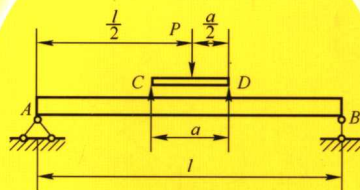
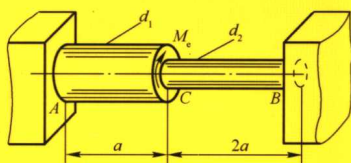
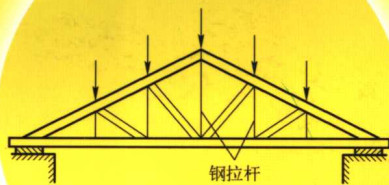


21世纪高等院校规划教材

材料力学

刘 玮 编著



国防工业出版社
National Defense Industry Press

21 世纪高等院校规划教材

材料力学

刘 玮 编著

国防工业出版社

· 北京 ·

图书在版编目(CIP)数据

材料力学 / 刘玮编著. —北京: 国防工业出版社,

2006.8

21 世纪高等院校规划教材

ISBN 7-118-04548-9

I. 材... II. 刘... III. 材料力学 - 高等学校 - 教材 IV. TB301

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2006) 第 052066 号

※

国防工业出版社 出版发行

(北京市海淀区紫竹院南路 23 号 邮政编码 100044)

天利华印刷装订有限公司印刷

新华书店经售

*

开本 787×1092 1/16 印张 14 $\frac{3}{4}$ 字数 341 千字

2006 年 8 月第 1 版第 1 次印刷 印数 1—4000 册 定价 24.00 元

(本书如有印装错误, 我社负责调换)

国防书店: (010)68428422

发行邮购: (010)68414474

发行传真: (010)68411535

发行业务: (010)68472764

前 言

本书是在高等学校“十五”规划教材建设中,为综合性大学理论与应用力学专业材料力学课程编写的教材。

本书共 11 章,内容包括:绪论及基本概念,轴向拉伸与压缩,扭转,平面图形的几何性质,弯曲应力,梁弯曲时的位移和变形,应力状态分析,强度理论,组合变形,压杆稳定,能量法。

本书的主要特色如下。

1. 内容精练,编排合理。针对理论与应用力学专业材料力学课学时较少(约为 70 学时)的特点,控制教材篇幅以与计划学时相匹配。在整个教材编写中,一切从有利于学生扎实掌握基本概念、基本理论框架、基本方法及基本内容出发,为此精心选择经典内容,对强度、刚度、稳定性等基本内容务求保证系统性与严谨性,同时删去一些或与主线关系不大或较为陈旧或与后续课程重叠的内容。在教材编排中注重合理性,尽量避免前后重复。如将内力、应力与应变、截面法等贯穿全书的基本概念和基本方法从各章中提出放在第 1 章统一给出,避免了零散与重复。

2. 突出理科力学自身特色。根据理科力学专业理论基础强且学生数学基础比较深厚的特点,在编写中适当增加了书中某些内容的理论性与难度,如编入了三维空间下物体内任意一点处位移与应变关系的理论推导和几何意义的解释,又如编入了拉压杆的几何非线性问题和材料塑性时极限扭矩的计算这样的物理非线性问题的分析,其中用到了较多的数学工具,并增强了内容的理论性。

3. 教材中融入素质教育内容。为了在专业教育中体现素质教育,针对大多数学生对科学史知之不多的现状,在本书中增加了材料力学发展史这部分内容。较为系统地阐述了该学科的发展过程,对其间发生的重大事件、著名科学家的重要贡献等作了介绍。另外,为配合双语教学,对教材中出现的重要力学名词给出了对应的英文表达。

4. 例题编写采用启发式。编者融入自己多年教学的体会和经验,对例题以提问→思路分析→解题→小结的格式给出,启发学生分析问题、解决问题的兴趣。特别是最后的小结,明确地指出学生需掌握的关键知识点、难点和易错点。

编者多年来一直从事材料力学的教学,本书就是在编者教学中所用讲稿的基础上经修改而定稿的。本书编排合理、论述严谨、行文流畅、深入浅出,有较好的可读性。

本书可作为综合性大学理论与应用力学专业本科生的教材,也可作为高等院校其他相关专业材料力学课程的教材或参考书。特别适于 50 学时~70 学时的教学需要。

本书在编写与出版过程中得到了吉林大学“十五”规划教材建设项目基金的资助和吉林大学教务处教材科同仁们的鼎力支持,在此表示最诚挚的谢意。

由于编者的水平有限,不当之处在所难免,诚恳地希望读者给予批评和指正。

编 者

目 录

第 1 章 绪论及基本概念	1
1.1 材料力学的任务	1
1.2 材料力学发展史的简要介绍	2
1.3 材料力学的基本假设	6
1.4 材料力学的研究对象及杆件变形形式	6
1.5 外力及其分类	8
1.6 内力与应力	8
1.7 应变	10
第 2 章 轴向拉伸与压缩	15
2.1 轴向拉伸与压缩的概念	15
2.2 轴力与轴力图	15
2.3 拉(压)杆内的应力	18
2.4 材料拉伸时的力学性能	22
2.5 拉(压)杆的变形	25
2.6 拉伸(压缩)中的几何非线性问题	28
2.7 拉(压)杆内的应变能	29
2.8 拉(压)超静定问题	31
2.9 受自重影响的杆件	36
2.10 强度条件·安全系数·许用应力	38
习题	41
第 3 章 扭转	46
3.1 引言	46
3.2 扭矩和扭矩图	46
3.3 纯剪切	49
3.4 等直圆杆扭转时的应力	51
3.5 等直圆杆扭转时的变形	58
3.6 等直圆杆扭转时的应变能	61
3.7 扭转超静定问题	63
3.8 考虑材料塑性时圆杆的极限扭矩	65

