

依据教育部考试中心最新《考试大纲》编写

2005年



高考E+E



高考总复习E+E

GAOKAOZONGFUXIE+E

中数 组 编

总主编 舒 达

- 夯 实 基 础
- 提 升 能 力
- 直 击 高 考
- 提高高考升学率

数 学

教师用书

依据教育部考试中心最新《考试大纲》编写



高考E+E



高考总复习E+E

GAOKAOZONGFUXIE+E

中世 组编

总主编：舒 达

本书主编：梁景义

编 委：梁景义

王百玲

黄素兰 寇富弄

王红玉

数学

民族出版社

图书在版编目(CIP)数据

高考总复习 E+E. 数学/中世编著.-北京:民族出版社,2004

教师用书

ISBN 7-105-06544-3

I.高... II.中... III.数学课-高中-教学参考资料 IV.G634

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2004)第 092611 号

民族出版社出版发行

(北京市和平里北街 14 号 邮编 100013)

民族出版社微机照排 北京中创彩色印刷有限公司印刷

各地新华书店经销

2004 年 9 月第 1 版 2004 年 9 月北京第 1 次印刷

开本:880mm×1230mm 1/16 印张:27.75

字数:920 千字 定价:42.00 元

该书如有印装质量问题,请与本社发行部联系退换

(总编室电话:64212794;发行部电话:64211734)

读者反馈表

亲爱的读者,感谢您选择了《高考E+E》系列丛书,我们真诚地期待您的真知灼见,帮助我们查缺补漏,不断提升本套丛书的质量,使之更好地成为您和广大读者的良师益友。因此,请您如实填写下表并寄回,同时您可以参加我们的“回执抽奖”活动:

一等奖 5 名,奖金各 500 元;

二等奖 10 名,奖金各 200 元;

三等奖 50 名,奖金各 100 元;

特别奖 50 名,中世纪纪念品。

姓名		电话		班级	
学校				指导老师	
地址				邮编	
书名					

1.您购买本书的理由是:	1)老师介绍	2)别人推荐	3)同学都买
	4)体例很好	5)内容很好	6)内容详细
2.您认为本书的总体质量是:	1)很好	2)好	3)一般
	4)差	5)较差	6)很差
3.您认为本书与高考的贴近度:	1)很贴近	2)一般	3)不贴近
4.您认为本书的知识含金量:	1)很大	2)一般	3)很少
5.您认为本书最好的栏目是:	_____		
6.您认为本书最差的栏目是:	_____		
7.您认为本书需要增加的内容是:	_____		
8.您认为本书需要改进的地方是:	_____		
9.您最喜欢的辅导书是:	1)侧重方法指导	2)侧重新题训练	3)答案十分详细
	4)强调考试内容	5)面面俱到	6)其他
10.您认为本书的封面设计是:	1)优	2)良	3)差
11.您认为本书的版面设计是:	1)优	2)良	3)差
12.您认为本书的错误率是:	1)高	2)中	3)低
13.您对辅导书的要求是:	_____		

图书邮购及反馈回执表回寄地址:

北京市海淀区紫竹院路 62 号 1 号楼 2062 室(100044)

网址: www.cwso.com.cn

编辑室电话:010-68475347-309 88423854

《高考E+E》书目

《高考动向E+E》系列丛书 (每年3月版)

高考动向E+E·语文
高考动向E+E·理科数学
高考动向E+E·理科综合

高考动向E+E·英语 (含光盘)
高考动向E+E·文科数学
高考动向E+E·文科综合

《高考总复习E+E》系列丛书 (每年6月版)

高考总复习E+E·语文 教师用书
高考总复习E+E·数学 教师用书
高考总复习E+E·英语 教师用书
高考总复习E+E·物理 教师用书
高考总复习E+E·化学 教师用书
高考总复习E+E·生物 教师用书
高考总复习E+E·政治 教师用书
高考总复习E+E·历史 教师用书
高考总复习E+E·地理 教师用书

高考总复习E+E·语文 学生用书 (含练习)
高考总复习E+E·数学 学生用书 (含练习)
高考总复习E+E·英语 学生用书 (含练习)
高考总复习E+E·物理 学生用书 (含练习)
高考总复习E+E·化学 学生用书 (含练习)
高考总复习E+E·生物 学生用书 (含练习)
高考总复习E+E·政治 学生用书 (含练习)
高考总复习E+E·历史 学生用书 (含练习)
高考总复习E+E·地理 学生用书 (含练习)

《高考专题大突破E+E》系列丛书 (每年8月版)

高考专题大突破E+E·语文
高考专题大突破E+E·英语 (含光盘)
高考专题大突破E+E·化学
高考专题大突破E+E·政治
高考专题大突破E+E·地理

高考专题大突破E+E·数学
高考专题大突破E+E·物理
高考专题大突破E+E·生物
高考专题大突破E+E·历史

《高考通鉴E+E》系列丛书 (每年10月版)

——最新全国高考试题考点分类汇编及详解

高考通鉴E+E·语文
高考通鉴E+E·英语 (含光盘)
高考通鉴E+E·化学
高考通鉴E+E·政治
高考通鉴E+E·地理

高考通鉴E+E·数学
高考通鉴E+E·物理
高考通鉴E+E·生物
高考通鉴E+E·历史

《高考冲刺模拟试卷E+E》系列丛书 (每年12月版)

高考冲刺模拟试卷·语文
高考冲刺模拟试卷·理科数学
高考冲刺模拟试卷·理科综合

高考冲刺模拟试卷·英语 (含光盘)
高考冲刺模拟试卷·文科数学
高考冲刺模拟试卷·文科综合

《高考压轴模拟试卷E+E》系列丛书 (每年3月版)

高考压轴模拟试卷·语文
高考压轴模拟试卷·理科数学
高考压轴模拟试卷·理科综合

高考压轴模拟试卷·英语 (含光盘)
高考压轴模拟试卷·文科数学
高考压轴模拟试卷·文科综合

《高考零距离E+E》系列丛书 (每年4月版)

