽然对于大多数等截面杆件,借助于理论分析可以完成其强度、刚度和稳定性方面的设计,但在某些情况下,例如构件的横截面发生突然变化或受载比较复杂的情况,理论分析会面临很大的困难,而要借助于实验研究。此外某些理论分析的结果也需要经过实验验证。因此实验研究和理论分析一样,在材料力学中占有非常重要的地位。

§ 1-2 变形固体及其基本假设

在机械或结构中,呈固态的受力构件在外力作用下,或大或小都会产生变形,故称为**变形固体**。实践表明,对于大多数变形固体,当外力不超过某一极限值时,去除外力后其能够完全恢复原来的尺寸,这种性质称为**弹性**。去除外力后能够消失的变形称为**弹性变形**。反之,若外

力过大,变形只能部分地消失而残留一部分不能消失的变形,这种性质称为**塑性**。去除外力后不能够消失的变形称为**塑性变形**(或称**残余变形**、**永久变形**)。由于在大多数工程实际问题中只允许构件产生弹性变形,故变形固体又可简称为弹性体。由于**弹性体**种类繁多,如金属及其合金、混凝土、木材、塑料等,性质是多方面的,而且差异很大,因此在讨论材料的宏观力学行为时,材料力学通常省略一些次要因素,对其作下列一些假设:

(1)**连续性假设**。即认为所研究的固体材料内部各质点之间不存在间隙,物体的物质粒子连续地充满了物体所占的空间,且在变形后仍保持这种连续性。显然这里是忽略了组成可变形固体的粒子之间的间隙,因为从物质的微观结构讲,组成可变形固体的粒子之间并不连续。但这种间隙与构件的尺寸相比是极其微小的,忽略这种间隙并不影响材料所表现出来的宏观统计特性。这样构件内的一些力学量(如各点的变形位移)就可以用坐标的连续函数来表示,并可以采用无限小的数学分析方法。材料内部明显的质量缺陷如铸造气孔或微裂纹显然是不能够忽略的,这样的问题将在断裂力学中专门讨论。

(2)**均匀性假设**。即认为所研究的物体内的任何部分,其成分、物理和力学性能都完全一样,并不因位置坐标的改变而变化。对工程中使用最多的金属材料而言,显然晶粒内与晶界处的力学性能并不相同,但由于晶粒体积很小,晶粒数目极其巨大且排列复杂,材料所表现出来的实际上是无数晶粒性能的统计平均值。将材料的力学性能看成是均匀的,所得的各种结果能够满足工程实际的需要。根据连续性与均匀性假定,研究构件的承载能力时,可以从其中的任何一部分取出一个微小的单元如微立方体来分析。同时也可以把那些由大尺寸试件在实验中所得到的力学性能,应用到微小的立方体上去。

(3)**各向同性假设**。即认为物体内在各个不同方向上的力学性能完全相同,物体的弹性常数不随坐标方向的改变而变化。众所周知,金属的单一晶粒,其性质具有明显的方向性。但大量杂乱无章排列的晶粒所表现出来的宏观性能却是各向趋于一致的。木材、纤维增强的复合材料等其承载能力具有明显的各向异性,是不满足各向同性假设的。后者将在第15章简要介绍。

(4)**小变形假设**。即认为物体在外载荷(包括热载荷)作用下所产生的弹性变形,都是极其微小的,比构件本身的尺寸要小得多。基于此,在对构件进行受力分析时,通常不考虑变形的影响,而仍用变形前的尺寸,此即所谓的“**原始尺寸原理**”。此外,构件的变形和各点变形位移中的二阶以上微量均可忽略不计,从而使得分析的问题线性化。

§ 1-3 外力及其分类

与理论力学中所讨论的刚体一样,一个构件(弹性体)所受到的外力包括:外载荷和约束反力两大类。但约束反力是由外载荷引起的,所以它是一种被动力。由于与构件的尺寸相比,约束反力分布的范围一般很小,所以实际中都是用其合力来代替。但弹性体的变形特点却往往与其所受到的外载荷的性质密切相关,所以这里所说的外力及其分类,严格地说不包括约束反力仅指外载荷。

