

21

世纪高等院校教材

教育类

代数课程研究

李忠海 王家铧 主编



科学出版社
www.sciencep.com

21世紀大學教材研究

代數課程研究

◎ 朱國慶、王曉春、黃曉雲

◎ 2006年1月第1版

◎ 2006年1月第1版

21 世纪高等院校教材 · 教育类

代数课程研究

李忠海 王家铧 主编

科学出版社

北京

内 容 简 介

本书较系统地分析了2003年颁布的数学课程标准中提出的与代数课程直接相关的知识内容、目标体系及整体结构。重点分析了数学课程标准中代数新扩充的内容和中学原有教学内容的难点，突出了对数学课程的研究性。本书注重对数学课程标准的理解与实施，并配有大量的例题与习题，具有通俗易懂、可读性强等特点。各部分内容还附有教学中的常见问题分析，有助于提高数学教师驾驭教学的能力。

本书可以作为高等师范院校“中学数学教材分析”课程的教材，也可作为教师继续教育的培训教材和中学教师进行数学学科教学研究的参考书。

图书在版编目(CIP)数据

代数课程研究/李忠海,王家铧主编. —北京:科学出版社,2006

(21世纪高等院校教材·教育类)

ISBN 7-03-017453-4

I. 代… II. ①李…②王… III. 代数-高等学校-教材 IV. O15

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2006)第 065842 号

责任编辑: 李鹏奇/责任校对: 鲁 素

责任印制: 张克忠/封面设计: 陈 敏

科 学 出 版 社 出 版

北京东黄城根北街16号

邮政编码:100717

<http://www.sciencep.com>

新 葵 印 刷 厂 印 刷

科学出版社发行 各地新华书店经销

*

2006年8月第 一 版 开本: B5(720×1000)

2006年8月第一次印刷 印张: 22 1/4

印数: 1—6 000 字数: 423 000

定 价: 28.00 元

(如有印装质量问题, 我社负责调换<明辉>)

序

《代数课程研究》一书是由沈阳师范大学李忠海博士和王家铧教授等所编写的。他们长期工作在数学教育的岗位上，积累了丰富的教学实践经验，并做了大量的关于数学教育理论的研究与试验，在对数学课程标准理解与解读的基础上编写了这本书。因此该书可以说是传统教学经验与数学教育新理念相结合的产物，是一本富有时代气息的高师院校数学教育专业课程研究类型的好教材。

该书由三部分组成。第一部分代数课程的概论（第1章），这部分内容相当于传统教材教法中的“总论”部分。主要研究开设代数课程的目的与意义；代数课程的体系与结构；代数课程的教学方法探讨。

第二部分是由第2章到第10章组成。内容涉及中学代数课程的全部教材。其中包括：①数系、代数式与方程，讨论了有关数域的发展；向量初步；代数式的运算以及方程（组）的解法等内容。这些材料与传统的中学代数课程基本符合，但在教材编排和概念引入等方面尽量讲清楚数学理论的来龙去脉，直观明了地展示代数课程的逻辑结构，以免学生在学习过程中陷入枯燥死板的计算过程。②集合、映射与函数。这部分内容紧扣数学课程标准的要求，不仅把函数看成变量之间的依赖关系，而且还要用集合、对应的语言来刻画函数，并将函数的思想方法贯穿整个高中数学课程中，同时利用高等数学的有关知识来指导、处理初等数学的内容。③不等式与数列。不等式一章主要探讨不等式的证明与应用，以加深学生对不等式本质的理解。在数列一章中强调数列与函数之间的关系，同时把数列作为学习离散型变量的一个重要模型，在理论和实践中均有广泛的应用。④组合数学。在排列与组合的内容中除了介绍传统的有关内容外，还特别强调排列组合在信息安全与密码方面的应用。这些内容中有些部分中学数学教师可能不大熟悉，因此很有必要在师范院校代数课程中讲述这些内容。这对扩大中学师资的知识面大为有益。⑤算法与近似计算。计算机技术是当今最有影响的技术之一，而数学在计算机技术中起着关键的作用。如何使广大师生掌握这门技术应该是数学教育的重要任务。本书的这部分内容就介绍了计算机技术与数学中算法之间的关系，使学生逐步学会利用计算机，解决数学中的计算问题。

第三部分由第11章组成，内容涉及中学代数的应用问题，包括数学建模中的代数问题。数学建模是运用数学思想、方法和知识来解决实际问题的过程，同时数学建模也是一种数学学习的新方式，它为学生提供了自主学习的空间。有助于学生体验数学在解决实际问题中的价值。因此该书把中学数学建模中的代数问题作

为结束是完全合适的.