3.9 等直非圆截面杆自由扭转简介	67
习题	69
第4章 平面图形的几何性质	72
4.1 引言	72
4.2 静矩和形心位置	72
4.3 惯性矩和惯性积	74
4.4 惯性矩和惯性积的平行移轴公式	75
4.5 惯性矩和惯性积的转轴公式	77
4.6 平面图形的主惯性轴和主惯性矩	78
习题	79
第5章 弯曲应力	81
5.1 直杆平面弯曲的基本概念	81
5.2 梁的内力和内力图	83
5.3 梁的弯曲正应力	95
5.4 梁的弯曲剪应力	99
5.5 梁的强度条件及梁的合理设计	104
习题	109
第6章 梁弯曲时的位移和变形	114
6.1 基本概念	114
6.2 梁的挠曲线近似微分方程及其积分	115
6.3 按叠加原理计算梁的挠度及转角	122
6.4 梁的刚度条件	126
6.5 简单超静定梁	128
6.6 梁内的弯曲应变能	131
习题	132
第7章 应力状态分析	136
7.1 引言	136
7.2 二向应力状态分析	137
7.3 三向应力状态	141
7.4 复杂应力状态下应力与应变间的关系	146
7.5 空间应力状态下的比能	150
习题	152
第8章 强度理论	155
8.1 引言	155
8.2 4个强度理论及其相当应力	156

8.3 各种强度理论的适用范围及应用	159
习题	162
第9章 组合变形	164
9.1 引言	164
9.2 斜弯曲	164
9.3 拉伸(压缩)与弯曲	168
9.4 扭转与弯曲	171
习题	173
第10章 压杆稳定	176
10.1 压杆稳定的基本概念	176
10.2 细长中心受压直杆临界力的欧拉公式	177
10.3 不同杆端约束下细长压杆临界力的欧拉公式	178
10.4 欧拉公式的适用范围	183
10.5 超过比例极限时压杆临界应力的计算	184
10.6 压杆稳定性的计算	187
习题	191
第11章 能量法	194
11.1 引言	194
11.2 杆件应变能的计算	194
11.3 卡氏定理	197
11.4 功的互等定理和位移互等定理	206
11.5 虚位移原理与单位力法	208
11.6 能量法解超静定系统	213
习题	216
附录 简单载荷作用下梁的挠度和转角	219
习题答案	223
参考文献	229

第 1 章 绪论及基本概念

1.1 材料力学的任务

力学(mechanics)是研究力和物质的机械运动之间的关系的一门学科。材料力学(mechanics of materials)和理论力学(theoretical mechanics)均属力学范畴,但两者有区别。在理论力学中,把物体当成质点(particle)和刚体(rigid body)来处理。所谓质点是指有质量而无大小的几何点,而刚体是指其上任意两点间的距离不受外力或其他因素的影响,永远保持不变的物体。显然,质点与刚体在自然界并不存在,这是人们为方便处理问题而抽象出来的力学模型。材料力学则将物体当成可变形固体来处理。材料力学是固体力学(solid mechanics)的一个分支,而且是最早发展起来的一个分支。

材料力学有一个突出的特点,就是它与众多的工程技术如机械工程、土木工程、航空航天工程等有着密切的联系,它是这些工程技术的理论基础。为了保证工程结构正常工作,在设计中常需考虑下列 5 个问题,即刚度设计、强度设计、稳定性设计、振动设计与断裂设计。一般而言,前 3 个问题是基本的,因而对于前 3 个问题的讨论和研究构成了材料力学的主要内容。

刚度(rigidity)设计是使由某种材料制成的结构在某种载荷条件下,某一部分的位移或变形不超过一定限度的设计。例如,在设计电动机时,为减少损耗,常将定子与转子间的空隙取得很小,10 kW 的感应电动机的空隙通常小于 1 cm。这就要求转子的位移必须小于空隙,否则转子将与定子相撞,甚至毁坏整个机器。

强度(strength)设计是使由某种材料制成的结构在某种载荷下,构件的任何部分都不致损坏的设计。这方面的例子不胜枚举。例如,在设计飞机的机翼时,就需考虑在飞行中它能否承受所负担的载荷,即是否具有足够的强度。否则在空中机翼折断,将会发生机毁人亡的重大事故。

稳定性(stability)设计是防止结构失去稳定性的设计。事实上,当结构的强度与刚度均符合要求后,仍存在不能正常工作的可能性。例如,一个受压的柱子若设计得太长太细,对于载荷的某一特定值,尽管该值完全符合柱子的刚度与强度的设计要求,只要外界稍有扰动,柱子便有可能发生很大的弯曲。这种不能维持结构原有形状下的平衡的现象称为失去稳定性。失去稳定性可能会具有很大的破坏力,并往往是突如其来的,因而十分危险。