根据分布情况,外载荷可分为**集中力(偶)**和**分布力(偶)**两种。集中力(偶)是指理想地作用在构件某一个点或某一个截面上的外载荷,例如火车车轮作用在钢轨上的压力和刀具的切削力都可以简化成一个集中力;分布力(偶)是连续作用在构件某一个范围内的外载荷,例如轧钢机的轧辊受到的轧制板材的阻力和构件的自重。就杆件而言,通常用单位长度上的力的大小来描述分布外载荷的强弱。严格意义上的集中力是不存在的,它只是分布载荷的一种简化。

如果载荷的作用范围与构件的尺寸相比很小,就可以简化成一个集中力;反之就不应该简化成一个集中力。否则理论分析的结果就会与实际情况存在较大误差。

根据载荷性质外载荷可分为静载荷和动载荷两种。所谓静载荷是指从零缓慢地增加到最终值然后不再变化的载荷。此时,构件内各质点的加速度很小,因而惯性力可以忽略不计。例如房屋对地基的压力就是静载荷。反之,若载荷引起的构件内各质点的加速度较大,惯性力不能忽略,则应视为动载荷。例如冲击载荷和随时间周期性变化的载荷都是动载荷。载荷的性质不同,构件材料所表现出来的力学性质也会有很大差别。不过,由于静载荷问题比较简单,而在静载荷下所建立的关于构件承载能力的理论和分析方法又是解决动载荷问题的基础,所以本教材大多数篇幅讨论的都是静载荷问题。

§ 1-4 内力与截面法

弹性体在外载荷(包括热载荷)作用下发生变形时,由于其内部各部分材料之间相对位置发生改变,从而引起相邻部分材料间因力图恢复原有形状而产生的相互作用力,称为内力。可见,此处的内力是指外力作用下材料反抗变形而引起的内力的增量,也就是“附加内力”,它与构件所受外力及变形密切相关。

通常采用截面法来显示和分析构件在外力作用下所产生的内力。如图 1-4 所示,欲求在外力作用下某一截面的内力,即此截面两侧的材料之间的相互作用力,可用一假想的截面沿此处将构件截开;取截面的任意一侧作为研究对象;将另一部分对此部分的作用用该截面上的内力来代替;由于整体平衡的要求,截开的弹性体的任意部分也必然是平衡的。对研究部分建立平衡方程,从而就能够根据此部分上的外力确定该截面上的内力。以上的过程可以用简单的四个字来概括:“截”、“取”、“代”、“平”。

根据材料的连续性假设,构件某一截面上的内力必然是连续分布的。因此根据静力学平

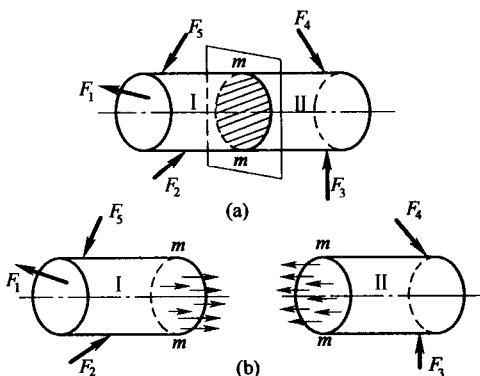


图 1-4

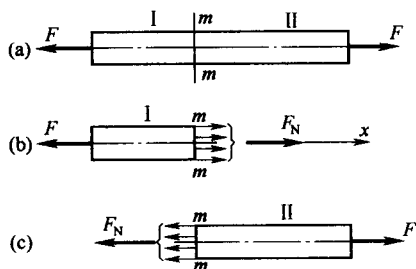


图 1-5

衡方程只能得到这种分布内力的合力(偶)。显然,无论杆件某一截面上的内力分布如何复杂,总可向截面的几何中心简化,得到一主矢和主矩。习惯上将主矢分解为沿截面法线和切线方向的分量,将主矩分解为作用面与轴线方向平行和垂直的分量。下面通过一个具体的例子来说明截面法的应用。

