

中等专业学校教材

理论力学

湖北省电力学校主编

水利电力出版社

中等专业学校教材

理 论 力 学

湖北省电力学校主编

水利电力出版社

内 容 提 要

本书系中等专业学校电力类专业通用教材,也可作为其它接近机械类专业的教学用书,还可供技术工人自学参考。

全书共分四篇。第一篇:静力学。介绍了物体受力分析,各种力系的合成及其平衡条件。第二篇:运动学。介绍了点的运动、刚体的简单运动以及点运动的合成与分解。第三篇:动力学。介绍了质点与刚体动力学基本方程、动静法、功与功率、动力学基本定理以及机械振动基础。第四篇:常用机构概要。简述介绍了平面杆式机构、轮系、凸轮、间歇机构等。

中等专业学校教材

理 论 力 学

湖北省电力学校主编

•

水利电力出版社出版

(北京德胜门外六铺炕)

新华书店北京发行所发行·各地新华书店经售

水利电力出版社印刷厂印刷

•

787×1092毫米 16开本 15.5印张 343千字

1979年11月第一版 1979年11月北京第一次印刷

印数 00001—31640册 每册 1.25元

书号 15143·3537

前 言

本书系根据水利电力部制订的中等专业学校教材编审规划组织编写的。为贯彻党的教育方针，努力提高教学质量，我们结合教育革命的实践，总结了正反两方面的经验，在编写时，力求作到：既要加强基础理论，又要理论联系实际；既要坚持“少而精”的原则，又要适当反映力学发展的新成就；既要加强基本概念和基本方法的阐述，又要注意基本技能和分析问题能力的培养。

为照顾到电力类各个专业的需要，本书内容偏多。教师使用本书时，可根据各专业的教学大纲决定取舍。

本书是采用分工编写、集体讨论方式进行的。湖北省电力学校周敬仲负责编写绪论、第一、二、三、四、五、七章，西安电力学校李赋蓉负责编写第八、九、十一、十二、十三、十四、十六、十七、十八章，其中部分章节陶春然、苏逸提供了初稿，沈阳电力学校刘书舫负责编写第六、十章，刘玉瑛负责编写第十五章，第十四章中的动量矩定理为刘玉瑛、刘书舫合编，全书由周敬仲同志主编。

本书的主审单位为重庆电力学校和长春电力学校，参加审稿的有南京电力学校、湖南省电力学校、山东省电力学校和淮南电力学校。本书插图由马水枝描绘、王晓青注字。我们对在编审过程中给予支持和帮助的所有同志，表示衷心地感谢。

我们诚恳地希望广大师生及读者对本书缺点提出批评和指正。

编 者

1979年5月

主要字符表

符 号	符 号 意 义	常 用 单 位
L, l	长度	m (米), cm (厘米), mm (毫米)
H, h	高度	m, cm, mm
D, d	直径	m, cm, mm
R, r	半径	m, cm, mm
x, y, z	坐标	m, cm, mm
x_c, y_c, z_c	重心, 形心, 质心坐标	m, cm, mm
ρ	曲率半径, 惯性半径	m, cm, mm
k	滚动摩擦系数	mm
A, B	振幅	cm, mm
λ, δ	弹性线变形	cm, mm
e	偏心距	cm, mm
S	路程	m, cm, mm
S_a	绝对位移	m, cm, mm
S_s	牵连位移	m, cm, mm
S_r	相对位移	m, cm, mm
t	时间	s (秒), min (分), h (时)
Δt	时间间隔	s, min, h
T	周期	s
m	质量	$kg \cdot s^2/m$ (工程质量单位)
P, Q	力	kg (公斤), t (吨)
G, W	重力	kg, t
R	合力	kg, t
N, R, T, S	约束反力	kg, t
N	法向反力	kg, t
F	摩擦力	kg, t
Q	惯性力	kg, t
Q_t	切向惯性力	kg, t
Q_n	法向惯性力	kg, t
$R_x, R_y, R_z,$ P_x, P_y, P_z	力的投影或分力	kg, t
W_{max}	最大荷重	kg, t
W_{min}	最小荷重	kg, t
q	载荷集度	$kg/m, kg/cm$
c	弹簧刚度	$kg/cm, kg/mm$
A, F	面积	m^2, cm^2, mm^2