自 20 世纪 90 年代以来, 我国中学课程改革蓬勃兴起, 并逐步深入. 《普通高中数学课程标准》已于 2003 年正式公布. 并已有多家出版社出版了由教育部教材审定委员会通过的教材. 从 2004 年起高中新教材在山东、广东、宁夏、海南四省首先实验使用. 至 2006 年又有江苏、辽宁等省陆续实验使用高中新教材, 这标志着我国新一轮数学课程改革已经从义务教育阶段进入了普通高中, 正在全面展开. 中学数学课程改革必然会影响高师院校的数学教学, 同时高师院校的数学教学也应该且必须适应中学课程改革的这种新情况. 《代数课程研究》一书正是这种时代背景下的产物, 这是非常适时的一本高师院校的好教材. 为此我乐于接受编者之邀为此书作序. 预祝此书在今后的教学中获得成功, 并愿此书对培养中学优秀数学教师有所贡献.

王申怀

写于北京师范大学数学科学学院

2006 年 4 月 20 日

前　　言

本书涵盖了义务教育学段和高中学段中代数课程的全部内容。在原有教材分析课程的基础上，重点分析了新扩充的内容和原有知识点中的难点内容。本书比较系统地分析了新课程标准中提出的与代数学课程直接相关的数学学科教育新理念，代数课程的目标体系，代数内容的整体结构，代数课程的编写特点和教学建议等方面的内容和特点。特别对新增加的知识点，教师把握不准的问题和解题能力训练等方面进行强化。数学教材是数学教师进行教学所依据的主要教学资源之一。深入把握数学课程的本质特点和体系结构是对未来教师的基本要求。在课程改革深入发展的今天，使在职教师和师范生尽快把握新数学课程的理念和结构已经成为确保数学课程改革健康发展的核心问题。

课程是国家和社会对教育要求的具体体现，随着社会的进步和教育理念的深化，课程必须进行不断改革、不断建设和不断创新。新中国成立以来，我国先后进行了多次基础教育课程改革。特别是《中华人民共和国义务教育法》颁布后，开始了比较系统全面的改革试验工作，基本形成了以知识呈现为主体的基础教育的课程体系。这次课程改革从课程体系、课程内容和课程实施等方面逐步开展，初步改变了多年来只有必修课的模式，增加了“选修课”、“活动课”等课程形态；初步推动在统一基本要求下的教材多样化，引入了地方课程和校本课程，初步形成了国家、地方和学校对课程的三级管理形式；涌现出一批重视学生主动学习、重视学生心理发展的典型案例和经验总结。这些工作都为新数学课程改革奠定了理论和实践基础。为贯彻第三次全国教育工作会议精神，全面落实《中共中央国务院关于深化教育改革，全面推进素质教育的决定》和《面向 21 世纪教育振兴行动计划》，以建立具有现代化特色的基础教育课程体系为目标的基础教育课程改革已全面启动。教育部基础教育司于 1999 年 3 月正式组建了义务教育阶段国家数学课程标准研制工作组，工作组经过一年的努力，完成了《义务教育阶段国家数学课程标准（征求意见稿）》，并于 2001 年正式颁布。根据《义务教育阶段国家数学课程标准》编写的实验教材也开始试用。《普通高中数学课程标准》也于 2003 年正式颁布，并编写出版了相应的教材，已在全国部分省市陆续实验使用。这些都标志着我国新一轮数学课程改革的全面展开，大众数学等思想理念已经得到了全面的演绎和发展，我国基础教育数学课程改革进入具体实施阶段。