例 1-1 如图 1-5(a)所示的构件受到两个外力的作用,外力的用线与轴线重合。试确定截面 $m-m$ 上的内力。

解: 沿拉杆[图 1-5(a)]的任一横截面 $m-m$ 假想地将杆截分为 I、II 两段,留下一部分例如 I,移去另一部分 II,并将移去的 II 段对留下的 I 段的作用以截开面上的内力来代替[图 1-5(b)]。由于已对材料作了连续性的假设,所以在截

面上将有连续分布的内力,今后称其为分布内力。在分析具体问题时,总是先要知道截面上分布内力的合力,故通常又将内力这一名词用来代表分布内力的合力。图[1-5 (b)]中的力 F_N 就是这里所说的内力。

对于Ⅰ段杆来说,截开面 $m-m$ 上的内力 F_N 已成为外力。由于整个拉杆处于平衡状态,因而其留下的Ⅰ段在已知外力 F 和内力 F_N 的作用下也应保持平衡。所以,可以通过该部分的平衡方程

$$\sum F_x = 0, \quad F_N - F = 0$$

得

$$F_N = F \quad (a)$$

F_N 即为杆任一横截面上的内力,其作用线和指向如图 1-5(b)中所示。

由作用力与反作用力的关系可知,Ⅱ段杆在横截面 $m-m$ 上也必然有轴力,其数值与上述的相同,而指向则与上述的相反[图 1-5 (c)]。这一结论也可以从Ⅱ段杆的平衡方程得到。

例 2-1 钻床如图 1-6(a)所示,工件对其的反作用力为 F ,试确定截面 $m-m$ 上的内力。

解: (1)沿 $m-m$ 截面假想地将钻床分成两部分。取 $m-m$ 截面以上部分进行研究[图 1-6(b)],并以截面的几何中心 O 为原点。选取坐标系如图所示。

(2)为保持上部的平衡, $m-m$ 截面上必然有通过点 O 的内力 F_N 和绕点 O 的力偶矩 M 。

(3)由平衡条件

$$\sum F_x = 0, \quad F - F_N = 0$$

$$\sum M_O = 0, \quad Fa - M = 0$$

得

$$F_N = F, \quad M = Fa$$

容易看出,若取 $m-m$ 截面以下部分进行研究

也是完全可以的,但是应先根据静力学平衡条件求出固定端处的约束反力。此外这时求出的内力方向一定与前面求到的内力方向相反。这反映的是两者之间的作用力与反作用力的关系。

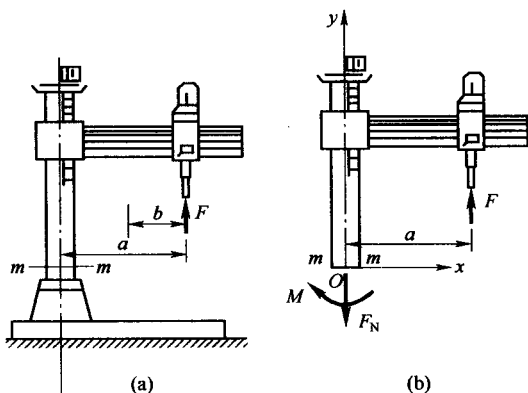


图 1-6

§ 1-5 应力与应变的概念

根据截面法只能求得构件某一截面上分布内力的主矢和主矩,并不能描述内力在截面上各点处分布的密集程度(简称为集度)。而讨论构件的承载能力时,仅知道截面上的内力是远远不够的,而必须研究内力在截面上各点处分布的情况。例如两根材料相同的等截面受拉杆,一根较粗,一根较细,使作用在两根杆上的载荷逐渐增加,细杆将先被拉断。而此时根据截面法求得的两杆横截面上的内力是一样的,为此必须引入应力的概念。如图 1-7 所示,围绕某截面上的 C 点取微小面积 ΔA ,根据均匀连续假设, ΔA 上必存在分布内力,设它的合力为 ΔF , ΔF 与 ΔA 的比值为

$$p_m = \frac{\Delta F}{\Delta A}$$

p_m 是一个矢量,代表在 ΔA 范围内,单位面积上的内力的平均集度,称为平均应力。

当 ΔA 趋于零时, p_m 的大小和方向都将趋于一极限:

$$p = \lim_{\Delta A \rightarrow 0} p_m = \lim_{\Delta A \rightarrow 0} \frac{\Delta F}{\Delta A} = \frac{dF}{dA} \quad (1-1)$$

p 称为 C 点处的全应力。若将合力 ΔF 分解为垂直于截面的法向分力 ΔF_N 和平行于截面的切向分力 ΔF_S , 则可定义某一点处垂直于截面的法向应力 σ 和平行于截面的切向应力 τ , 分别称为正应力和切应力, 即

$$\sigma = \lim_{\Delta A \rightarrow 0} \frac{\Delta F_N}{\Delta A} \quad (1-2)$$

$$\tau = \lim_{\Delta A \rightarrow 0} \frac{\Delta F_S}{\Delta A} \quad (1-3)$$

可见应力即单位面积上的内力, 表示某微截面积 $\Delta A \rightarrow 0$ 时某点处内力的密集程度。显然其单位与物理学中压强的单位是一样的。由于 $1 \text{ N/m}^2 = 1 \text{ Pa}$ (帕斯卡) 太小, 所以工程上常用 MPa ($1 \text{ MPa} = 10^6 \text{ Pa}$) 或 GPa ($1 \text{ GPa} = 10^9 \text{ Pa}$) 来表示。

为了描述构件上某一点处的变形情况, 可以围绕此点取一个微小的正六面体, 如图 1-8

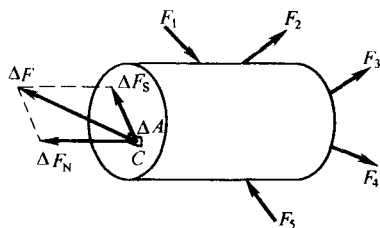


图 1-7

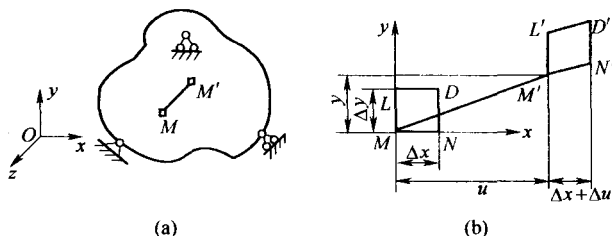


图 1-8

(b) 所示。此微单元体的边长为 Δx 、 Δy 、 Δz , 变形后其边长和相邻棱边的夹角都发生了变化。变形前平行于 x 轴的线段 MN 原长为 Δx , 变形后 M 点和 N 点分别移到 M' 和 N' , $M'N'$ 在 x 方向的长度为 $\Delta x + \Delta u$, 则

$$\epsilon_x = \frac{\Delta u}{\Delta x}$$

反映了线段 MN 沿 x 方向每单位长度的平均伸长或缩短, 称为平均线应变, 若使 Δx 趋近于零, 则

$$\epsilon_x = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta u}{\Delta x} = \frac{du}{dx} \quad (1-4)$$

称为 M 点沿 x 方向的线应变或正应变。同样可以定义 M 点沿 y 、 z 方向的线应变。可见, 线应变即沿某一方向单位长度的变形量, 为无量纲量。

此外, 我们还会发现, 微单元体上原来正交的线段 MN 和 ML , 在变形后, 其角度的变化是 $\left(\frac{\pi}{2} - \angle L'M'N'\right)$, 当 N 和 L 趋近于 M 时, 上述角度变化的极限值

$$\gamma_{xy} = \lim_{\substack{MN \rightarrow 0 \\ ML \rightarrow 0}} \left(\frac{\pi}{2} - \angle L'M'N' \right) \quad (1-5)$$