——最新全国高考试题题型分类汇编及详解

高考零距离E+E·语文
高考零距离E+E·理科数学
高考零距离E+E·理科综合

高考零距离E+E·英语 (含光盘)
高考零距离E+E·文科数学
高考零距离E+E·文科综合

《一年高考时事政治》 (每年4月版)

《高三全程学习指南》 (每年6月版)

★ 以上图书根据每年最新《考试大纲》和《教学大纲》的要求进行全新修订,全面适合各地考生需要。

网上查询: www.cwso.com.cn

此为试读,需要完整PDF请点击

致 读 者

ZHI DU ZHE

在日益飞速发展的知识经济时代,国内基础教育蓬勃发展,各类教辅出版物求实创新的呼声愈发强烈。高考教辅需要品牌,需要理念,需要站在更新、更广的视角去重新铸造它。

紧迫感扑面而来,“高考 E+E”品牌的设想及理念正是在此大背景下应运而生的。“高考 E+E”以 example 及 exercise 为基本学习方式,全方位为师生提供全套高考复习方案及产品,为每年度高考应考相关人士提供全面的服务。多年的高考实践已证明,做题以量取胜不足为道,以质取胜才是以学生为本的最佳选择。“高考 E+E”理念充分体现了讲与练、教与学的有效结合。从最具实效的精选例题到重难点知识突破,从探究小课堂到能力提升训练,无不体现以点带面、由易到难的讲练结合过程。既符合新课标的要求,又符合素质教育的需要,集中有效地提高了学生的适应能力和解题能力。

肩负着社会和广大师生的双重企盼,我们邀请了熊大翔、章雪莱、陈忠怀、李玉新、杨双楚、苏颖、姚岚、刘庆海、史达为等十余名学科带头人,隆重推出了以《高考新动向 E+E》为龙头的《高考总复习 E+E》、《高考专题大突破 E+E》、《高考冲刺模拟试卷 E+E》、《高考压轴模拟试卷 E+E》、《高考通鉴 E+E》、《高考零距离 E+E》、《一年高考时事政治》和《高三全程学习指南》等《高考 E+E》系列丛书。

如今,“高考 E+E”系列丛书正以其独特的魅力和精深的理念逐步打入图书市场这一广阔的领域。接踵而来的咨询电话和大量的读者群让我们由衷地感到欣慰,同时也感到了肩上责任的重大。压力产生强大的动力,这更加速了我们全力打造“高考 E+E”品牌的战略步伐。

我们由衷的希望为考生构筑一个既轻松又具有实效意义的平台,让每一位投入到“高考 E+E”理念中的读者都能够从中收获丰厚的回报。我们力求通过踏实的工作、不懈的努力,让“高考 E+E”成为解放考生的有利武器,引领考生走向成功的彼岸,达到“一册在手,考试无忧”的效果。

愿“高考 E+E”系列丛书成为考生步入美丽人生殿堂的得力助手,让“高考 E+E”伴随着你时刻感受到阳光的存在,在轻松、高效的备考状态中迎战高考。

中世编辑室

前言

新一轮的教学及高考改革对广大中小学教师,特别是面临着升学重压的高三教师提出了新的要求,赋予了他们新的历史重任。但是,在教学实践中,应如何将科学理念很好地转化为课堂教学行为,同时又能提高本校的升学率,高三教师遇到了许多疑惑和问题,他们迫切希望能看到一些具有启发和借鉴作用的教学辅导用书。

为真正满足高三一线教师的需要,我们组织了从事中学教学、高考研究和高考阅卷工作的特、高级教师,以国家教育部最新颁布的《教学大纲》和《考试大纲》为指导,以人民教育出版社出版的现行高中教材为依据,结合国家课程规定的知识点编写而成,适合任何版本及任何高考改革的模式。

高考总复习 E+E 丛书以全新的视野从不同角度审视高三第一轮复习,其突出的特点体现在以下几个方面:

1. 内容设计紧扣考纲,覆盖面广,便于考生夯实基础,从容应试。
2. 试题内容体现新课程理念,贴近生活,提升能力。
3. 例题解析立足发散思维,提倡探究,突出个性。
4. 本丛书分教师用书和学生用书(含练习)两个系列,便于师生课堂互动,有利于提高教学效率。

本丛书有的放矢,注重实效,每个板块都力求打造出精品,具体栏目有:

[高考向导] 准确地诠释了渗透在《考试大纲》和《教学大纲》中的考点内容,对落实基本知识、基本理论有画龙点睛的作用,从而增强考生的目标意识,做到心中有数。

[知识结构] 进行知识梳理,提炼知识要点,帮助考生形成以主干知识为中心的完整、系统的知识体系。

[重难点突破] 以创新的思维进行讲解,突出其多角度和多层次性,帮助考生做到既能夯实基础知识,又能提升能力。

[经典例题点评] 通过对历年高考题或各地统考试题的分析,有助于考生掌握高考命题特点,理清解题思路,把握解题技巧,提高解题效率。而仅跟其后的举一反三题,则更具有针对性,使考生做到学中有练,真实感,能力提升。