符 号	符 号 意 义	常 用 单 位
V	体积	m^3, cm^3, mm^3
p	压力	$kg/cm^2, kg/mm^2$
S_x, S_y, S_z	静矩	m^3, cm^3, mm^3
v	速度	$m/s, cm/s, km/h$
v_{cp}	平均速度	$m/s, cm/s, km/h$
v_a	绝对速度	$m/s, cm/s, mm/s$
v_s	牵连速度	$m/s, cm/s, mm/s$
v_r	相对速度	$m/s, cm/s, mm/s$
a	加速度	$m/s^2, cm/s^2, mm/s^2$
a_t	切向加速度	$m/s^2, cm/s^2, mm/s^2$
a_n	法向加速度	$m/s^2, cm/s^2, mm/s^2$
a_{cp}	平均加速度	$m/s^2, cm/s^2, mm/s^2$
$\alpha, \beta, \gamma, \theta$	平面角	$^\circ(\text{度}), rad(\text{弧度})$
α	初相角	$^\circ, rad$
φ	转角, 摩擦角	$^\circ, rad$
ω	角速度	rad/s 或 $1/s$
ε	角加速度	rad/s^2 或 $1/s^2$
n	转速	r/min (每分钟转数)
f	频率	$1/s$
ω_n	固有角频率	$1/s$
m, M	力矩、力偶矩	$kgm, kgcm$
m_o, M_o	力对点的矩	$kgm, kgcm$
m_x, m_y, m_z	力对轴的矩	$kgm, kgcm$
I, I_x, I_y, I_z	转动惯量	$kgms^2$
A, W	功	kgm
N	功率	kgm/s kW (千瓦) HP (马力)
E	动能	kgm
K_o	动量对点的矩	$kgsm$
K_x	动量对轴的矩	$kgsm$
f	摩擦系数	
η	效率	
β	动力放大系数	
n	法向	
t	切向	
i	速比	

工程单位制和国际单位制对照表

理论力学中常用的几个基本单位

工 程 单 位 制				国 际 单 位 制			
量	名 称	代 号		量	名 称	代 号	
		中 文	国 际			中 文	国 际
长 度	米	米	<i>m</i>	长 度	米	米	<i>m</i>
力	公斤	公斤	<i>kg</i>	质 量	千克	千克	<i>kg</i>
时 间	秒	秒	<i>s</i>	时 间	秒	秒	<i>s</i>

理论力学中常用的几个导出单位

工 程 单 位 制				国 际 单 位 制			
量	名 称	代 号		量	名 称	代 号	
		中 文	国 际			中 文	国 际
质 量	工程质量单位	公斤秒 ² /米	<i>kgs²/m</i>	力	牛顿	牛	<i>N</i>
力 矩	公斤米	公斤米	<i>kgm</i>	力 矩	牛顿米	牛米	<i>Nm</i>
功 能	公斤米	公斤米	<i>kgm</i>	功 能	焦 耳	焦	<i>J</i>
动 量	公斤秒	公斤秒	<i>kgs</i>	动 量	牛顿秒	牛秒	<i>Ns</i>
功 率	公斤米每秒 千瓦 马力	公斤米/秒 千瓦 马力	<i>kgm/s</i> <i>kW</i> <i>HP</i>	功 率	瓦特 千瓦 马力	瓦特 千瓦 马力	<i>W</i> <i>kW</i> <i>HP</i>
动 量 矩	公斤秒米	公斤秒米	<i>kgsm</i>	动 量 矩	牛顿秒米	牛秒米	<i>Nsm</i>
转动惯量	公斤秒平方米	公斤秒 ² 米	<i>kgs²m</i>	转动惯量	千克米平方	千克米 ²	<i>kgm²</i>