随着我国改革开放和社会主义现代化建设进入新的时期，面对日新月异的科学技术的发展，具有信息社会特征的评价观念基本形成了主流。用这种新观念审视

数学课程,使原有的基础教育课程存在的问题和弊端就明显地显现出来。比如教育观念过于强调知识积累和能力训练,而忽视情感过程的体验;课程内容仍然以逻辑演绎体系为主体,而忽视归纳和类比等体系的构建;课程结构强调课程体系和要求的一致性,而忽视吸收反映现代科技和社会发展的、具有地方特色的新内容;强调体系结构的把握,而忽视联系学生经验和社会实际的认知过程;课程评价过于强调甄别与选拔的功能,而忽视促进和检查的发展性功能。这些对实施素质教育的制约和不良影响,说明了推进数学课程改革的必要性和针对性。

素质教育绝不是一种空谈素质的教育。各种素质的形成都必须通过一定的数学学习活动实现,都必须要踏踏实实地完成一定数量的知识学习和技能的训练。同时也要以知识的理解和应用为主要目标,但不是唯一的目标。这是素质教育的根本特点。知识和能力素质依然是学生的主要素质。学习数学很重要的是提高数学理解力。理解力强的学生,对数学知识从不停留于形式上的掌握,总是力求达到实质性认识。传统的代数课程体系大都是砍去了它的来龙去脉,只是将抽象难学的公理体系式知识加以逻辑表述,并配以颇有技巧难度的习题训练构成的。这种课程体系虽然可以直观明了地展示代数课程体系的逻辑结构,但由于没有充分地揭示它与现实的本质联系,造成形式的抽象化,使许多学生望而生畏,甚至怯步停滞。多数学生都感到代数知识抽象难记,留下印象的只是一些抽象的名称和枯燥的计算。什么是代数学的精华,学了代数学对学生的思维有什么作用,如何给死板的代数课程注入活力,激发学生的学习兴趣等问题,已经成为数学教育工作者必须解决的问题。可见,新课程的改革与实践将为我们提供详实而生动的数学形态,教师只有及时把握这种新理念和方法,从整体上认识数学课程的体系结构,才能极大地促进学生对数学的理解和把握,达到形成数学素养的目的。

在江西师范大学孙熙春教授的积极策划下,在张奠宙教授的指导下,我们通过两次全国性的研讨会,设计编写“中学数学课程研究”的系列丛书。整个研究过程中得到了科学出版社的责任编辑和有关人员的关注和具体指导。我们在“数学教材分析”教学和指导教育实习等过程中,在大学的数学课程的教学过程中,做了大量的关于数学理解的研究和试验。利用促进教师对数学实现最佳理解的模式和方法设计每个单元的内容结构,根据新课程理念编写了这本书。经过多年的代数科研、教学实践和对新课程理念的理解、研究,一个以全面贯彻新教育理念,帮助教师理解全新的代数框架体系的,富有时代气息的代数课程分析体系基本形成。数学教育专家认为它确是一部具有独特风格的好教材。

本书的第一个特色是用通俗易懂的语言表述抽象的代数概念。作者力求做到返璞归真,揭示数学朴素的本质。注重分析各代数概念的来龙去脉,强化代数学中最基本的思想和方法,让学生逐步感悟到抽象背后的丰富性和研究各种代数运算系统的作用,易于达到对代数的实质性理解。对每个概念都构建一个具体的模型或