[探究小课堂] 适应新课程改革理念,给考生提供探究问题的平台,以新的角度或视点进行观察,有助于培养学生的发散思维和开放意识。

[复习小结] 给考生提供一个思考总结的空间,让考生在前进中思考,在思考中前进,从而克服盲区,走出误区。

[能力训练] 精选或原创本单元相关的试题,进行标准训练,在巩固基础知识的同时,提高分析问题、解决问题的能力,旨在培养考生的科学思想与悟性。

[参考答案] 以清晰的思路和高考的标准,解析答题要点,规范答题要求,有利于考生科学思维,贴近高考。

本丛书从知识点角度全面进行讲解,适合于全国各地教师需要,详情请登录 www.cwsocn.com.cn。

为了进一步充实、完善,恳请广大读者和专家提出建议和意见。



目 录

第一章 集合与简易逻辑	(1)	重难点突破	(28)
知识结构	(1)	经典例题点评	(28)
高考向导	(1)	探究小课堂	(31)
第一节 集合	(2)	能力训练	(33)
重难点突破	(2)	第四节 函数的奇偶性与周期性	(34)
经典例题点评	(2)	重难点突破	(34)
探究小课堂	(4)	经典例题点评	(34)
能力训练	(5)	探究小课堂	(37)
第二节 含绝对值的不等式的解法	(6)	能力训练	(38)
重难点突破	(6)	第五节 函数的单调性	(39)
经典例题点评	(6)	重难点突破	(39)
探究小课堂	(7)	经典例题点评	(39)
能力训练	(8)	探究小课堂	(42)
第三节 一元二次不等式的解法	(9)	能力训练	(43)
重难点突破	(9)	第六节 反函数	(44)
经典例题点评	(10)	重难点突破	(44)
探究小课堂	(11)	经典例题点评	(44)
能力训练	(12)	探究小课堂	(46)
第四节 简易逻辑	(13)	能力训练	(48)
重难点突破	(13)	第七节 函数的图象	(49)
经典例题点评	(13)	重难点突破	(49)
探究小课堂	(15)	经典例题点评	(49)
能力训练	(16)	探究小课堂	(52)
综合能力测试	(17)	能力训练	(54)
第二章 函数	(18)	第八节 二次函数	(55)
知识结构	(18)	重难点分析	(55)
高考向导	(18)	经典例题点评	(55)
第一节 映射与函数	(19)	探究小课堂	(58)
重难点突破	(19)	能力训练	(60)
经典例题点评	(19)	第九节 指数式与对数式	(61)
探究小课堂	(21)	重难点突破	(61)
能力训练	(23)	经典例题点评	(61)
第二节 函数的解析式及定义域	(24)	探究小课堂	(63)
重难点突破	(24)	能力训练	(64)
经典例题点评	(24)	第十节 指数函数和对数函数	(65)
探究小课堂	(26)	重难点突破	(65)
能力训练	(27)	经典例题点评	(65)
第三节 函数的值域	(28)	探究小课堂	(68)



能力训练	(70)	综合能力测试	(119)
第十一节 函数的最值	(71)	第四章 三角函数	(121)
重难点突破	(71)	知识结构	(121)
经典例题点评	(71)	高考向导	(121)
探究小课堂	(73)	第一节 任意角的三角函数	(122)
能力训练	(75)	重难点突破	(122)
第十二节 函数的应用	(76)	经典例题点评	(122)
重难点突破	(76)	探究小课堂	(124)
经典例题点评	(76)	能力训练	(125)
探究小课堂	(79)	第二节 同角三角函数的基本关系式	
能力训练	(82)	及正弦的诱导公式	(126)
综合能力测试	(83)	重难点突破	(126)
第三章 数列	(85)	经典例题点评	(126)
知识结构	(85)	探究小课堂	(128)
高考向导	(85)	能力训练	(130)
第一节 数列的有关概念	(86)	第三节 两角和与差的三角函数(一)化简与证明	(131)
重难点突破	(86)	重难点突破	(131)
经典例题点评	(86)	精点例题点评	(131)
探究小课堂	(88)	探究小课堂	(132)
能力训练	(89)	能力训练	(134)
第二节 等差数列	(90)	第四节 两角和与差的三角函数(二)求值	(135)
重难点突破	(90)	重难点突破	(135)
经典例题点评	(90)	经典例题点评	(135)
探究小课堂	(92)	探究小课堂	(137)
能力训练	(93)	能力训练	(139)
第三节 等比数列	(94)	第五节 三角函数的图象	(140)
重难点突破	(94)	重难点突破	(140)
经典例题点评	(94)	经典例题点评	(140)
探究小课堂	(96)	探究小课堂	(143)
能力训练	(98)	能力训练	(145)
第四节 等差数列与等比数列的综合应用	(99)	第六节 三角函数的性质(一)	(146)
重难点突破	(99)	重难点突破	(146)
经典例题点评	(99)	经典例题分析	(146)
探究小课堂	(102)	探究小课堂	(148)
能力训练	(103)	能力训练	(150)
第五节 数列求和	(104)	第七节 三角函数的性质(二)	(151)
重难点突破	(104)	重难点突破	(151)
经典例题点评	(104)	经典例题点评	(151)
探究小课堂	(106)	探究小课堂	(154)
能力训练	(108)	能力训练	(156)
第六节 数列应用题	(109)	第八节 已知三角函数值求角	(157)
重难点突破	(109)	重难点突破	(157)
经典例题点评	(109)	经典例题点评	(157)
探究小课堂	(111)	探究小课堂	(159)
能力训练	(113)	能力训练	(161)
第七节 数学归纳法及其应用	(114)	综合能力测试	(162)
重难点突破	(114)	第五章 平面向量	(164)
经典例题点评	(114)	知识结构	(164)
探究小课堂	(117)	高考向导	(164)
能力训练	(118)	第一节 向量的加减法及实数与向量的积	(165)



重难点突破	(165)
经典例题点评	(165)
探究小课堂	(166)
能力训练	(167)
第二节 平面向量的坐标运算	(168)
重难点突破	(168)
经典例题点评	(168)
探究小课堂	(169)
能力训练	(171)
第三节 平面向量的数量积	(172)
重难点突破	(172)
经典例题点评	(172)
探究小课堂	(173)
能力训练	(175)
第四节 线段定比分点和平移	(176)
重难点突破	(176)
经典例题点评	(176)
探究小课堂	(177)
能力训练	(179)
第五节 解斜三角形	(180)
重难点突破	(180)
经典例题点评	(180)
探究小课堂	(181)
能力训练	(182)
综合能力测试	(183)
第六章 不等式	(184)
知识结构	(184)
高考向导	(184)
第一节 不等式的概念和性质	(185)
重难点突破	(185)
经典例题点评	(185)
探究小课堂	(187)
能力训练	(188)
第二节 算术平均数与几何平均数	(189)
重难点突破	(189)
经典例题点评	(189)
探究小课堂	(191)
能力训练	(192)
第三节 不等式的证明	(193)
重难点突破	(193)
经典例题点评	(194)
探究小课堂	(196)
能力训练	(198)
第四节 不等式的解法	(199)
重难点突破	(199)
经典例题点评	(200)
探究小课堂	(203)
能力训练	(204)
第五节 不等式的综合与应用	(205)
重难点突破	(205)