说明：面积、体积、静矩、速度、加速度等单位在两种单位制中完全一致，故未列入本表。

对 照 表

单 位	工 程 单 位 制	国 际 单 位 制
力	1 公斤(<i>kg</i>) 1 吨(<i>t</i>)	9.8 牛顿(<i>N</i>) 9800 牛顿(<i>N</i>)
力 矩	1 公斤米(<i>kgm</i>)	9.8 牛米(<i>Nm</i>)
质 量	1 工程质量单位(<i>kgs²/m</i>)	9.8 千克(<i>kg</i>)
功、 功 能	1 公斤米(<i>kgm</i>)	9.8 焦耳(<i>J</i>)
功 率	1 公斤米/秒(<i>kgm/s</i>)	9.8 瓦特(<i>W</i>) 0.0098 千瓦(<i>kW</i>)
动 量、 冲 量	1 公斤秒(<i>kgs</i>)	9.8 牛秒(<i>Ns</i>)
动 量 矩	1 公斤秒米(<i>kgsm</i>)	9.8 牛秒米(<i>Nsm</i>)
转 动 惯 量	1 公斤秒 ² 米(<i>kgs²m</i>)	9.8 千克米 ² (<i>kgm²</i>)

目 录

前言

主要字符表

工程单位制和国际单位制对照表

绪论.....	1
---------	---

第一篇 静 力 学

引言.....	3
第一章 力和物体受力分析	3
第一节 力的概念	3
第二节 静力学公理	4
第三节 约束与约束反力	8
第四节 物体受力分析和受力图	12
习题	16
第二章 平面汇交力系	18
第一节 平面汇交力系合成的几何法	19
第二节 平面汇交力系平衡的几何条件	20
第三节 平面汇交力系合成的解析法	22
第四节 平面汇交力系平衡的解析条件	25
习题	30
第三章 力矩与力偶	32
第一节 力矩	33
第二节 力偶	38
习题	41
第四章 平面任意力系	44
第一节 力的平移定理	45
第二节 平面任意力系向已知点简化	47
第三节 平面任意力系合成的解析法	49
第四节 平面任意力系的平衡方程	52
第五节 物体系统的平衡	57
习题	63
第五章 摩擦	67
第一节 滑动摩擦	67
第二节 考虑摩擦解平衡问题	69
第三节 摩擦角和自锁	73
第四节 槽面摩擦	76

第五节 滚动摩擦	78
习题	80
第六章 空间力系	82
第一节 空间汇交力系的合成	82
第二节 空间汇交力系的平衡方程	85
第三节 力对轴的矩	87
第四节 空间任意力系的平衡方程	89
习题	91
第七章 重心与形心	93
第一节 物体的重心	93
第二节 几何体及平面图形的形心	96
第三节 组合体及组合图形的形心	99
习题	102
静力学小结	103

第二篇 运 动 学

引言	106
第八章 点的运动	107
第一节 点的直线运动方程	107
第二节 点作直线运动时的速度和加速度	108
第三节 点的匀速和匀变速直线运动	111
第四节 点的曲线运动方程及速度	112
第五节 点作曲线运动的加速度	114
第六节 用直角坐标法研究点的曲线运动	119
习题	123
第九章 刚体的简单运动	124
第一节 刚体的平移运动	125
第二节 刚体绕定轴转动	125
第三节 匀速和匀变速转动	127
第四节 转动刚体上点的速度和加速度	130
习题	134
第十章 点的合成运动	136
第一节 合成运动的概念	136
第二节 速度合成定理	137
第三节 两动点间的相对速度	141
习题	142
运动学小结	143

第三篇 动 力 学

引言	146
第十一章 质点动力学基础	149

第一节	质点动力学微分方程	149
第二节	惯性力与动静法	153
第三节	转动零件惯性力平衡概念	156
习题		158
第十二章	刚体动力学基础	160
第一节	质点系、外力与内力	160
第二节	刚体的平移	160
第三节	质心、质心运动定理	162
第四节	转动定理	164
第五节	转动惯量	165
习题		170
第十三章	功与功率	171
第一节	功	171
第二节	功率	177
第三节	机械效率	179
习题		180
第十四章	动力学基本定理	181
第一节	动能的概念	181
第二节	质点的动能定理	182
第三节	转动刚体的动能定理	186
第四节	质点的动量定理	188
第五节	动量守恒定理	190
第六节	质点的动量矩定理	191
第七节	刚体的动量矩定理	194
习题		195
第十五章	机械振动基础	197
第一节	机械振动的概念	197
第二节	自由振动	199
第三节	阻尼振动	203
第四节	强迫振动	204
第五节	减振与隔振	207
习题		208
动力学小结		208