振动(vibration)设计是指设计中需要考虑结构的振动特性。任何结构物均有各自固有的振动频率。若外力的振动频率与结构物的固有频率接近时,结构物便会发生大幅度的振动,甚至破坏,这种现象称为共振。例如,美国的塔科马桥,由于作用于桥上的风力的频率与桥的固有频率相同而发生共振,于 1940 年遭到毁坏。通常,共振现象在工程设计

中是不允许发生的。但有时也利用共振现象将不需要的结构物摧毁。简而言之,振动设计便是保证结构不发生共振或有意使之发生共振。

断裂(fracture)设计是指设计中考虑结构满足强度条件后发生的断裂现象。结构物若有宏观裂纹,在某种情况下,裂纹可以扩展,因而使整个结构物破坏(破坏时的强度低于通常的强度设计标准)。断裂设计就要保证结构物的裂纹在某种情况下不发生扩展。

在一个结构物的设计中,使其既安全又经济是人们通常所期望的,但这两方面实际上是互相矛盾的。一般地,要增加结构的安全性就要多用材料,或用强度高的好材料;而从经济的角度考虑,又希望少用材料,材料的价格要低。除此之外,设计中还要考虑性能、外观等因素。例如,在飞机和火箭的设计中,在一定的性能要求下,通常要求结构越轻越好。设计师们采用各种各样高级的轻合金制造飞机和火箭的零部件以达到更好的性能和尽可能轻的质量。总之,人们就是要尽量合理地协调、兼顾这些关系,而材料力学也正是在解决这些矛盾的过程中发展起来的。简而言之,它研究在外力作用下,材料和结构所表现的力学性能(外力与变形、内力间的关系等),从而建立强度、刚度、稳定性等条件,以保证构件满足安全、经济、适用的要求。

1.2 材料力学发展史的简要介绍

中国、埃及、印度、古希腊以及其他早期文明国家曾经建造了许许多多气势恢宏、造型精美、结构合理的伟大建筑,像中国的长城、埃及的金字塔、印度的泰姬陵、罗马的神庙等。有些建筑至今还保存完好,其宏伟壮丽常为后人所叹为观止。从中可以看出,当时的人们根据长期生产实践所积累起来的经验,对构件受力特点及材料的力学性能已经有了不少正确的认识,并能结合构件受力特点正确地使用材料。例如,中国古代就已将一些砖石构件作成拱形,以充分发挥材料的抗压强度,位于河北,建于公元 600 年前后的赵州桥就是其中最典型的代表;再如,中国古代就对竹材抗拉强度高、韧性好有所认识,并用竹索建成了不少悬索桥,其中最著名的是位于四川,始建于宋代的安澜桥;还有,在木结构中也积累了不少制造梁、柱的经验,如对于矩形截面的木梁,采用的截面高宽比为 3:2,现在看来,这种选择是符合材料力学基本原理的。值得一提的是,我国东汉时期就有了力和变形成正比关系的记载,这比胡克定律的提出早了 1500 年。遗憾的是,早期人们关于材料力学方面的知识,许多都因缺少记载而流失了,而现在材料力学的发展应是从中世纪之后欧洲文艺复兴时代开始的。说到这一时期的早期工作,就不能不提到伟大的艺术家,同时也是伟大的科学家达·芬奇(Leonardo da Vinci, 1452—1519)的贡献,例如,他在如何确定作用于结构构件上的力以及通过实验确定材料的强度等方面作了某些研究工作。但同样遗憾的是,达·芬奇没有科学著述发表,他的发现被埋没在他的笔记本之中,而并未对当时的工程技术工作起到应有的指导作用。

到了 17 世纪,人们开始尝试使用解析法确定构件的安全尺寸,特别是 1638 年意大利科学家伽利略(Galileo, 1564—1642)的名著《两种新的科学》出版,书中的一部分谈到了建筑材料的力学性质和梁的强度,这成为材料力学领域中的第一本著作。一般公认为,这本名著的发表标志着材料力学这一学科的开端。在这一时期,另一件值得一提的事是,在欧洲一些国家,如英国、法国、意大利等纷纷成立了国家科学院,这对材料力学的研究起到了

巨大的推动作用。许多著名的科学家,如英国的胡克(Robert Hooke, 1635—1703)、法国的马里沃特(Mariotte, 1620—1684)等成了科学院的第一批成员。在 17 世纪后半叶,世界上一些著名的科学家,如胡克、马里沃特、伯努利等研究了材料的强度性能,得出了梁、柱等工程中常用构件的一些性能。其中,1678 年胡克发表了他根据实验观察总结出来的重要力学定律——力与变形成正比。西方科学界认为胡克是第一个发现这一定律的人,并以他的名字命名为胡克定律。