环境.使学生能够直观理解代数学的基本理论.本书的第二个特色就是更新代数课程的结构体系,从学生熟知的知识出发,使知识的展开符合学生的认知规律.全面介绍新引进的代数内容,并与原有知识有机结合,起到了相得益彰的作用.并用一般的抽象代数学原理说明了教材中表面上看不出联系的知识之间的关系.第三个特色是注重内容的应用性.通过丰富的实例,说明代数知识应用的形态和方法.配备大量的问题和解题法,促进解题能力的提高.通过学习这些内容,学生不仅可以加深对数学课程本身的理解,也进一步强化他们做数学和用数学的意识,形成用数学的思想和方法分析问题和解决问题的意识和习惯.第四个特色是构建数学文化的氛围.数学文化是一个贯穿整个数学课程又很难明确表述的一种环境和氛围.课程内容的表述方式在一定程度上也可以为构建这种氛围提供一定的条件.本教材注意解决初等数学中教师所关心的问题,结合数学史和数学活动,介绍了代数学发展的基本规律和相关的数学文化.第五个特色是突出教学技能训练的过程性,有利于师范院校学生从整体的角度,分析中小学数学教材的体系结构和教学问题,形成一定的按照新课程理念设计和处理课程的能力.第六个特色是信息技术整合的实践研究.我们将代数活动与信息技术有机结合,给出它们在相关的数学学科及信息技术等多方面的整合和应用,拓宽了读者视野,提高了一定的数学素养.本书中所选用的实例,都是经过精心挑选,反复斟酌,既有典型性,又不需复杂的运算或实际背景,能一针见血地刻画出有关代数运算系统的功能.这些都更深层次地反映了代数在现代数学和其他学科发展中的作用,特别是在当代数字化信息时代中的作用.对于帮助在职教师和师范院校的学生尽快完善自身的认知结构,把握新数学课程的整体思想和内容有着直接有效的作用.

本书的总体策划由李忠海博士负责,第1章由李忠海编写,第2章由刘宝瑞编写,第3章由王家铧、宇永仁编写,第4、第5章由王家铧、王娜编写,第6、第7章由宇永仁编写,第8、第9章由高田山编写,第10、第11章由王谨编写.全书的写作风格和统稿由李忠海、王家铧负责.

本教材充分吸收了近年来数学教育学科发展的理论和技术,突出了对数学课程的研究性,构建了一整套课程分析的基本流程的重点,具有一定的理论特点.同时由于它的内容取舍得当,利教便学,可以作为高等师范院校数学教育专业“中学数学教材分析”课程的教材,也可作为基础教育课程体系中促进对代数课程理解的培训教材.它设计思路清晰,注重案例分析和对课程标准的理解分析,具有通俗易懂和可读性强等特点,所以也可以作为教师继续教育教材及学科教学研究的参考书.

本书的内容取材于作者的长期研究成果,同时也吸收了国内外数学教育的研究成果和方法,借鉴了新数学课程标准设计者们的心得和成果,以及一线教师对代数课程内容的理解和认识.这些成果的引用或借鉴对本书的形成提供了不可或缺

的基础和实例. 在此向这些成果的创造人表示衷心的感谢. 也希望读者能够提出宝贵意见, 共同进步.

编 者

2006年2月15日于沈阳

6.3 方程的解法分析	154
6.4 二元方程组及 n 元方程组的解法	168
6.5 列方程解应用问题	172
第 7 章 不等式.....	176
7.1 不等式的概念和性质	176
7.2 解不等式	180
7.3 不等式的证明	191
7.4 不等式的应用	199
7.5 重要不等式在竞赛数学中的应用	207
第 8 章 数列.....	220
8.1 数列的有关概念	220
8.2 数列与函数的关系	236
8.3 数列的母函数与映射数列	238
8.4 中学数列中常见问题分析	244
第 9 章 排列与组合.....	249
9.1 从排列组合到组合数学	249
9.2 常见的解题方法	268
9.3 排列组合与实际生活	272
9.4 编码与密码	274
9.5 中学排列组合中常见问题分析	276
第 10 章 算法与近似计算初步	282
10.1 算法理念下的中学代数.....	282
10.2 算法的框图与计算机实现.....	288
10.3 常用算法举例.....	293
10.4 近似计算初步.....	299
第 11 章 中学代数中的实用问题	312
11.1 有现实背景的中学代数问题.....	312
11.2 代数问题的几何解法.....	323
11.3 中学数学建模竞赛中的代数问题选讲.....	335
主要参考文献.....	345