第四篇 常用机构概要

引言	213
第十六章 平面杆式机构	213
第一节 四连杆机构	213
第二节 曲柄滑块机构	217
第三节 电器开关中常用的四杆机构	218

第四节 偏心轮机构	219
第五节 摆动导杆机构	219
习题	220
第十七章 齿轮机构	220
第一节 齿轮传动概述	220
第二节 定轴轮系	224
第三节 周转轮系	226
第四节 齿轮的变速机构	229
习题	231
第十八章 其它机构	232
第一节 凸轮机构	232
第二节 间歇机构	234
习题	236
常用机构小结	236

结 论

世界是物质的，而物质处于不停的运动之中。理论力学就是研究物质运动最简单形式——机械运动的一门学科。所谓机械运动是指物体的空间位置随时间而变化的一种运动，例如星球的运动、车辆的行驶和汽轮发电机组转子的转动等。物体的机械运动有相对地静止的状态和显著地变动的状态，造成这种不同的运动状态与作用于物体上的力有关。理论力学就是研究物体上的作用力和物体机械运动之间的关系，也即是研究物体机械运动一般规律的科学。

物体的运动只能相对地描述。例如我们坐在教室里，对地球来说则是静止的，但对太阳来说则是运动的。因此在研究物体的运动时，必须选择另一物体作为参考体。在工程上常选地球或与地球固接的物体作为参考体。于是，所研究的运动乃是物体对地球的运动。

在理论力学中，常把所研究的物体看成刚体。所谓刚体是在力的作用下不发生变形的物体。事实上，物体在力的作用下其形状和尺寸均将发生变化，故刚体只是假想的物体。作这一假定的原因是：工程上所研究物体的变形是很微小的，这种微小变形对物体的运动影响极小，忽略这种变形，仍能保证计算结果所要求的精确度，却使问题的研究大为简化了。对特定问题的特定研究对象，作科学的抽象不但是容许的，而且是必要的。这样便于抓住主要矛盾，它成为我们分析矛盾、解决矛盾所经常采用的一种方法。但随着研究问题的不同，原来所认为的次要因素可以转化为主要因素，例如在材料力学中需研究物体在力作用下的变形，这时不论变形如何微小，均不能将物体视为刚体。

为研究问题方便起见，理论力学分为静力学、运动学、动力学和常用机构概要四篇。

我们要在本世纪内把我国建设成为农业、工业、国防和科学技术现代化的伟大的社会主义强国。为了迅速地发展社会生产力，必须在一切实能够使用机器操作的部门和地方统统使用机器操作，在主要工业部门实行生产过程的自动化。目前，电力生产部门还有很多生产环节没有实现机械化和生产过程自动化，这就提出设计新机器、改造旧设备的任务。学习理论力学将为我们从事上述工作打下初步基础。为了进行正常生产，必须了解机器的运动规律，分析构件的受力情况，判断其坚固程度和工作能力，从而达到正确使用机器的目的。在生产中也将遇到一些异常情况，当机器发生故障时，分析故障、排除故障，均必须具有理论力学的知识。理论力学是一门比较重要的技术基础课，一方面培养我们分析问题解决问题的能力，另一方面又为学习其它课程打下基础。

远古古代，由于生产和生活的需要，人们使用了杠杆、滑车和斜面等简单机械，建筑房屋桥梁、制造车辆船舶，在劳动实践中积累了丰富的经验。公元前287—212年，杰出的希腊学者阿基米德比较系统地集中了劳动人民的经验，奠定了静力学的基础。

在中世纪，封建制度和神权统治束缚了生产的发展，也阻碍了力学的进展。

到了十五世纪，欧洲资本主义经济开始兴起，造船、土木建筑、机器制造业相继发

展,一方面为力学提供了大量的研究资料,另一方面也向力学提出了一系列新的急待解决的问题,进一步促进了力学的发展。十七世纪初,伽里略和牛顿总结和发展了前人的研究成果,确立了力学的概念和基本定律,奠定了古典力学的基础。