到了 18 世纪,与 17 世纪相比,其中最主要的一个不同就是,科学研究事业不再只是主要掌握在科学院的工作人员手中,研究的主要动机不再只是科学家的个人爱好,而是开始把几百年来,特别是上世紀的科学成果应用于实际,特别是科学方法被渐渐采用到各种工程中去。在此期间,第一所工程学校建立了,第一批关于建筑工程的书籍也出版了。在这一发展时期,法国走在了其他国家的前面。1729 年,别利多尔(Belidor, B.F.de, 1698—1761)所著的《工程师的科学》一书在法国出版了。此书在建筑工程师中流传极广,而且被多次再版。由法国著名科学家纳维(Navier, C. - L. - M. - H., 1785—1836)加注的该书的最后一版在 1830 年问世,其间经过了整整 100 年。在这本书中,有一章是讨论材料力学的,别利多尔提到了他从实验中得出的决定梁的安全尺寸的法则。另一件值得一提的事是,1747 年在法国巴黎创办了著名的“桥梁道路学院”,以培养建造道路、河渠与桥梁的工程师。这所学校在以后的不断发展中,对材料力学的发展起了很大的作用。该校的第一任校长是吉恩-罗多菲·帕洛尼特(Jean - Rodolphe Perronet, 1708—1794),他同时是一位著名的工程师,经他手设计了许多知名的建筑。

在 18 世纪,随着军事工程和建筑工程的发展,对于木材、石料、钢和铜等建筑材料作了很多力学性能的实验研究。其中除去为了证明材料力学中的某些理论以外,还完成了许多更为实用的实验工作。例如,辽麦尔(Reaumur, 1683—1757)依靠力学实验,研究了炼钢的各项工艺过程。他通过作金属丝的拉伸实验来测定各种程度热处理的效应。除此之外,他还发明了一种测定硬度的方法。而穆申布洛依克(Petrus Van Musschenbroek, 1692—1761)对各种材料的力学性能做了许多实验,其中为了完成这些实验,他设计了不少用于拉伸、弯曲、压缩等实验的仪器。薄放(Buffon, 1707—1788)对木材的力学性能做了许多研究工作,特别是对于工程实验中所用梁尺寸相仿的大尺寸梁所作的研究很有意义。法国工程师高随(Gaothey, 1732—1807)则作了许多关于各种石料抗压强度的实验。而上述实验往往是为了解决一项正在进行的实际工程中的问题而做的。18 世纪后期开始的工业革命,为材料力学的应用提供了更多的新领域,如桥梁、铁路、机器设计等。随着材料力学知识在这些新领域中的应用,就有了更多的理论与知识补充进来,形成了更为系统的材料力学知识。与此同时,第一部关于材料力学的专著终于应运而生(1798 年在法国巴黎出版),它是由吉拉德(P.S.Girard)撰写的。在该书中包括了 17 世纪至 18 世纪在这方面主要的研究成果。

最后要指出的是,18 世纪对材料力学贡献最大的科学家应首推库仑(Coulomb. - A. de, 1736—1806)。他在材料力学方面的主要成就是,通过实验验证,修正了伽利略和马里沃特理论中的错误。

18 世纪的工程师们作材料实验时,主要着重于极限强度。从实用的角度来看,这主要是为了各类工程安全设计的需要。但当时很少有人注意到实验中试件的弹性性质。但

19 世纪初,法国的工程师们所作的实验性研究又有了长足的进步。研究不但具有实用价值,而且在科学上还很有意义。杜品(F.P.C.Dupin,1784—1873)就是其中一位杰出的代表。他完成了木梁弯曲的重要研究。从简支梁的实验中,他发现在一定的限度内,挠度与载荷成正比,这就进一步验证了材料的线弹性性质。他还从矩形梁的实验中发现了梁的挠度与其截面宽度的一次方以及厚度的立方成反比;与跨长的立方成正比等材料力学中的重要结论。而杜留(A.Duleau)则完成了许多关于铁料和铁结构的实验,他不仅作了单一梁的弯曲实验,还作了组合梁的弯曲实验;不仅作了弯曲实验,还作了细长铁杆的压屈实验和棱柱铁杆的扭转实验。其中对细长压杆的实验结果与欧拉的理论结果非常符合。而在这一时期,作为法国最著名的科学家之一的纳维于 1826 年出版了他所撰写的《材料力学》。从这本书中可以清楚地看出,19 世纪前 25 年中材料力学有了很大的发展。纳维在该书的最开头就明确地指出,最重要的工作在于寻找结构保持完全弹性而不产生永久变形时的极限。同时提出在弹性范围内,可假定变形与内力成正比,从而建立一些较简单的公式来计算极限载荷。另外,作者指出,对于棱柱杆的简单拉伸和压缩,仅知道它的强度极限是不够的,还必须知道它的弹性模量 E 。他还对 E 给出了很明确的定义,并通过实验测定了某种铁料的 E 值。对于梁,纳维则给出了计算它的变形(曲率)和位移(挠度)的公式。值得一提的是,纳维是第一个发明出用一般方法来分析材料力学超静定问题的人。在该书中,纳维还研究了纵横弯曲问题。而对曲杆弯曲、薄壳弯曲的研究,他也做出了很大的贡献。

在同一时期,除法国外,其他欧洲国家,如英国、德国、瑞典等对于材料力学的研究也有了不同程度的进步。例如,英国对铸铁和锻铁等新材料的力学性能作了很多有价值的实验研究;德国则撰写材料力学专著、创办工程学院,特别的是,没有哪一个国家能像德国那样密切地把工业和工程知识结合在一起;而瑞典则由于在该国钢铁工业占有重要地位,在那里最先的实验研究就以钢铁为对象,例如,他们证明了各种铁的抗拉弹模几乎一样。