第1章 代数课程研究概论

代数是大家熟悉而又陌生的数学知识.说它熟悉是因为从学数学开始就接触和使用它,说它陌生是因为我们很难深刻理解其中的奥妙.比如用字母表示数的意义是什么?代数式化简的作用是什么?自变量在实际问题中的表现有哪些?这些问题都没有给予合理的回答.在教学实践中,强调的往往是不断地记忆概念和公式,背诵题型和方法,套用法则和公式等形式化的数学活动.这些活动虽然是代数学习的重要方法,但只有在理解的基础上进行这些活动才能够真正把握代数学的本质和思想,才是能够丰富学生数学情感和应用意识的有价值的数学活动.本次课程改革把更新教师的教育理念和改变学生的学习方式摆在突出位置,强调学生是学习的主体,强调教学过程是师生互动的过程,倡导能够促进学生主动参与、乐于探究和勤于动手的改革试验;改变评价过于强调甄别与选拔的功能,要求发挥评价促进学生全面发展、教师能力提高和改进教学实践等功能是本次数学课程改革的显著特征.

新数学课程关心的是课程目标、课程改革的基本理念和课程设计思路;关注的是学生学习的过程和方法,以及伴随这一过程而产生的积极情感体验和正确的价值观;教师在关注新课程标准的要求中,主要应关注的是如何利用学科所特有的优势,促进每一个学生的健康发展,而不是仅仅关心学生对某个结论是否记住、记得是否准确、某项技能是否形成、运用起来是否得心应手等问题.教师要从一个支配者的权威地位,向数学学习活动的组织者、引导者和合作者的角色转换,要引导学生经历“做数学”的过程,并在这个过程中与学生平等的交流和给以恰到好处的点拨.教师的作用特别要体现在引导学生思考和寻找眼前的问题与自己已有的知识体验之间的关联等方面.

新课程的课程目标、课程内容和课程结构等各个方面都有了明显的变化.对所有教师来说,及时从整体上把握代数课程的体系结构,理解新课程理念在代数学中的表现是极其重要的.本章将从总体上对义务教育阶段和高中阶段的代数课程的体系结构,课程目标和实现方式等方面作全面概述,为具体学习后面各章提供整体背景.

1.1 研究代数课程的目的与意义

人做任何事都要有一定的目的.目的是否明确是关系到行动是否认真积极的

大问题。《战国策·魏策四》记载了一个寓言故事，说有个人要往南方楚国去，却驾着车往北走。尽管地球是圆的，那也得绕大半个地球才能到楚国。这说明目标与方法的辩证关系。要想获得事半功倍的效果就必须研究行为的目的。研究代数课程也应该首先明确我们行为的价值。代数课程是数学课程中的主要课程之一，充分体现了现代数学发展的思想和方法。本次课程改革从中国国情出发，妥善处理学科课程的统一性与多样性的关系，建立国家、地方、学校三级课程管理体制，以适应和促进地方社会经济发展的需求。新的教材编写和审定管理办法的改革，促进教材多样化，提高基础教育的质量，推进素质教育。其目的就是要使教材能够更加适应我国地域辽阔的特点，编写各具特色的课程体系，促进全体学生多方面的素质得到全面发展和主动发展。素质教育是一项系统工程，应当全方位地推进，才能奏效。首先要转变教育思想，更新教育观念是素质教育的前提；加强课程教材建设，改革教育教学内容是素质教育的核心；提高师资对新课程的理解和把握资源的能力是素质教育的关键；完善评价和考试制度是素质教育的导向。由此可见，要想实现改革的稳定发展，必须对教师进行全员培训。单纯的课程标准的培训还不能实现教师对课程的本质理解，必须对课程体系结构，不同教材的编写特点和理念在不同内容中的体现等方面进行必要的分析研究，才能使教师尽快理解新课程标准的灵魂。可见，代数教材的研究是为教师提供理解数学课程体系的重要工具。本课程就是以帮助教师尽快全面理解基础教育阶段和高中阶段代数课程的内容、特点和应用等方面变化为目标的。