十八世纪研究力学的特点是广泛地应用了数学这一工具,使力学向分析法方面发展,而成为所谓解析力学。在这方面有突出贡献的科学家有欧拉、拉格朗日、达朗伯等。

十九世纪是工业与技术蓬勃发展的时期,理论力学的模型(例如刚体),已不能满足新的要求,需要愈来愈多地考虑研究对象的实际性质,如考虑固体的变形性质而建立了材料力学、建筑力学、弹塑性理论等;考虑流体的流动特性而建立了水力学、流体动力学、气体动力学等。其他如机械原理、振动理论也得到了很大发展。

十九世纪末,由于天文学和物理学进一步发展,出现了一些不能用古典力学解释的现象。在二十世纪初,爱因斯坦创建了相对论力学,否定了古典力学中绝对空间和绝对时间的概念以及物体的质量与运动速度无关的概念,这是力学的一个重大发展。但计算结果表明:当物体的速度远小于光速时,由古典力学和相对论力学所得结果非常接近。对于一般工程问题,按古典力学计算结果已具有足够的精确度,故仍为工程上所采用。

随着放射性物质和原子结构的研究,产生了量子力学。随着空间技术的飞速发展,又出现了超音速空气动力学、稀薄气体力学,高温塑性力学、化学流体力学、物理力学和断裂力学等。最近,由于电子计算机问世,一些复杂的力学问题可通过计算机而得到解决。力学和其它科学一样,又将进入到一个新的发展阶段。

我国有悠久而灿烂的文化,在力学方面也有很多贡献。我国古代就修建了万里长城、都江堰水利工程、赵州石拱桥、故宫等许多雄伟建筑。此外,还制造了各种机械仪器,如木鸢、云梯、战船、织布机、候风地动仪、指南车、龙骨水车、抛石机、直升螺和走马灯等。我国古代也有很多力学方面的著作,如《墨经》、《营造法式》和《天工开物》等。在十四世纪以前,我国科学技术曾占世界第一位。但我国长期停滞在封建社会,不但束缚了生产的发展,而且将科学技术视之为雕虫小技、异端邪说而加以扼杀。后来,又受到帝国主义的长期侵略,故近二百年来落后于西欧北美的发展。解放后,在中国共产党和毛主席的领导下,科学技术受到重视,力学和其它各门科学一样取得很大成就,逐步赶上或接近世界先进水平。但由于林彪和“四人帮”的破坏和干扰,使我国与世界先进水平的差距越来越大。英明领袖华主席一举粉碎了“四人帮”,为我国制订了新时期发展的总任务,率领我们进行新的长征。我们相信力学这一门基础学科必将得到迅速的发展,为实现四个现代化作出应有的贡献。

第一篇 静 力 学

引 言

在工程和日常生活中，常常遇到机械运动的一些特殊情况，如厂房、输电杆塔、变压器在它们的基础上保持静止，起重机将重物匀速向上起吊，汽轮发电机组的转子在匀速运转等。上述物体具有共同的运动特征，即物体对地球的运动状态不发生变化。这样的运动状态称为平衡状态。通常，物体上受有一群力的作用，但欲使物体在这一群力作用下平衡，这群力必须满足一定的条件。静力学就是研究物体在一群力作用下处于平衡的科学。它主要研究两类基本问题：

- (1) 将作用于物体上的一群力加以简化、合成；
- (2) 推导物体在这群力作用下的平衡条件并讨论这些条件在工程上的应用。

第一章 力和物体受力分析

第一节 力的概念

力的概念是人类在长期的生活和生产中逐渐形成的。人们在生产上要花费一定的力气，于是引起肌肉紧张收缩的感觉，就产生了对力的初步认识。随着生产的发展，认识到力是物体间的机械作用。力能使物体的运动状态发生变化，例如用手推小车，小车由静止到运动，或者运动的速度由慢变快，或者由快变慢，或者改变了运动方向，这种改变物体运动状态的效果称为力的外效应。力还能使物体的形状发生改变，例如用手拉弹簧，弹簧伸长了，这种改变物体形状的效果称为力的内效应。由于理论力学假定物体为刚体，这就是只研究力的外效应而不研究力的内效应。