谈到 19 世纪中叶材料力学的发展,就不能不提到法国著名科学家圣维南对材料力学的重要贡献。他是第一个验证纯弯曲基本假定精确性的人,他还指出受横力弯曲的悬臂梁,梁内的剪应力会使横截面不再保持为平面而是翘曲等重要结论。而俄国科学家濡拉夫斯基则发现在某些情况下,梁的剪应力非常重要,不能忽略不计。他还得到了矩形截面梁的最大剪应力的计算公式。而他关于梁的剪应力的研究结果则补足了纳维 1826 年出版的《材料力学》一书在这方面的缺憾。

在这一时期,铁路尤其是铁路桥梁工程的快速发展,大大推动了材料力学的发展。特别是对钢材这种新型材料研究的不断深入,揭示了钢材的基本特性,并将能够反映钢材基本特性的均匀连续、各向同性、线弹性等假设作为材料力学的基本假设。与此同时,科学家和工程师们已经开始了有关金属疲劳的早期研究。认识到交变应力对金属强度的不良影响,并通过实验得出了交变载荷等于普通极限载荷的 $1/3$ 时是安全的结论。而德国科学家沃勒(A.Wohler,1819—1914)则对此做出了开创性的贡献。另外,人们还开展了对动载荷、冲击、弹性稳定性等问题的研究。这些都进一步丰富、完善了材料力学的研究内容。

到了 19 世纪后期,随着钢铁在工程中越来越多的使用,人们已认识到对材料的力学

性质更全面的研究具有极大的实用价值。而且人们认识到,随着实验项目的多样化、复杂化,则相应地会对实验设备的专门化提出更高的要求。为此,当时欧洲各国,如德国、英国、奥地利、瑞士、瑞典、俄国等都相继成立了专门的材料实验所,并完成了许多重要的实验。例如,测定了铁和软钢等材料的比例极限、弹性极限、屈服点等重要力学参数,利用实验研究了钢的疲劳强度以及冷工硬化现象对铁的力学性质的影响等,并于1889年召开了有关材料实验的国际会议,成立了国际材料实验学会这样的学术组织,这些都对材料力学实验研究的发展起到了极其重要的作用。

在此期间,德国科学家莫尔(O. Mohr, 1835—1918)对材料力学的发展作出了重大贡献。其中特别值得一提的是,他提出了应力的图解法,即当今人们熟知的莫尔应力圆。同时,他还提出了与此相关的一个强度理论——莫尔强度理论,这一强度理论能适用各种应力情况并且与实验结果相符合。而另一个对材料力学作出重要贡献的是意大利科学家卡斯提安诺(Alberto Castigliano, 1847—1884),他提出的卡氏第一、第二定理成为用能量方法求解材料力学问题的重要理论基础。

从19世纪末叶起,材料力学已进入了飞速发展阶段。对材料的力学性能的实验继续受到各国科学家们的重视,而且实验的精度更高了。特别应指出的是,科学家们已经开始密切注意固体材料的微观结构与其宏观力学性能之间的关系。其中单晶体的研究大大地帮助了人们了解金属在各种条件下的力学性能。与此同时,在研究脆性材料(如玻璃)的断裂方面获得了显著进展,同时对延性材料(如软钢)也开展了许多研究。普兰道尔(L. Prandtl, 1875—1953)指出,在研究断裂现象时有两种断裂形式可以肯定,即脆性断裂和剪切断裂。在此认识的基础上,为了对工程实践中常遇到的处于复杂应力状态下的构件提出安全判据,发展了各种强度理论。拉梅和朗肯等科学家们都假定最大主应力为强度判别点;彭西列特和圣维南等则推崇最大应变理论;格斯特提出了最大剪应力理论;马克斯威尔提出将单位体积应变能分为均匀拉伸(压缩)应变能和畸变应变能两部分,并提出了现在被称为最大畸变能的强度理论。在此期间,科学家们作了许多实验来检验这些理论的精确性。

随着科学技术的快速发展,各种类型的蒸汽轮机、燃气轮机和喷气发动机相继诞生,加上在炼油和化学工业方面的需要,使得高温下材料的力学性能的研究,特别是高温下金属蠕变的研究受到了很大的重视。科学家们通过实验,得到了金属在简单载荷下蠕变的时间曲线,另外,对处于复杂应力状态下的金属的蠕变也做过一些研究。例如,贝莱研究了钢管在 900°F ($t_F = \frac{9}{5} T - 459.67$) 和 1020°F 的高温下受轴向拉力和扭转的联合作用时的材料性质。另外,机器工业的现代发展已使金属在应力循环下引起疲劳所遭至的意外事故成为最突出的问题,因此,这一问题也就成为20世纪最需要研究的问题之一了。科学家们就如何快速决定持久极限的方法,影响疲劳持久极限的各种因素(载荷、加工过程、超应力循环的极限次数、环境、应力集中、尺寸效应),疲劳实验中对破坏的检测方法等做了大量研究工作。

20世纪的后半叶,由于工业技术的飞速发展,特别是航空航天工程的崛起,计算机及其软件的不断换代,各种新型材料(复合材料、高分子材料)的不断问世,实验设备和实验方法的不断更新,使得材料力学所涉及的领域更加广阔,理论更加丰富。