经典例题点评	(205)
能力训练	(210)
综合能力测试	(211)
第七章 直线和圆的方程	(213)
知识结构	(213)
高考向导	(214)
第一节 直线的方程	(214)
重难点突破	(214)
经典例题点评	(214)
探究小课堂	(215)
能力训练	(217)
第二节 两条直线的位置关系	(218)
重难点突破	(218)
经典例题点评	(218)
探究小课堂	(219)
能力训练	(220)
第三节 简单的线性规划及应用	(221)
重难点突破	(221)
经典例题点评	(221)
探究小课堂	(223)
能力训练	(224)
第四节 圆的方程	(226)
重难点突破	(226)
经典例题点评	(226)
探究小课堂	(227)
能力训练	(229)
第五节 曲线与方程	(230)
重难点突破	(230)
经典例题点评	(230)
探究小课堂	(231)
能力训练	(232)
第六节 对称问题	(233)
重难点突破	(233)
经典例题点评	(233)
探究小课堂	(234)
能力训练	(235)
综合能力测试	(236)
第八章 圆锥曲线	(237)
知识结构	(237)
高考向导	(237)
第一节 椭圆	(238)
重难点突破	(238)
经典例题点评	(238)
探究小课堂	(239)
能力训练	(241)
第二节 双曲线	(242)
重难点突破	(242)
经典例题点评	(242)
探究小课堂	(244)
能力训练	(245)



第三节 抛物线	(246)	重难点突破	(284)
重难点突破	(246)	经典例题点评	(284)
经典例题点评	(246)	探究小课堂	(285)
探究小课堂	(248)	能力训练	(287)
能力训练	(249)	第八节 空间角	(288)
第四节 直线与圆锥曲线	(250)	重难点突破	(288)
重难点突破	(250)	经典例题点评	(288)
经典例题点评	(250)	探究小课堂	(291)
探究小课堂	(252)	能力训练	(292)
能力训练	(253)	第九节 空间距离	(293)
第五节 轨迹	(254)	重难点突破	(293)
重难点突破	(254)	经典例题点评	(293)
经典例题点评	(254)	探究小课堂	(295)
探究小课堂	(256)	能力训练	(297)
能力训练	(257)	第十节 棱柱与棱锥	(298)
综合能力测试	(258)	重难点突破	(298)
第九章 直线、平面、简单几何体	(259)	经典例题点评	(298)
知识结构	(259)	探究小课堂	(301)
高考向导	(259)	能力训练	(302)
第一节 平面与空间直线	(261)	第十一节 多面体、欧拉公式、球	(303)
重难点突破	(261)	重难点突破	(303)
经典例题点评	(261)	经典例题点评	(303)
探究小课堂	(263)	探究小课堂	(305)
能力训练	(264)	能力训练	(306)
第二节 直线与平面平行	(265)	综合能力测试	(307)
重难点突破	(265)	第十章 排列、组合和概率	(309)
经典例题点评	(265)	知识结构	(309)
探究小课堂	(266)	高考向导	(309)
能力训练	(267)	第一节 分类计数原理与分步计数原理	(310)
第三节 平面与平面平行	(268)	重难点突破	(310)
重难点突破	(268)	经典例题点评	(310)
经典例题点评	(268)	探究小课堂	(311)
探究小课堂	(269)	能力训练	(312)
能力训练	(271)	第二节 排列、组合的概念及计算	(313)
第四节 直线与平面垂直	(272)	重难点突破	(313)
重难点突破	(272)	经典例题点评	(313)
经典例题点评	(272)	探究小课堂	(314)
探究小课堂	(273)	能力训练	(315)
能力训练	(275)	第三节 排列、组合的应用	(316)
第五节 平面与平面垂直	(276)	重难点突破	(316)
重难点突破	(276)	经典例题点评	(316)
经典例题点评	(276)	探究小课堂	(317)
探究小课堂	(277)	能力训练	(318)
能力训练	(279)	第四节 二项式定理	(319)
第六节 空间向量及其运算	(280)	重难点突破	(319)
重难点突破	(280)	经典例题点评	(319)
经典例题点评	(280)	探究小课堂	(320)
探究小课堂	(282)	能力训练	(321)
能力训练	(283)	第五节 二项式系数的性质	(322)
第七节 空间向量的坐标运算	(284)	重难点突破	(322)



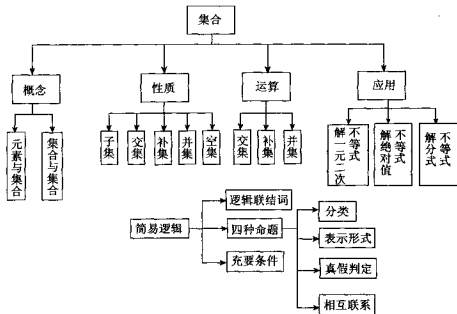
经典例题点评	(322)	能力训练	(358)
探究小课堂	(323)	综合能力测试	(359)
能力训练	(324)	第十二章 极限与导数	(361)
第六节 随机事件的概率	(325)	知识结构	(361)
重难点突破	(325)	高考向导	(361)
经典例题点评	(325)	第一节 数列的极限	(362)
探究小课堂	(326)	重难点突破	(362)
能力训练	(327)	经典例题点评	(362)
第七节 互斥事件有一个发生的概率	(328)	探究小课堂	(364)
重难点突破	(328)	能力训练	(366)
经典例题点评	(328)	第二节 函数的极限与函数的连续性	(367)
探究小课堂	(329)	重难点突破	(367)
能力训练	(331)	经典例题点评	(367)
第八节 相互独立事件同时发生的概率	(332)	探究小课堂	(369)
重难点突破	(332)	能力训练	(371)
经典例题点评	(332)	第三节 导数的概念及运算	(372)
探究小课堂	(333)	重难点突破	(372)
能力训练	(335)	经典例题点评	(373)
综合能力测试	(336)	探究小课堂	(375)
第十一章 概率与统计	(338)	能力训练	(376)
知识结构	(338)	第四节 导数的应用	(377)
高考向导	(338)	重难点突破	(377)
第一节 离散型随机变量的分布列	(339)	经典例题点评	(377)
重难点突破	(339)	探究小课堂	(379)
经典例题点评	(339)	能力训练	(380)
探究小课堂	(341)	综合能力测试	(381)
能力训练	(343)	第十三章 复数	(382)
第二节 离散型随机变量的期望与方差	(344)	知识结构	(382)
重难点突破	(344)	高考向导	(382)
典型例题点评	(344)	第一节 复数的有关概念	(383)
探究小课堂	(346)	重难点突破	(383)
能力训练	(347)	经典例题点评	(383)
第三节 抽样方法、总体分布估计	(348)	探究小课堂	(385)
重难点突破	(348)	能力训练	(386)
经典例题点评	(348)	第二节 复数的代数运算	(387)
探究小课堂	(350)	重难点突破	(387)
能力训练	(352)	经典例题点评	(387)
第四节 正态分布、线性回归	(353)	探究小课堂	(389)
重难点突破	(353)	能力训练	(390)
附标准正态分布表	(353)	综合能力测试	(391)
经典例题点评	(354)	参考答案	(392)
探究小课堂	(356)		