1.1.1 帮助教师把握新数学课程标准提出的教育理念

我国新颁布实施的《义务教育阶段国家数学课程标准(征求意见稿)》和《普通高中数学课程标准》(以下将两个课程标准简称为《课标》)是体现素质教育深入发展的重要文件。它不仅提出了符合素质教育的新教育理念和教育目标的具体内容，而且划定了基础教育阶段的教育内容和框架。特别强调了数学教育的过程性、理解性、情感性、主动性和终身性等特点。使过去静态的课程变成了动态的课程，使过去结果性课程变成了过程性课程，使过去国家统一课程变成三级管理课程。义务教育阶段提出了数学课程应突出体现基础性、普及性和发展性，使数学教育面向全体学生，实现“人人学有价值的数学”、“人人都能获得必需的数学”、“不同的人在数学上得到不同的发展”等大众数学课程理念。这些口号式理念的含义并不高深，但能否在具体课程实施过程中具体体现出来，将是更深刻的目的和要求。再比如，在高中数学课程标准中就提出以下十个基本理念：

- 构建共同基础，提供发展平台
- 提供多样课程，适应个性选择
- 倡导积极主动、勇于探索的学习方式

- 注重提高学生的数学思维能力
- 发展学生的数学应用意识
- 与时俱进地认识“双基”
- 强调本质,注意适度形式化
- 体现数学的文化价值
- 注重信息技术与数学课程的整合
- 建立合理、科学的评价体系

所有这些变化导致了课程的内容和结构有了明显的变化。为了使教师能够很好地把握新课程的基本理念,有必要在课程标准的指导下理解课程理念的含义和具体呈现方式;完成知识与技能的教育向关注人的发展的教育的转变;加强过程性、体验性目标的实践研究;引导学生主动参与、亲身实践、独立思考、合作探究,从而实现学生学习方式的变革;改变单一的记忆、接受、模仿的被动学习方式;发展学生搜集和处理信息的能力,获取新知识的能力,分析和解决问题的能力,以及交流与合作的能力等。可见这些理念的真正理解不是单纯背诵和记忆就可以完成的,我们必须研究这些理念在实际课程体系中的表现和作用,使教师能够在课程实施过程中不断应用这些理念,从而将新理念成为指导教学行为的观点和评价标准,同时也通过课程体系结构的分析实现对课程理念的含义和实现方式等方面的认识。

这些新理念的提出和推广并不是对原有课程体系的全面否定和遗弃。我们只是要纠正过于忽视了课程实施过程中的核心要素——学生的参与和作用。知识的逻辑体系依然也是非常重要的内容,我们要构建不仅符合数学的逻辑体系的要求的课程,更要构建符合学生认知规律和能力发展的课程体系。课程改革只是要改变这些数学体系在学生头脑中的形成方式,而不是不要这些逻辑结构。更客观地说,新课程改革依然是一种纠偏的过程,这种偏差来源于我们对数学价值的新认识,来源于对学习心理科学的研究,来源于社会对人才的需求等方面。改革就是要使课程实施过程更加符合教育理论和方法,更有利于促进学生数学素养的形成。课程内容的变化是促进教学方法变革的重要手段,但不是唯一的手段,所以课程改革要与教学方法改革相对应。

对课程内容的分析不仅可以从具体课程方面理解课程的体系结构,而且可以加深对新理念的行为性理解。

1.1.2 满足社会发展对人的素质要求

信息社会需要新型人才,新型人才呼唤新的培养模式。信息社会需要什么样的人才?信息社会所需要的人才应有什么样的知识结构与能力素质?自20世纪80年代以来,国内外的许多专家学者为这类问题开过不下几百次的专题研讨会,提出了各种各样的观点,但似乎还没有得出一致的结论。在1995年5月,日本文部省与