力既然是使物体运动状态发生变化的原因，那么，我们必须全面了解力的特征，以便根据力来判断物体运动状态的变化。力有大小，力大则对物体的作用效果也大，即加速度大；反之则作用效果小，即加速度小。故力的大小反映了物体间相互作用的强弱。力还具有方向，从后面推小车，小车前进；从前面推小车，小车后退；从侧面推小车，小车可能翻倒。这说明力的方向不同，力对物体的作用效果也不同。力的作用效果还与力在物体上的作用位置有关，例如将木箱放在垫辊上，若推力 $\vec{P}$ 的位置较低，如图1-1(a)所示，木箱将往前移动；若推力 $\vec{P}$ 的位置较高，如图1-1(b)所示，则木箱可能翻倒。可见，力的大小、方向和作用点的位置是决定力的作用效果的三个方面，只要这三个方面确定了，力的作用效果也就完全确定了。因此，常把力的大小、方向和作用点叫做力的三要素。

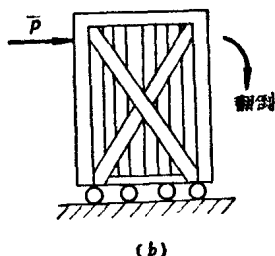
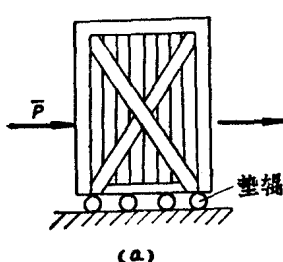


图 1-1

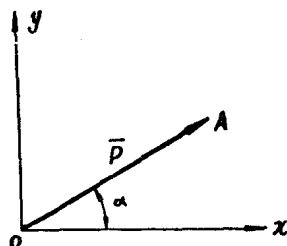


图 1-2

象力这样既有大小又有方向的物理量叫做矢量或向量。通常用一带有箭头的线段来表示一个力。如图1-2中线段 OA 按某一比例的长度表示力 $\bar{P}$ 的大小，线段 OA 的起点 O 或终点 A 表示 $\bar{P}$ 力的作用点，线段 OA 上的箭头以及 OA 与选定轴 Ox 的夹角 α 表示力 $\bar{P}$ 的作用方向。线段 OA 所确定的直线则称为力 $\bar{P}$ 的作用线。通常，力的矢量用 $\bar{P}$ 来表示，力的大小即矢量的模用 P 表示。在工程单位制中，力的单位为公斤或吨，其代号为 kg 或 t ， $1t=1000kg$ 。目前世界各国在推行国际单位制(SI)，力的单位为牛顿，代号为 N ，它和公斤间的关系为

$$1kg=9.807N$$

通常取

$$1kg=9.8N$$

为便于以后叙述问题，将力的一些基本定义介绍如下：同时作用于物体上的一群力称为力系。若力系中所有各力的作用线均在同一平面内称为平面力系，否则称为空间力系。若力系作用于物体上而物体处于平衡，此力系称为平衡力系。平衡力系中任意一力对其余诸力而言称为平衡力。如果作用在物体上的某一力系可用另一力系代替而不改变对物体的作用效果，则此二力系互称为等效力系。若一力与一力系等效，则此力称为力系的合力，而力系中的各力则称为合力的分力。

第二节 静力学公理

为了研究力系的合成及其平衡条件，需要掌握力的基本性质。在力的概念逐步形成的同时，人们对力的基本性质的认识也逐步深入。静力学公理就是力的基本性质的概括和总结。它以大量的客观事实为基础，其正确性又为历来实践所证实。

公理一：若作用于同一物体上的二力平衡，则必须而且只须该二力的大小相等、方向相反、作用线在同一直线上。如图1-3(a)、(b)所示，若 $P_1=P_2$ ，则此二力平衡。这个公理称为二力平衡公理，它是我们今后推证力系平衡条件的依据。