1.3 材料力学的基本假设

在叙述材料力学的基本假设之前,首先应指明的是,材料力学是宏观力学,是从宏观的角度来研究问题的。下述假设也是以此为前提提出的。

(1) 连续性假设(continuity assumption) 该假设是材料力学中采用的最基本假设。它假设物体是由连续介质构成的,即认为物体的整个体积被组成该物体的介质所填满,没有任何空隙。而且变形后仍是连续的,不产生新的不连续面或不连续线,也不产生新的裂隙、空洞或皱褶。在这样的假设下,物体内部的各力学量都是连续变化的,因而可用坐标的连续函数来描述,并可以用无限小分析的数学方法来研究。

应指出的是,连续介质是一个简化了的理想模型。物质结构理论指出,物质是由分子构成的,分子是由原子构成的,原子是由更小的粒子构成的。在粒子之间存在着空隙,但这种空隙与物体的宏观尺寸相比可略去不计。在连续介质模型中,所说的一个点应该是一个物质点,即一个含有足够数量粒子的体积微元,这个微元在宏观上看成一个点,在微观上它包含很多的微小粒子,以使材料特性和各力学量能有一个稳定的统计平均值,并用这个统计平均值来代表物体相应点的宏观性质。用一句概括的话说,所取的微元体从宏观上要足够小,而从微观上要足够大。

(2) 均匀性假设(homogenization assumption) 该假设认为物体是由同一种介质组成的,而且物体内部各点的物理性质在同一方向是相同的。实际上从微观角度而言,构成物体的小微粒的分布并不是均匀的,各微粒的性能也有不同程度的差异,但此种不均匀性占据的空间很小,从较大的空间平均起来看,仍具统观的均匀性。有了这点假设,从物体内任意一点处取出的体积微元的力学性能便可代表整个物体的力学性能。

(3) 各向同性假设(isotropy assumption) 所谓各向同性是指物体内的任意一点,其各个方向都具相同的物理性质。实际上物体内的微小粒,如金属的单一晶粒,在不同方向,其力学性质并不一样。但从宏观上看,金属物体内含数量极多的晶粒,而且各晶粒的方向又是杂乱无章地排列,从统计平均的观点,可将金属假设为各向同性材料。但另一方面有些材料,如木材、竹材、压延加工的金属等,其物理性质对方位很敏感,只能当做各向异性(anisotropy)材料来研究。

(4) 小变形假设 假设物体受力后为小变形。所谓小变形是指变形表达式中二阶及二阶以上微量可略去不计者。有了这一假设,当物体承受载荷后,研究其平衡时,可认为变形量远小于物体的原始尺寸而忽略不计,即仍按物体的原始尺寸及形状进行计算。

总之,在材料力学中,一般情况下我们认为材料是连续、均匀、各向同性的,且只研究微小变形问题。

1.4 材料力学的研究对象及杆件变形形式

前面曾笼统地提到,材料力学的研究对象为可变形固体。但具体地说,材料力学研究的主要对象是一维杆件(bars)。所谓杆件是指长度远大于横截面尺寸的构件。工程中常

见的许多构件都可以简化为杆件,例如机器中的传动轴、连杆等,建筑物中的横梁、立柱等。

杆件有两个主要的几何特征——轴线和横截面。轴线为所有横截面形心的连线,而横截面则与轴线相垂直。杆件又有直杆(轴线为直线)和曲杆(轴线为曲线)之分。图 1.1(a)和图 1.1(b)分别给出了等截面的直杆和等截面的曲杆。在材料力学中研究的大多数为等截面直杆。

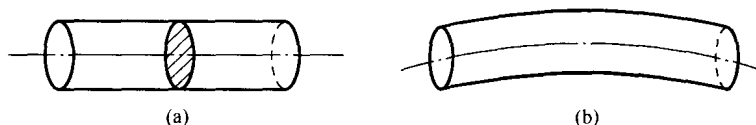


图 1.1

横截面沿轴线也可以是变化的,并将此类杆件称为变截面杆件。

杆件受力后要发生变形。受力不同,相应的变形亦不同。但依据其特征,杆件变形的基本形式可归结为如下 4 种。

(1) 拉伸或压缩(tension or compression) 在一对大小相等、方向相反、作用线与直杆轴线相重合的外力作用下,杆件的主要变形为轴线方向的伸长或缩短。并将此种变形形式称为轴向拉伸(见图 1.2(a))或轴向压缩(见图 1.2(b))。

(2) 剪切(shearing) 在一对大小相等、方向相反、作用线垂直于杆轴且距离很近的外力作用下,直杆的主要变形为受剪的两部分沿外力作用方向发生相对错动。此种变形形式称为剪切(见图 1.2(c))。

(3) 扭转(torsion) 在一对大小相等、转向相反、作用面垂直于杆轴的外力偶作用下,直杆的任意两个相邻横截面将发生绕轴线的相对转动,轴线仍保持为直线。此种变形形式称为扭转(见图 1.2(d))。

(4) 弯曲(bend) 在一对大小相等、转向相反、作用面为含杆轴的纵向平面的外力偶的作用下,直杆的任意两个相邻横截面将绕垂直于杆轴线的轴发生相对转动,而杆的轴线将弯成曲线。此种变形形式称为纯弯曲(见图 1.2(e))。杆在垂直于其轴线的横向力的作用下,其变形为纯弯曲与剪切的组合,并称为横力弯曲。