第一章 集合与简易逻辑



知识结构



高考导向

集合与简易逻辑是高中数学教材的开篇内容,集合论是现代数学的重要基础,数学概念都离不开逻辑.

近几年来,几乎每年都有考查集合的题目,一般情况以客观题出现,多为容易题,与其它章节知识一同考查,应用集

合与逻辑知识,分值在 5%~10% 之间.

考试的热点之一是集合,主要考查集合概念的认识与理解及集合知识的应用.在考查集合知识的同时突出考查准确使用数学语言的能力及用数形结合的思想解决问题的能力.

考试热点之二是命题,主要考查命题的四种形式、原命题与逆命题的等价性及充要条件的判定.在考查这部分内容的同时,还考查命题转换、逻辑推理和分析问题的能力.复习中都应加以强调.



第一节 集合



重难点突破

1. 集合中元素的性质:

对于一个给定的集合,集合中的元素具有以下三条性质:确定性、互异性和无序性.

2. 集合与元素之间的关系:

元素与集合之间的关系是“属于”或“不属于”,即对于任意元素 a 与集合 A 的关系是 $a \in A$ 或 $a \notin A$,二者必居其一.

3. 集合的表示方法:

集合的表示方法有“列举法、描述法和图文法”,其中集合的“韦恩图”表示法能直观地显示出集合之间的关系.

4. 集合与集合之间的关系:

集合与集合之间的关系是“包含”或“不包含”.

(1)子集:

集合 A 是集合 B 的子集的定义为:对于两个集合 A 与集合 B ,如果集合 A 中的任何一个元素都是集合 B 的元素(即对任意 $x \in A$,都有 $x \in B$),那么集合 A 叫做集合 B 的子集,记作 $A \subseteq B$ (或 $B \supseteq A$).

显然,任何一个集合都是它本身的子集.

(2)真子集:

集合 A 是集合 B 的真子集的定义为:如果集合 A 是集合 B 的子集,并且集合 B 中至少有一个元素不属于集合 A ,那么集合 A 叫做集合 B 的真子集,记作 $A \subsetneq B$ (或 $B \supsetneq A$).

(3)两集合相等:

两集合相等的定义为:对于两个集合 A 与 B ,如果 $A \subseteq B$,且 $B \subseteq A$,那么我们就说这两个集合相等,记作 $A = B$.

5. 空集:

空集的定义为:不含任何元素的集合为空集,记作 $\emptyset$,规定:对于任意集合 A ,都有 $\emptyset \subseteq A$.数学中注意: $\emptyset, \{\emptyset\}, \{0\}$ 三者之间的关系.

6. 集合与集合之间的运算:

(1)交集:

集合 A 与集合 B 的交集定义为:由所有属于集合 A 且属于集合 B 的元素组成的集合,叫做 A 与 B 的交集,记作 $A \cap B$,即 $A \cap B = \{x | x \in A \text{ 且 } x \in B\}$.显然 $(A \cap B) \subseteq A$, $(A \cap B) \subseteq B$, $A \cap A = A$, $A \cap \emptyset = \emptyset$.

(2)并集:

集合 A 与集合 B 的并集定义为:由所有属于集合 A 或属于集合 B 的元素所组成的集合,叫做 A 与 B 的并集,记作 $A \cup B$,即 $A \cup B = \{x | x \in A \text{ 或 } x \in B\}$.显然 $A \subseteq (A \cup B)$, $B \subseteq (A \cup B)$, $A \cup A = A$, $A \cup \emptyset = A$, $A \cup B = B \cup A$.

(3)补集:

补集的定义为:已知全集 I ,且集合 $A \subseteq I$.由集合 I 中

所有不属于集合 A 的元素所组成的集合,叫做集合 A 在集合 I 中的补集,记作 $\complement_I A$,即 $\complement_I A = \{x | x \in I, \text{ 且 } x \notin A\}$.

显然满足性质:

$$\begin{aligned} \complement_I A \subseteq I & \quad A \cap (\complement_I A) = \emptyset & A \cup (\complement_I A) = I \\ A = \complement_I (\complement_I A) & \quad \complement_I \emptyset = I \end{aligned}$$



经典例题点评

【例 1】求:(1)方程 $x^2 - 4x + 4 = 0$ 的所有根的和;

(2)集合 $S = \{x | x^2 - 4x + 4 = 0\}$ 的所有元素的和.

试题立意

进一步加深对集合概念的理解,加深对集合元素性质的认识.

解题思路

(1)求出方程的根再求和,或用韦达定理直接求和.

(2)求出方程的根比较后求和.

解 (1)解方程 $x^2 - 4x + 4 = 0$ 得 $x_1 = x_2 = 2$.

故方程 $x^2 - 4x + 4 = 0$ 的所有根之和为 4;

(2) $\because S = \{x | x^2 - 4x + 4 = 0\} = \{2\}$

$\therefore S$ 所有元素之和为 2.

技巧点拨

方程根的个数与方程解集中元素的个数不一定相同,本题极易忽略的一个问题是集合元素的互异性.

举一反三

1. 设集合 $A = \{x | x^2 + (a+2)x + a + 1 = 0\} (a \in \mathbb{R})$, 求集合 A 中所有元素之和.