通产省就联合实施了一项在基础教育领域有重大影响的试验研究项目：“100 所中小学校联网试验研究”。他们投入大量资金实施这个项目的目的，不仅仅在于使 100 多所试验学校的师生能掌握应用 Internet 网络的技能，更重要的是要探索一种新的教育体制与教学模式，使学生在这样的体制与模式下，能形成很强的信息获取、信息分析与信息加工的能力（通常把这几方面的能力统称为“信息能力”）。他们认为具有这样一种能力对于培养能适应 21 世纪激烈的国际竞争的新型人才是至关重要的，而基于 Internet 的教育网络则为培养这种信息能力创造了最有利的条件。现代信息技术的广泛应用是信息时代的基本特点之一。充分利用信息技术已经成为现代人的一个共同追求的目标。信息技术与数学有着密不可分的关系。传统的代数过分重视算理、精确算法和笔算方法的介绍，而忽视了数据处理、迭代算法和交流表达等的介绍。信息社会的“知识爆炸”导致了知识积累已经无法在有限的时间内完成，必须进行终身教育。信息社会的经济发展要求新世纪接班人应当具有更多的发散性思维、批判性思维和创造性思维，具有高度创新能力的人才，要强调具有定量分析的能力，用数学的观点和方法看待问题，用适当的数学语言进行有效地交流，强调数学素养的养成。这些要求导致了对过去单一教学方法的否定。

通过代数课程体系的分析，不仅可以进一步理解代数体系结构，而且可以深入理解计算机技术与数学课程的有机整合，使教师完善自身的数学思维结构，从而把握对学生进行思维训练的方式方法，实现从知识接受型向创新型人才培养模式的转变，满足社会对人才的需要。

1.1.3 顺应学校教育改革的必然趋势

由于我国地域辽阔，东部与西部、城镇与农村、经济与观念等差异巨大，统一课程体系已经无法满足多层次学生的需要。为了使学校更好的适应社会的需求，突出办学特色成为学校追求的重要目标。校本课程的产生成为必然。校本课程的产生与发展是我国课程改革的一个重大变革之一。校本课程允许学校根据自身的特点，按照学生的发展潜能、个体需求和心理特点等差异，开设有利于促进学生个性化发展的不同类型的课程。教师在理解现有国家课程的基础上，树立素质教育理念，根据本校实际，积极进行校本教研，开发符合学生特点和需求的校本课程。过去，教材就是教学的“圣经”，教师没有权利随意改动课程的内容和体系。教师也没有形成研究的习惯。新课程为教师提供的再也不是全部的学生应该掌握的知识体系，而是用于学生素质发展的基本素材，要求教师必须根据学生的实际情况，充分调动多方因素，构建最适合学生的教学过程，使每个学生都在自己原有的基础上有所发展和提高。要实现这些目标要求教师必须具有一定的教学研究能力，提高对数学课程的理解和把握能力。

目前许多重点学校和特色学校都根据本学校的特点进行了双语数学、数学文

化、数学哲学、数学建模、数学竞赛、数学实验和数学探索等方面的校本课程。现行的课程体系已经不是给你提供完整的教学内容，而是提供一类相关的数学活动素材，从而允许教师根据学生的实际情况，对课程的内容和体系进行必要的充实和调整。所有这些都必须在对现有课程体系结构有比较全面的理解的基础上进行。因此，认真研究课程的基本理论是未来教师的基本工作，是学校课程改革的必然要求。只有深入研究课程体系，才能构建出各具特色的校本课程体系，实现学校的特色发展。通过对具体代数课程的分析，可以使教师对课程的构建原理和方法有一个比较全面的理解，对目的、内容和方法之间的关系有一个全面的认识，对教材的编写原则和方法有一个全面的把握。这些方面都是有效地进行校本教研活动和科学地设计校本课程的必要条件。

1.1.4 促进教育数学理论的迅速发展

教育数学是为了进一步促进新课程体系健康发展而提出的一个概念。它强调作为科学的数学与作为课程的数学的差别。过去的代数体系过于强调知识之间的逻辑联系，强调逻辑结构的分析和构建。而教育数学则强调作为数学课程的数学体系是以现代教育目标为标准，选材于数学科学，并按照学生的认知规律组织起来的，符合知识形成规律和数学逻辑关系的知识体系。是以学生认知能力为主要标准，以科学准则作为次要标准建立起来的科学体系。这种体系的逻辑结构不仅包括演绎型的结构，而且还应有归纳型和类比型等结构，不仅要符合数学逻辑的规律，而且更要符合认知形成的规律。过程描述的目的在于使学生能够便于理解数学的本质和应用，而不仅是简练呈现数学的逻辑关系。比如新课程不仅要体现一定的逻辑结构，而且要使学生体会数学从直观到抽象，从实践到认识，从特殊到一般，从局部到整体，从现象到本质等形成发展的过程和应用过程。