公理二：在已知力系上可以加入或取去任意平衡力系，物体的运动或平衡状态不受影响。根据上述两个公理，可得下面重要推论。

推论：作用于物体上的力的作用点可以沿着作用线移动至物体上任一点，而不改变该力对物体的作用效果。这个推论称为力的可传性原理，可证明于下：

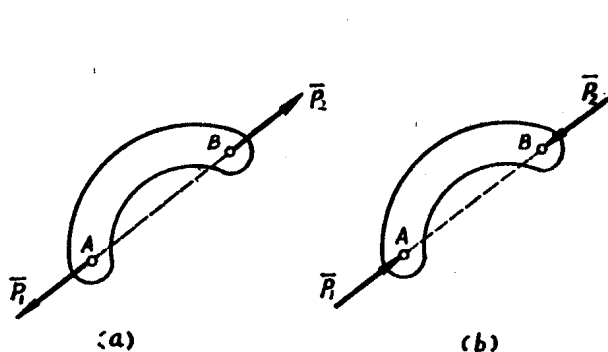


图 1-3

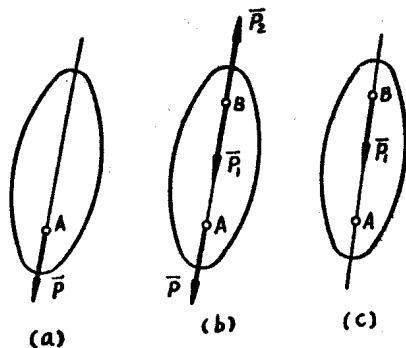


图 1-4

设已知力 $\vec{P}$ 作用于物体的 A 点, 如图1-4 (a) 所示。在力 $\vec{P}$ 的作用线上任取一点 B , 在 B 点上加一对平衡力 $\vec{P}_1$ 、 $\vec{P}_2$, 且令 $P_1 = P_2 = P$, 如图1-4 (b) 所示。因 $\vec{P}$ 和 $\vec{P}_2$ 为一对平衡力, 可以取去, 于是物体上只剩下力 $\vec{P}_1$ 的作用, 如图1-4 (c) 所示。因 $\vec{P}_1$ 与 $\vec{P}$ 大小相等、方向相同、作用线相同, 只不过是作用点不同, 这样就等于将作用点为 A 的 $\vec{P}$ 力沿其作用线移至 B 点, 并不改变对物体的作用效果。据此原理, 今后只需确定力的作用线即可, 作用线上任一点均可视为作用点。

应该注意: 我们已假定物体为刚体, 公理二及其推论只适用于刚体。

公理三: 作用在物体上某一点的二力的合力也作用于同一点, 其大小和方向可以由二力为邻边的平行四边形的对角线来表示。此法则称为平行四边形法则。

如图1-5所示, 设有汇交于 A 点的二力 $\vec{P}_1$ 、 $\vec{P}_2$, 按一定比例尺作线段 AB 与 AD 代表力 $\vec{P}_2$ 与 $\vec{P}_1$, 以 AB 和 AD 为邻边作平行四边形 $ABCD$, 则对角线 AC 即合力 $\vec{R}$ 。合力 $\vec{R}$ 的作用点为 A 点, 其指向为由 A 指向 C , 其大小由 AC 长度确定, 作用线的位置可用量角器量得 α_1 或 α_2 而求得, 合力和二分力这种关系可写成矢量表达式于下

$$\vec{R} = \vec{P}_1 + \vec{P}_2 \quad (1-1)$$

通常称 $\vec{R}$ 为 $\vec{P}_1$ 、 $\vec{P}_2$ 的矢量和或几何和。

若已知 $\vec{P}_1$ 与 $\vec{P}_2$ 的夹角为 α 时, 合力的大小也可按余弦定理计算

$$R = \sqrt{P_1^2 + P_2^2 - 2P_1P_2\cos(180 - \alpha)} = \sqrt{P_1^2 + P_2^2 + 2P_1P_2\cos\alpha} \quad (1-2)$$

合力 R 的方向, 可按正弦定理确定

$$\begin{aligned} \frac{P_1}{\sin\alpha_1} &= \frac{P_2}{\sin\alpha_2} = \frac{R}{\sin(180 - \alpha)} = \frac{R}{\sin\alpha} \\ \therefore \sin\alpha_1 &= \frac{P_1 \sin\alpha}{R} \\ \sin\alpha_2 &= \frac{P_2 \sin\alpha}{R} \end{aligned} \quad (1-3)$$

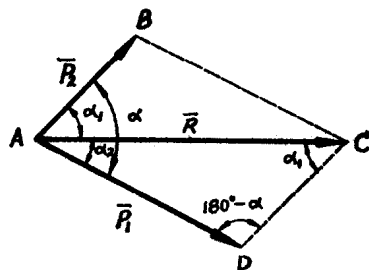


图 1-5

求出 α_1 或 α_2 ，即确定了合力的方向。

当 $\alpha = 0^\circ$ 时，即 $\vec{P}_1$ 与 $\vec{P}_2$ 在同一直线上而且指向相同，则

$$R = \sqrt{P_1^2 + P_2^2 + 2P_1P_2\cos 0^\circ} = \sqrt{(P_1 + P_2)^2} = P_1 + P_2 \quad (1-4)$$