2. 已知集合 $B = \{x | x^3 - b^2x = 0\}$, 求集合 B 中所有元素之和.

答案 1. $\because A = a^2$ (2) 当 $a = 0$ 时, A 中所有元素之和为 -1;

(2) 当 $a \neq 0$ 时,由韦达定理, A 中所有元素之和为 $-(a+2)$

2. $\because B = \{x | x(x-b)(x+b) = 0\}$

$\therefore B$ 中所有元素之和为 0.

【例 2】设集合 $M = \{x | x = m + \frac{1}{6}, m \in \mathbb{Z}\}$, $N = \{x | x = \frac{n}{2} - \frac{1}{3}, n \in \mathbb{Z}\}$, $P = \{x | x = \frac{k}{2} + \frac{1}{6}, k \in \mathbb{Z}\}$ 则集合 M , N , P 之间的关系是 ()

A. $M = N \subseteq P$

B. $M \subseteq N = P$

C. $M \subseteq N \subseteq P$

D. $N \subseteq P = M$

试题立意

进一步加深对集合描述法的理解和认识,加深对集合包含和相等关系的理解.

解题思路

各集合中元素的表达式之间有较大的差异,可首先通分,然后寻找规律,也可通过部分元素,通过归纳得出结论.

解法一

$$M = \left\{ \dots, -\frac{17}{6}, -\frac{11}{6}, -\frac{5}{6}, \frac{1}{6}, \frac{7}{6}, \frac{13}{6}, \dots \right\},$$

$$N = \left\{ \dots, -\frac{11}{6}, -\frac{8}{6}, -\frac{5}{6}, -\frac{2}{6}, \frac{1}{6}, \frac{4}{6}, \frac{7}{6}, \frac{10}{6}, \dots \right\},$$

$$P = \left\{ \dots, -\frac{11}{6}, -\frac{8}{6}, -\frac{5}{6}, -\frac{2}{6}, \frac{1}{6}, \frac{4}{6}, \frac{7}{6}, \frac{10}{6}, \dots \right\},$$

$\therefore M \subseteq N = P$, 故选 B.

解法二

$$\because M = \{x \mid x = \frac{6m+1}{6}, m \in \mathbb{Z}\},$$

$$N = \{x \mid x = \frac{3n-1}{6}, n \in \mathbb{Z}\} = \{x \mid x = \frac{3(n-1)+1}{6}, n \in \mathbb{Z}\},$$

$$P = \{x \mid x = \frac{3k+1}{6}, k \in \mathbb{Z}\}.$$

由于 $3(n-1)+1$ 和 $3k+1$ 都表示被 3 除余 1 的数,而 $6m+1$ 表示被 6 除余 1 的数,所以 $M \subseteq N = P$, 故应选 B.

技巧点拨

解法一用列举法写出了集合 M, N, P 的部分元素,然后通过对比观察进行求解.该法直观易想到,但受元素个数的局限,只适用于选择题和填空题.由于不能一一列举,易出现判断失误.解法二是一般法,其关键是认清集合中元素的属性,改变元素的表达形式,从中找到准确关系,相对于解法一,解法二逻辑严密,更具有一般性.

举一反三

$$1. \text{ 设集合 } M = \{x \mid x = \frac{k}{2} + \frac{1}{4}, k \in \mathbb{Z}\}, N = \{x \mid x = \frac{k}{4} + \frac{1}{2}, k \in \mathbb{Z}\} \text{ 则 } \quad (\quad)$$

$$A. M = N \quad B. M \subseteq N \quad C. N \subseteq M \quad D. M \cap N = \emptyset$$

$$2. \text{ 如果 } S = \{x \mid x = 2n + 1, n \in \mathbb{Z}\}, T = \{x \mid x = 4k \pm 1, k \in \mathbb{Z}\} \text{ 则 } \quad (\quad)$$

答案

$$1. \because M = \{x \mid x = \frac{2k+1}{4}, k \in \mathbb{Z}\},$$

$$N = \{x \mid x = \frac{k+2}{4}, k \in \mathbb{Z}\},$$

$\therefore M \subseteq N$, 故选 B.

$$2. \because S = \{x \mid x = 2n + 1, n \in \mathbb{Z}\} = \{x \mid x = 2(2k) + 1 \text{ 或 } x = 2(2k-1) + 1, k \in \mathbb{Z}\}$$

$$= \{x \mid x = 4k + 1 \text{ 或 } x = 4k - 1, k \in \mathbb{Z}\},$$

$$T = \{x \mid x = 4k + 1, k \in \mathbb{Z}\},$$

$$= \{x \mid x = 4k + 1 \text{ 或 } x = 4k - 1, k \in \mathbb{Z}\},$$

$\therefore S = T$, 故选 C.

【例 3】 设集合 $A = \{x \mid x = a^2 + 2a + 4, a \in \mathbb{R}\}$, $B = \{y \mid y = b^2 - 4b + 3, b \in \mathbb{R}\}$. 试确定集合 A, B 之间的关系.

试题立意

使学生准确理解和把握集合中解析式所代表的元素的

意义.

解题思路

通过解析式变形,弄清集合中元素的性质.

解法一

$$A = \{x \mid x = (a+1)^2 + 3, a \in \mathbb{R}\} = \{x \mid x \geq 3\}.$$

$$\text{同理, } B = \{y \mid y \geq -1\}. \therefore B \subseteq A.$$

解法二

$\because A$ 是关于 a 的方程 $a^2 + 2a + 4 - x = 0$ 有实数解的 x 的取值范围,当 $\Delta = 4 - 4(4-x) \geq 0$ 时,即 $x \geq 3$ 时,该方程有实数解,则 $A = \{x \mid x \geq 3\}$. 同理 $B = \{y \mid y \geq -1\}$, $\therefore B \subseteq A$.

技巧点拨

正确理解集合中代表元素的意义是本题解答的关键,注意集合与它的代表元素所采用的字母名称无关,用到函数观点和方程思想.