称为 M 点在 xy 平面内的切应变或角应变。同样可以定义 M 点在 yz 和 zx 平面内的切应变。

可见切应变即微单元体两棱边所夹直角的改变量,亦为无量纲量。

不难看出,构件上某一点处材料的变形,可以由这一点处的三个线应变和三个切应变完全确定。

§ 1-6 杆件的基本变形形式

在实际工程问题中,构件的受力有各种情况,相应的变形就有各种形式,杆件在简单载荷作用下所发生的下列简单变形称为基本变形。

(1)拉伸和压缩。是由大小相等、方向相反、作用线与杆件轴线重合的一对力引起的,表现为杆件长度的伸长或缩短。如托架的拉杆和压杆受力后的变形(图 1-9)。

(2)剪切。是由大小相等、方向相反、相互平行的一对力引起的,表现为受剪杆件的两部分沿外力作用方向发生相对错动。如连接件中的螺栓受力后的变形(图 1-10)。

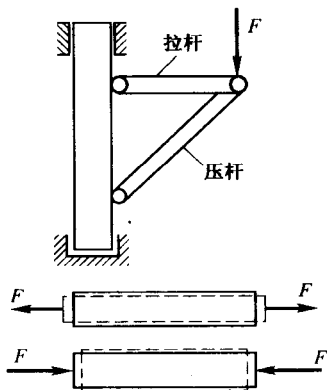


图 1-9

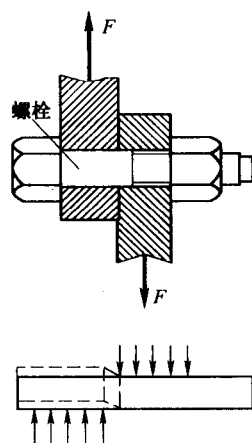


图 1-10

(3)扭转。是由大小相等、转向相反、作用面都垂直于杆轴的一对力偶引起的,表现为杆件的任意两个横截面发生绕轴线的相对转动。如机器中的传动轴受力后的变形(图 1-11)。

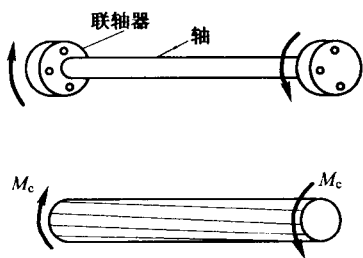


图 1-11

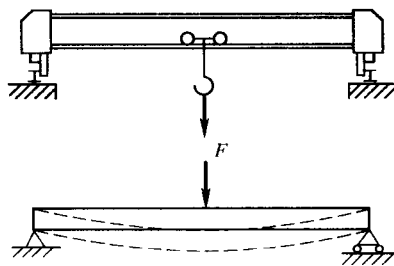


图 1-12

(4)弯曲。是由垂直于杆件轴线的横向力或由作用于包含杆轴的纵向平面内的一对大小相等、方向相反的力偶引起的,表现为杆件轴线由直线变为受力平面内的曲线。如单梁吊车的横梁受力后的变形(图 1-12)。

本章小结

1. 材料力学是关于构件承载能力的一门学科。构件的承载能力取决于它的强度、刚度和稳定性。强度是指构件抵抗破坏的能力或过大塑性变形的能力;刚度是指构件抵抗变形的能力;稳定性是指构件保持原有平衡形态的能力。

2. 材料力学的基本任务是在满足强度、刚度、稳定性以及尽可能经济的要求下,为构件的设计提供必要的理论基础和计算方法。

3. 材料力学仅仅讨论那些形状相对简单的一维构件即杆件,并且主要讨论等截面直杆。但是在有些情况下,根据等截面直杆所得的结论可以近似地应用于曲杆或变截面杆。

4. 限于所讨论的范畴,材料力学假定组成构件的材料是均匀连续且各向同性的。

5. 材料力学所讨论的构件的变形仅限于弹性范围内的小变形。由于是弹性变形,所以在大多数场合下,可以假设变形与外力成正比以及应变与应力成正比。小变形是指构件的实际变形与几何尺寸相比是一个微小的量,据此往往做一些近似计算。

6. 构件内某一截面处的内力是指将构件沿此截面截开后,截面两侧的部分由于外载荷的作用而引起的相互作用力。由于这种内力是分布在整个截面上,所以利用截面法求得的只是这种分布内力的合力或合力偶。将合力分解为沿截面法线和切线方向的分量,将合力偶分解为作用面与杆件轴线方向垂直和平行的分量,会给分析问题带来方便。