我们现在构建数学课程体系一般都是以教育学和心理学的基本原理和方法为基础的，但这些理论和方法都是对一般课程而言的，如何针对具体的数学课程设计进行具体理论指导就不是一般理论所能够胜任的了。教育数学概念的提出为我们数学课程的构建提供了新的思路和方法，就是要从实际数学教学和数学课程出发，研究学生数学学习的特殊规律，构建能够直接指导数学课程改革的理论和方法。这就是教育数学的主要应用领域。

可见教育数学的研究将极大促进新课程体系的构建和发展。同时，新课程体系的研究也必然会给教育数学提供极其丰富的素材和案例。这些原始素材的总结概括必然能够实现代数课程与教育数学理论的互动，从而促进教育数学理论的发展。

1.1.5 满足教师素质形成的要求

教师素质的变革是实施新课程的关键要素。在新的课程理念下，教师已经不是

知识的主要载体和传播工具。教师的作用主要表现在帮助学生设计正确的学习路线,选择正确的学习方法,指导和帮助学生处理各种信息,抵制不良信息,也就是帮助学生学习。教师的角色已经由传道、授业、解惑,向合作、交流、支持的平等地位转变。未来的学生可以从多种渠道获取信息和知识,他们的信息和知识可能比教师知道得还早还多,因此教师的水平已经不再是是否能有“一桶水”的问题了,而是能否及时把握学生的学习状况,及时进行方法指导和思想启迪。所以未来的教师将是与学生共同学习的伙伴。这种身份的尽早形成是完成数学教学的根本保证。

尽快实现教师行为方式的转变是本次课程改革的重要任务之一。它是关系到新课程顺利实施的大问题。这种转变不是通过喊几个口号,编几本教材就能够实现的。任何行为和习惯都是很难转变的,都是要经过一定时间的反复磨炼才能够实现的。本书的内容不仅是对新数学课程的系统分析和研究,还是根据教师素质形成的基本规律设计的教师课程实施能力形成的训练流程。通过具体的案例分析和实践活动,使教师能够在理论的指导下,参与具体的实践活动,从而形成协调、合作等行为习惯,培养教师观察、探索和研究教育现象,自觉应用教育理论指导教学过程等能力。

由此可见,对新课程体系的分析研究是使教师尽快理解新课程体系的重要条件,也是师资培训的重要内容。对课程改革的健康发展和学生素质的全面提高都有极其重要的作用。

1.2 代数课程的目标体系与基本结构

在备课时,我们总要分析和表述每一节课的教学目标,并研究目标的具体实施过程。这说明明确科学合理的目标对于课程设计至关重要。所以要想全面理解代数课程体系必须首先把握代数课程的整体目标。代数课程的目标体系是代数课程实施的具体目标的描述。是解决为什么要学代数课程的问题。它包括时间维度和内容维度两个方向。从时间维度看,目标由浅入深,由弱到强,形成了不断提高的变化过程。从内容维度上看,目标分成知识与技能、过程与能力、情感与态度等方面。尽管表述的语言和形式各有不同,但都没有离开这些方面。系统了解这个目标体系能够比较全面地认识到具体教学行为的合理性和必要性。课程的基本结构是目标体系实现的基础。不同的学段有不同的目标,并在时间维度不断展开和深化。从整体上看目标的变化,不仅可以更好地理解课程目标的体系结构,而且可以比较准确地把握课程目标的程度和了解课程内容的呈现格局。课程目标的结构也是通过直线式和螺旋式相结合的方式构成的体系;对课程目标的认识可以帮助教师从总体上把握课程体系,从而理解各部分具体内容在整个课程体系中的地位和作用。

课程的目标体系是课程总目标的具体体现,课程内容的基本结构是目标体系