举一反三

$$1. \text{ 已知集合 } A = \{x \mid y = \sqrt{x+1}\}, B = \{y \mid y = \sqrt{x+1}\} \text{ 则 } A \cap B = \quad (\quad)$$

$$A. A \quad B. B \quad C. \emptyset \quad D. k$$

$$2. \text{ 已知集合 } M = \{x \mid y = \sqrt{x-1}\}, P = \{y \mid y = \log_{\frac{1}{2}} x, x \in M\} \text{ 则 } \quad (\quad)$$

$$A. M \cap P = P$$

$$B. M \cup (\complement_{\mathbb{R}} P) = M$$

$$C. (\complement_{\mathbb{R}} M) \cup P = \{x \mid x \leq 1\}$$

$$D. (\complement_{\mathbb{R}} M) \cap (\complement_{\mathbb{R}} P) = \{x \mid x \leq 0 \text{ 或 } \frac{1}{2} < x < 1\}$$

$$\text{答案 } 1. \because A = \{x \mid y = \sqrt{x+1} = \{x \mid x \geq 0\}$$

$$B = \{y \mid y = \sqrt{x+1} = \{y \mid y \geq 1\}$$

$$\therefore A \cap B = B, \text{ 故选 B.}$$

$$2. \because x-1 \geq 0 \quad \therefore M = \{x \mid x \geq 1\}$$

$$\text{又 } \log_{\frac{1}{2}} x \geq 1 \quad \therefore P = \{x \mid 0 < x \leq \frac{1}{2}\}$$

$\therefore$ 选 D.

【例 4】 已知 $A = \{x \mid x^2 - x - 2 > 0\}$, $B = \{x \mid x^2 + 4x + m < 0\}$. 若 $B \subseteq A$, 求实数 m 的取值范围.

试题立意

该题主要使学生用集合之间的包含和被包含的关系解决有关问题,渗透分类讨论的思想.

解题思路

分别求解,写出集合 A 和集合 B , 然后使 $B \subseteq A$ 得到满足.

解 由 $A = \{x \mid x^2 - x - 2 > 0\} = \{x \mid x < -1 \text{ 或 } x > 2\}$ 要使 $B \subseteq A$ 成立, 下面分两种情况讨论.

(1) 当 $B = \emptyset$, 对二次三项式 $x^2 + 4x + m$, 其 $\Delta = 4^2 - 4m \leq 0$, 即 $m \geq 4$ 时, 满足题意;

(2) 当 $B \neq \emptyset$, 即 $m < 4$, 要满足题意, 结合数轴直观表示, 必须 $-2 + \sqrt{4-m} \leq -1$, 此时 $m \in [3, 4)$.

综合起来, m 的取值范围是 $[3, +\infty)$.



技巧点拨

① $B = \emptyset$ 很容易被遗漏,在解题时,遗漏对空集的讨论是常见错误.

② 对数集之间的运算,借助数轴是比较直观、有效的方法.

举一反三

1. 设集合 $A = \{x | x^2 - 3x + 2 = 0\}$, $B = \{x | x - 2 = 0\}$, 若 $B \subseteq A$, 求实数 a 组成的集合.

2. 设集合 $A = \{x | x^2 - 3x + 2 = 0\}$, $B = \{x | x^2 - ax + 2 = 0, x \in \mathbb{R}, a \in \mathbb{R}\}$, 若 $B \subseteq A$, 求 a 的取值范围.

3. 设 $M = \{x | x^2 - 4 > 0\}$, $N = \{x | x^2 - ax \geq x - a\}$, 若 $M \subseteq N$, 试求实数 a 的取值范围.

答案 1. $\{0, 1, 2\}$ 2. $a = 3$ 或 $2\sqrt{2} < a < 2\sqrt{3}$
3. $-2 \leq a \leq 2$

【例 5】 设集合 A, B 是全集 $U = \{1, 2, 3, 4\}$ 的子集, 若 $(\complement_U A) \cap B = \{1\}$, $A \cap B = \{3\}$, $(\complement_U A) \cap (\complement_U B) = \{2\}$, 求 A, B .

试题立意

通过该题使学生进一步明确交集、并集、补集的意义, 培养逻辑推理能力和数形结合思想.

解题思路

1. 通过集合之间的运算, 明确全集中各元素的归属, 再进一步寻找集合 A, B 中的元素.

2. 借助韦恩图表示集合.

解法一

$\because (\complement_U A) \cap B = \{1\}$, $\therefore 1 \in B, 1 \notin A$. 同理可知, $3 \in A, 3 \in B, 2 \notin A, 2 \notin B$. 对于元素 4, 若 $4 \in B$, 则 $4 \in (\complement_U A) \cap B$, 或 $4 \in A \cap B$, 这与已知矛盾, 又 $4 \in (\complement_U A) \cap (\complement_U B)$, 故 $4 \in A$. 综上所述可知 $A = \{3, 4\}, B = \{1, 3\}$.

解法二

根据题意, 可作韦恩图(如图 1-2), 把全集 S 分成 $A \cap B, A \cap (\complement_U B), (\complement_U A) \cap B, (\complement_U A) \cap (\complement_U B)$ 四个子集, 由图可知, $A = \{3, 4\}, B = \{1, 3\}$.

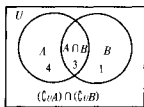


图 1-2

技巧点拨

解本题的关键是: 充分利用已知条件, 将肯定属于或肯定不属于集合 A, B 的元素确定下来, 再逐一验证其他元素属于哪个集合, 或利用韦恩图表示集合, 从而数形结合解题.

解法一采用的逻辑推理, 求解时容易忽略对元素 4 的鉴别. 解法二是数形结合, 一目了然.