当 $\alpha = 180^\circ$ 时，即 $\vec{P}_1$ 与 $\vec{P}_2$ 在同一直线上而指向相反，则

$$R = \sqrt{P_1^2 + P_2^2 + 2P_1P_2\cos 180^\circ} = \sqrt{(P_1 - P_2)^2} = P_1 - P_2 \quad (1-5)$$

若 $P_1 > P_2$ ，则 $\vec{R}$ 的方向与 $\vec{P}_1$ 相同，若 $P_1 < P_2$ ，则 $\vec{R}$ 的方向与 $\vec{P}_2$ 相同。从此可以看出：矢量和不同于代数和，只有当分力在同一直线上时，合力才为分力的代数和。即共线力系才可按代数量运算。

若 $\alpha = 180^\circ$ ，而且 $P_1 = P_2$ 时，即为二力平衡情况，根据式(1-5)，则

$$R = P_1 - P_2 = 0$$

故知汇交于一点的二力平衡条件是合力为零。

二力既然可以合成为一力，一力也可分解为二力。力的合成和分解是矛盾统一体的两个方面，分解是合成的反运算。所以平行四边形法则不仅是力的合成法则，也是力的分解法则。但由一力分解为二力可得多种结果，因为由一对角线可作出很多平行四边形，如图1-6(a)所示，力 $\vec{P}$ 既可分解为 $\vec{P}_1$ 与 $\vec{P}_2$ ，也可分解为 $\vec{P}_3$ 与 $\vec{P}_4$ 。要想得出唯一结果，必须附加条件。通常将力沿已知二方向分解，例如沿已知 mm 和 nn 方向分解，如图1-6(b)所示。尤为常见的是，将力分解为沿已知二互相垂直方向的分力，例如已知力 $\vec{P}$ 与 x 轴的夹角为 α ，求力 $\vec{P}$ 沿 x 轴和 y 轴的分力。如图1-6(c)所示，自 A 点分别作 y 轴和 x

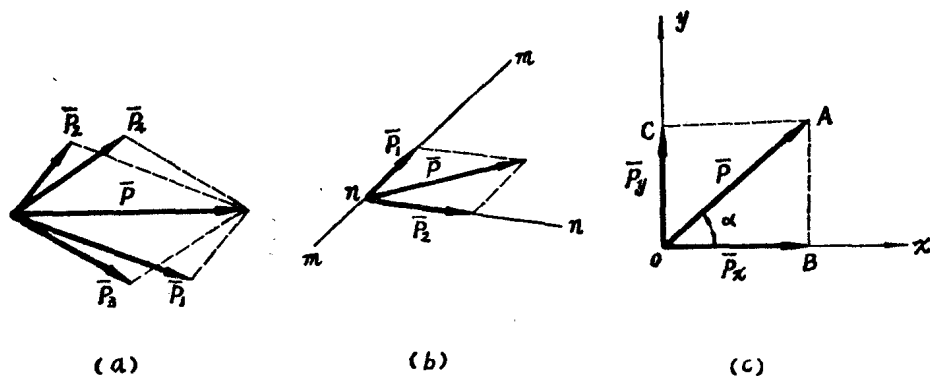


图 1-6

轴的平行线 AB 和 AC ，则 OB 即为沿 x 轴的分力记作 $\vec{P}_x$ ， OC 即为沿 y 轴的分力记作 $\vec{P}_y$ 。 $\vec{P}_x$ 和 $\vec{P}_y$ 的大小也可按三角公式求得

$$\left. \begin{aligned} P_x &= P \cos \alpha \\ P_y &= P \sin \alpha \end{aligned} \right\} \quad (1-6)$$

例 1-1 一吊环螺钉受二根绳子的拉力，图1-7(a)，绳子的拉力一为 $T_1 = 20 \text{ kg}$ ，另一为 $T_2 = 25 \text{ kg}$ ，求二绳拉力的合力。