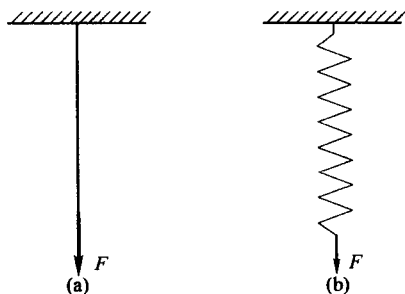
7. 构件内某一点处的应力是指内力在该点处的密集程度,它的量纲是 $[\text{力}] \cdot [\text{长度}]^{-2}$ 。沿截面法线方向的应力称为正应力;沿截面切线方向的应力称为切应力。

8. 构件内某一点处的应变描述该点处相对变形的情况。线应变描述在某一个方向上长度的相对改变量;切应变描述该点处直角的相对改变量。显然,应变是无量纲量。

9. 杆件变形有四种基本形式,即拉伸或压缩、剪切、扭转与弯曲变形,每一种基本变形都是与特定的外力相对应的。在工程实际中,杆件的变形可能包含两种或两种以上的基本变形。

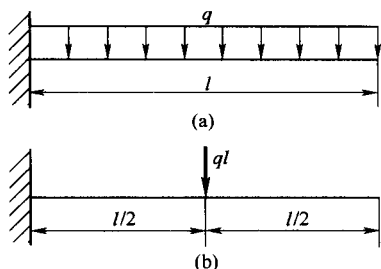
思考题

1-1 所有的弹性体都可以简化成各种不同形式的弹簧。例如图(a)所示的轴向受拉杆件就可以简化成人们最熟悉的圆柱形密圈螺旋弹簧,如图(b)所示。据此说明对于弹性体而言,力的可传性是不适用的。

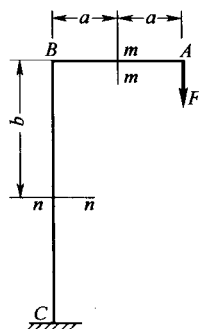


思考题 1-1 图

1-2 如图(a)所示,受均布载荷作用的杆件,若将均布载荷用与其等效的静力来代替,如图(b)所示,它们的变形效果是否一样,由此说明了什么道理?



思考题 1-2 图



思考题 1-3 图

1-3 利用截面法求图示杆件某一指定截面上的内力时,截开后取哪一段来研究比较方便,为什么?由此可得到什么启发?

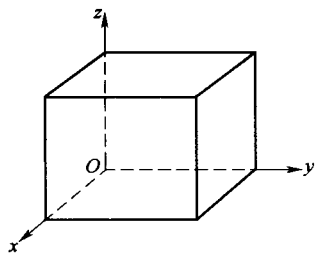
1-4 利用截面法求构件横截面上的内力时,取不同的部分为分离体得到的结果有什么关系,这会给求解带来哪些不便?

1-5 定性说明杆件在发生各种基本变形时,横截面上的合内力(偶)有什么特点,并总结受力杆件横截面上的合内力和合内力偶各有几种可能形式?

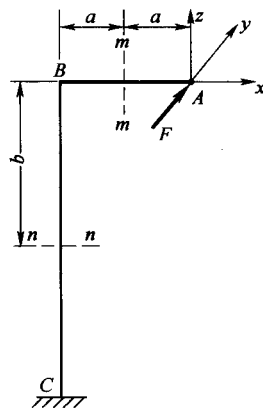
1-6 构件横截面上法向应力的方向不是沿着横截面的外法线方向就是沿着内法线方向,所以可以用正负号表示它们的方向,横截面上的剪应力是否具有这种性质呢?

1-7 定性说明杆件横截面上的内力与应力的对应关系。

1-8 为了说明弹性体内某一点处的应力和应变,通常的做法是围绕着这一点取一个微六面体,用这个微六面体上的平均应力和平均应变的极限值来代表这一点处的应力和应变。参考图中给定的坐标系,说明单元体上侧面、前侧面和右侧面上可能的应力。若单元体分别承受发生在 xOy 、 yOz 和 zOx 坐标平面内的剪应变,它的形状将发生怎样的变化?



思考题 1-8 图



思考题 1-10 图

1-9 定性说明应力与应变的对应关系。

1-10 求图示折杆指定截面上的内力,并说明 AB 和 BC 两段的变形各包含几种基本形式?