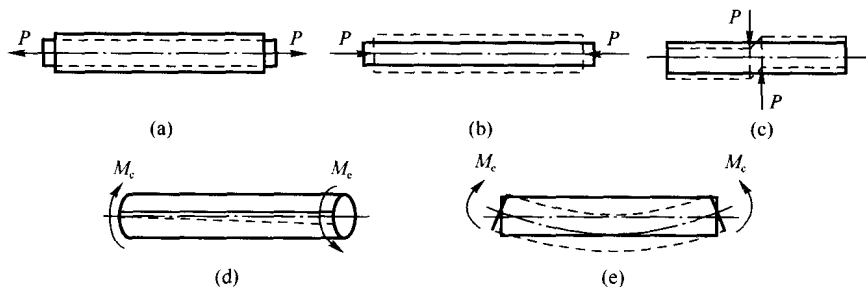


图 1.2

(a) 拉伸;(b) 压缩;(c) 剪切;(d) 扭转;(e) 弯曲。

严格地讲,工程中的实际构件在载荷作用下的变形,很少能够单纯归结为上述某种基本变形形式,大多数为几种基本变形形式的某种组合。但在工程计算中为简便起见,常可

根据各种基本变形量级大小的比较分出主次。若以某种基本变形形式为主,其余属次要变形的,则可按该基本变形形式计算。若几种变形形式量级相当,则应按组合变形考虑。

1.5 外力及其分类

当我们假想将所研究的物体与其周围的物体相分离,并用力来代替周围各物体对它的作用时,这些所研究物体以外的力就是外力(external force)。

外力按其作用方式又可分为体积力和表面力。体积力是指连续分布在物体的整个体积内,作用在物体各个质点上的外力,如重力、惯性力、磁力等。而表面力是指作用于物体表面上的力,如堤坝所受的水的压力、建筑物所受的雪的压力等。表面力又分为分布力(distributed force)与集中力(concentrated force)。分布力是连续作用于物体表面的,如刚刚提到的作用于堤坝上的水压力。为表征分布外力,将引入集度(density)的概念,集度是指单位面积上的力。由于在材料力学中研究对象主要为一维杆件,相应地,人们常采用线分布力集度,即单位长度上的力。并用如下极限来定义杆轴线上任意一点处的分布力集度 q ,即

$$q = \lim_{\Delta l \rightarrow 0} \frac{\Delta P}{\Delta l} \quad (1.1)$$

其中: Δl 为轴线上该点附近的一小段长度; ΔP 为作用在该小段上的分布外力的合力。所谓集中力是人们为了方便计算而建立的简化模型,因为当物体通过接触而相互作用时,无论其接触的部分多么小,都只能是一个面而不是一个点。但当接触面或外力分布的面积远小于物体的表面尺寸时,就可将作用于接触面上的分布外力的合力看成是作用于一点的集中力。例如,停在机场上的飞机通过轮子作用于地面的压力便可当成集中力。

外力按照对被施物体的作用性质又可分为约束反力(constrained reaction)和载荷(load)。所谓约束是指其他物体对所研究物体在空间位置上的限制,并将约束施加于被约束物体的作用力称为约束反力。而那些与约束无关的外力则称为载荷。载荷又可分为静载荷和动载荷。若载荷由零缓慢增加至某一个值,其后保持该值不变或变动甚微,则为静载荷。例如,高寒地区冬季屋顶的积雪。若载荷随时间而变化,则为动载荷。动载荷又分为交变载荷和冲击载荷。若载荷的大小、方向随时间作周期性变化,则为交变载荷,如汽车发动机中的活塞在工作中所受的载荷。而两物体在瞬间碰撞时所引起的载荷,则称为冲击载荷,如锻造零件时,汽锤对零件的作用力。

1.6 内力与应力

物体当受到外力作用时会发生变形,其内部各质点间的相对位置会发生变化。相应地,各质点间的相互作用力也要发生改变。其实,物体在未受外力作用时,其内部各质点间就存在相互作用的力,但有外力作用时,这种作用力将会发生改变。材料力学中所研究的就是这种内力的改变,称为附近内力,简称内力(internal force)。

由于内力是物体内部相邻部分之间的作用力,为表示和确定它,可采用截面法。即假

想一个平面(或一般任意的曲面)把物体分成 A、B 两部分,如图 1.3(a)所示。任取一部分例如 A 部分为研究对象,移去 B 部分,将 B 部分对 A 部分的作用用力来代替(见图 1.3(b))。自然也可取 B 部分为研究对象,只是根据牛顿第三定律, A 部分对 B 部分的作用应用同样大小但方向相反的力来代替,这些力就是物体的内力。但由于使用了截面法,这些内力对 A 部分或 B 部分而言又成为外力了。如果研究物体的静力学问题,则物体是平衡的。物体的任意部分,如 A 部分或 B 部分也是平衡的。对于静定问题,可根据 A 部分或 B 部分上的已知外力利用平衡方程式来计算内力。

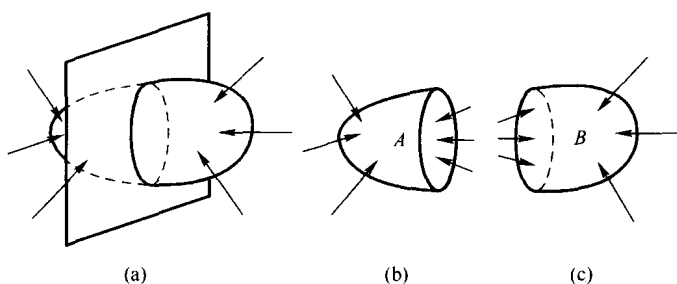


图 1.3

总之,上述截面法是材料力学中求取内力的一般方法,它可归纳为如下步骤。

- ① 在需求内力的截面处,假想地将物体截开成两部分。
- ② 将任意一部分留下,将移去部分对留下部分的作用用内力(力或力偶)代替。
- ③ 对留下部分建立平衡方程,根据其上的已知外力求内力。