举一反三

1. 设全集 $U = \{1, 2, 3, 4, 5\}$, 若集合 S 和 T 满足 $S \cap T = \{2\}$, $(\complement_U S) \cap T = \{4\}$, $(\complement_U T) \cap (\complement_U S) = \{1, 5\}$, 则 ()

A. $3 \in S, 3 \in T$ B. $3 \in S, 3 \notin T$

C. $3 \in \complement_U S, 3 \in T$

D. $3 \in \complement_U S, 3 \notin T$

2. 已知全集 $I = \{a, b, c, d, e\}$, 且集合 $M, N \subseteq I$, 若 $M \cap N = \{b\}$, $(\complement_I M) \cap N = \{d\}$, $(\complement_I M) \cap (\complement_I N) = \{a, e\}$, 则下列结论正确的是 ()

A. $c \in M$ 且 $c \in N$

B. $c \in (\complement_I M)$ 且 $c \in N$

C. $c \in M$ 且 $c \in (\complement_I N)$

D. $c \in (\complement_I M)$ 且 $c \in (\complement_I N)$

3. 非空集合 P, Q, R 满足关系 $P \cup Q = Q, Q \cap R = Q$, 则 P, R 的关系是 ()

A. $P = R$

B. $P \subseteq R$

C. $P \supseteq R$

D. $P \cap R = \emptyset$

答案 1. B 2. C 3. B



探究小课堂

探究主题

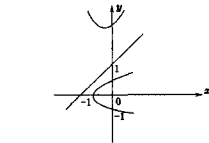
数学语言与数学符号的互译是本小节探究的能力主题, 集合之间的运算及规律分配律是该小节探究的知识主题.

探究材料

设集合 $A = \{(x, y) | y^2 - x - 1 = 0\}$, $B = \{(x, y) | 4x^2 - 2x - 2y + 5 = 0\}$, $C = \{(x, y) | y = kx + b\}$, 是否存在 $k, b (k \in \mathbb{N}, b \in \mathbb{N})$, 使 $(A \cup B) \cap C = \emptyset$. 证明你的结论.

探究导航

证明 由集合 A 得抛物线 $y^2 - x - 1 = 0$ 在 y 轴上的截距为 1 和 -1, 由集合 B 得抛物线 $4x^2 + 2x - 2y + 5 = 0$ 在 y 轴上的截距为 $\frac{5}{2}$, 若存在 b , 则 $1 < b < \frac{5}{2}$, 如图, 又因为 $b \in \mathbb{N}$, $\therefore b = 2$, 因为 $(A \cup B) \cap C = (A \cap C) \cup (B \cap C) = \emptyset$, 所以只要考虑是否存在 k , 使 $A \cap C = \emptyset$ 且 $B \cap C = \emptyset$. 将直线方程 $y = kx + 2$ 代入抛物线 $y^2 - x - 1 = 0$ 中得:



$(kx + 2)^2 - x - 1 = 0$, 即 $k^2 x^2 + (4k - 1)x + 3 = 0$.

令 $\Delta = (4k - 1)^2 - 12k^2 < 0$, 化简为 $4k^2 - 8k + 1 < 0$,

解得 $\frac{2 - \sqrt{3}}{2} < k < \frac{2 + \sqrt{3}}{2}$, 又 $k \in \mathbb{N}$, $\therefore k = 1$.

将直线 $y = kx + 2$ 代入抛物线 $4x^2 + 2x - 2y + 5 = 0$ 中, 得 $4x^2 + (2 - 2k)x + 1 = 0$.

令 $\Delta = (2 - 2k)^2 - 16 < 0$ 解得 $-1 < k < 3$. 因为 $k \in \mathbb{N}$,

$\therefore k = 1$ 或 $k = 2$.

$\therefore$ 使 $A \cap C = \emptyset$ 且 $B \cap C = \emptyset$ 解得 $k = 1$

综上所述, 满足条件的 k, b 是存在的, 即当 $k = 1, b = 2$ 时 $(A \cup B) \cap C = \emptyset$.

能力训练

一、基础题

1. 设集合 $A = \{x | x \geq 3\sqrt{3}\}$, $x = 2\sqrt{7}$, 则下列关系中正确的是 ()

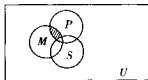
- A. $x \in A$ B. $x \notin A$ C. $\{x\} \in A$ D. $\{x\} \subseteq A$

2. 已知全集 $U = \{x | -3 \leq x \leq 3\}$, $M = \{x | -1 < x < 1\}$, $\complement_U N = \{x | 0 < x < 2\}$, 那么集合 $N =$ _____, $M \cap \complement_U N =$ _____, $M \cup N =$ _____.

3. 已知集合 $P = \{x | x = n, n \in \mathbb{N}\}$, $Q = \{x | x = \frac{n}{2}, n \in \mathbb{Z}\}$, $k = \frac{1}{2} + n, n \in \mathbb{Z}$, 则下列正确的是 ()

- A. $Q \subsetneq P$ B. $Q \supsetneq P$ C. $Q = P \cup R$ D. $Q = P \cap R$

4. 如图, U 是全集, M, P, S 是 U 的 3 个子集, 则阴影部分所表示的集合是 ()



- A. $(M \cap P) \cap S$ B. $(M \cap P) \cup S$
C. $(M \cap P) \cap \complement_U S$ D. $(M \cap P) \cup \complement_U S$

二、综合题

5. 设集合 $A = \{1, a, b\}$, $B = \{a, a^2, ab\}$, 且 $A = B$, 求实数 a, b .

6. 若全集 $I = \mathbb{R}$, $f(x), g(x)$ 均为二次函数, $P = \{x | f(x) < 0\}$, $Q = \{x | g(x) \geq 0\}$, 则不等式组 $\begin{cases} f(x) < 0 \\ g(x) < 0 \end{cases}$ 的解集可用 P, Q 表示为 _____.

7. 设集合 $A = \{(x, y) | 2x + y = 1, x, y \in \mathbb{R}\}$, $B = \{(x, y) | a^2 + 2y = a, a, x, y \in \mathbb{R}\}$. 若 $A \cap B = \emptyset$, 求 a 的值.

8. 设 $A = \{x | x^2 + 4x = 0\}$, $B = \{x | x^2 + 2(a+1)x + a^2 - 1 = 0, a \in \mathbb{R}\}$, 如果 $A \cap B = B$, 求实数 a 的取值范围.

三、探究题

9. 设 $x, y \in \mathbb{R}$, $A = \{(x, y) | x^2 + y^2 = 1\}$, $B = \{(x, y) | \frac{x}{a} - \frac{y}{b} = 1, a, b \text{ 为常数}\}$

若 $A \cap B$ 中只有一个元素, 求 a, b 之间的关系.