另外,应该指出的是,根据连续性假定,内力一般在截面上是连续分布的,而上面求得的内力只是分布内力的合力(或合力偶矩)。但内力在截面上的分布情况与物体的变形及强度等问题均有重要关系,需要进一步研究。为描述内力的分布情况,将引入分布内力集度即应力(stress)的概念。我们在截面上任意一点 Q 处围绕其取一小块面积 ΔA ,如图 1.4 所示。设内力是连续地作用在整个截面上的。设在这小面积上作用的分布内力的合力为 ΔP ,定义 ΔP 与 ΔA 的比值为 ΔA 内的平均应力,即

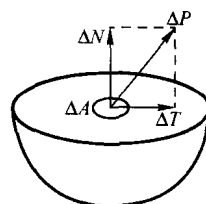


图 1.4

$$\bar{p} = \frac{\Delta P}{\Delta A} \quad (1.2)$$

一般来说,分布内力在截面上分布并不均匀,为真实描述分布内力在 Q 点的强弱程度,令 $\Delta A \rightarrow 0$,则极限值

$$p = \lim_{\Delta A \rightarrow 0} \frac{\Delta P}{\Delta A} \quad (1.3)$$

称为 Q 点的总应力。 p 是一个矢量,它的方向即 ΔP 的极限方向。一般来说,它与截面既不垂直也不相切。因此,可将其分解为两个分量:一个是垂直于截面的分量称为正应力(normal stress) σ ;另一个是切于截面的分量称为剪应力(shearing stress) τ 。

在国际制单位中,应力的单位是 N/m^2 ,简称 Pa(帕)。1 MPa = 10^6 N/m^2 ,称为 1 兆帕。

最后应指出的是,应力不仅与点的位置有关,而且与截面方位有关。对同一点取不同

方位的截面,即使取同样大小的小面积 ΔA ,一般来说,其 ΔP 也不相同,因而会有不同的应力。

1.7 应 变

物体受外力作用后,将会发生变形(deformation)。如何描述一个物体的变形程度呢?将引入新的力学量——应变(strain)。

下面先举一个简单的例子来说明如何表示一根受拉杆的变形程度。该拉杆铅垂悬挂,如图 1.5 所示。在它的下端施加一沿杆轴线的载荷 P 。在杆件上沿轴线方向画一直线,在该直线上距端点相当远处任取两点,并设这两点间未变形前的距离是 l_0 ,变形后的长度是 l 。那么,由这两点连成的线段的变形程度可由下面的量表示,即

$$\epsilon = \frac{l - l_0}{l_0} \quad (1.4)$$

称为正应变或线应变(normal strain),它是一个无量纲量。在小变形情况下,它的数值是很小的。

假如杆件中所有与上述直线相平行的直线段的线应变均相等,那么,式(1.4)中给出的 ϵ 便是这个杆件的线应变。如果一条线段上各处变形程度不同,则式(1.4)定义的线应变只能描述这条线段的平均变形程度。要描述一条线段上任意一点处的变形程度,可设物体沿某一方向的线段 l 上有任意一点 M ,包含 M 点在线段上取一微小线段 Δl 。如果变形后 Δl 的伸长量为 $\delta(\Delta l)$,则该物体 M 点处沿 l 方向的线应变为

$$\epsilon_l(M) = \lim_{\Delta l \rightarrow 0} \frac{\delta(\Delta l)}{\Delta l} \quad (1.5)$$

线应变以伸长为正,缩短为负。

如上所述,线应变可以描述物体大小的改变。一般的物体变形时还要产生形状的改变。形状改变时,物体任意两条直线所夹角度要发生改变。由某点 M 出发取两条互相垂直的直线,变形后直角的改变量称为角应变或剪应变(shearing strain),并用符号 γ 表示。角应变也为无量纲量,它以直角减少为正,增大为负。显然,角应变与所取的点及两条相互垂直的直线的方向有关。

下面讨论物体中位移(displacement)与应变的关系。

假如有一物体 V ,在外力作用下,一般会发生两种变化:一种是位置的改变;另一种是变形。变化后, V 变成 V' ,如图 1.6 所示。 V 内任意一点 $p(x, y, z)$ 变为 $p'(x', y', z')$ 。

V 与 V' 的质点是一一对应的,并设 x', y', z' 是变量 x, y, z 的单值连续函数,即

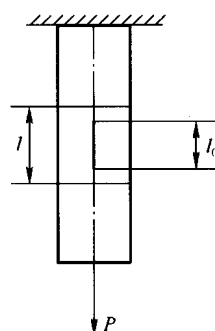


图 1.5

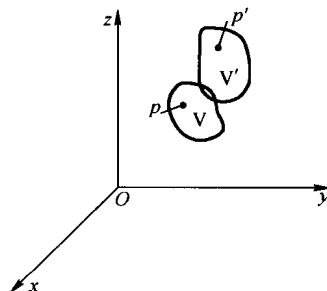


图 1.6