The Large Scale Structure of Space-Time

时空的大尺度结构

[英] S·W·霍金　[南非]G·F·R·埃利斯　著
王文浩　译　李泳　审校

湖南科学技术出版社

The Large Scale Structure of
Space-Time

时空的大尺度结构

[英] S·W·霍金 [南非]G·F·R·埃利斯 著
王文浩 译 李泳 审校

湖南科学技术出版社

图书在版编目(CIP)数据

时空的大尺度结构／（英）霍金（Hawking. S.）著；
王文浩，李泳译. —长沙：湖南科学技术出版社，
2006. 6
ISBN 7-5357-4573-3

I. 时… II. ①霍…②王…③李… III. 时空—
研究 IV. 0412.1

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2006)第 040736 号

中文版根据英国剑桥大学出版社 1999 年版本译出。
著作权合同登记号：18-2005-039

时空的大尺度结构

著　　者：［英］S·W·霍金　［南非］G·F·R·埃利斯
译　　者：王文浩
审　　校：李　泳
责任编辑：吴　炜
出版发行：湖南科学技术出版社
社　　址：长沙市湘雅路 276 号
　　　　　http://www.hnstp.com
邮购联系：本社直销科　0731-4375808
印　　刷：湖南新华印刷集团有限责任公司（邵）
　　　　　（印装质量问题请直接与本厂联系）
厂　　址：邵阳市双坡岭
邮　　编：422001
出版日期：2006 年 6 月第 1 版第 1 次
开　　本：950mm×630mm　1/16
印　　张：24.5
插　　页：2
字　　数：376000
书　　号：ISBN 7-5357-4573-3/N·142
定　　价：48.00 元

S·W·霍金，英国皇家学会会员，剑桥大学卢卡斯数学教授

G·F·R·埃利斯，（南非）开普敦大学应用数学教授

这是高手写的杰作。

——《科学》

真是相对论当代进展的杰出经典。

——《当代物理》

献　　给

D. W. Sciama

前　言

本书的主题是空间尺度从 10^{-13} cm（基本粒子半径）到 10^{28} cm（宇宙半径）的时空结构。根据第一章和第三章解释的理由，全部论述以 Einstein 广义相对论为基础。这一理论提出了两个著名的关于宇宙的预言：其一，大质量星体的最终归宿是坍缩到事件视界背后的包含奇点的“黑洞”；其二，我们的过去存在奇点，在某种意义上，它构成我们这个宇宙的开端。我们讨论的主要目的就是发展这两个结果。它们主要有赖于两方面的研究：首先是关于时空的类时曲线族和零曲线族性态的理论，其次是任意时空中各种因果关系本质的研究。我们将详细考察这些主题。此外，我们建立了 Einstein 方程解从给定的初始数据开始的时间演化的理论。讨论还补充考察了 Einstein 场方程一系列精确解的整体性质，其中许多解显示出令人相当意外的性态。

本书内容部分基于作者之一（霍金）的 Adams 奖论文。书里的许多思想源自与 R. Penrose 和 R. P. Geroch 的讨论，在此对他们的帮助表示感谢。我们建议读者去查阅他们在下述出版物发表的文章：*Battelle Rencontres*（Penrose（1968）），*Midwest Relativity Conference Report*（Geroch（1970c）），*Varenna Summer School Proceedings*（Geroch（1971））和 *Pittsburgh Conference Report*（Penrose（1972b））。我们还从与许多同事的讨论和他们的建议中获益匪浅，特别是 B. Carter 和 D. W. Sciama，为此也对他们表示衷心的谢意。

剑桥　　　　　　　　　　　　　　S · W · 霍金

1973 年 1 月　　　　　　　　　　G · F · R · 埃利斯

目　　录

1
引力的角色

时下广为接受的物理学观点认为，关于宇宙的讨论可分为两个部 1
分：第一是不同物理领域所满足的局域性定律的问题，这些定律通常表述为各种形式的微分方程；第二是这些方程的边界条件及方程解的整体性质的问题，在某种意义上这需要我们考虑时空的边界。这两部分并不是相互独立的，实际上人们一直认为那些局域性定律取决于宇宙的大尺度结构。一般说来，这一观点源于 Mach，最近又为 Dirac (1938)、Sciama(1953)、Dicke(1964)、Hoyle 和 Narlikar(1964)，及其他学者所发展。我们将采取比较中庸的方式来讨论：我们既接受那些已经实验确证的局域物理定律，同时也考察它们在宇宙的大尺度结构下意味着什么。

我们假定实验室确立的物理定律也适用于条件可能完全不同的其他时空点，当然这是一种大胆的外推。如果这种外推不成立，我们就认为这些局域的实验室定律遭遇了某种新的物理领域，但其存在尚不能为我们的实验所确认，因为它在太阳系尺度的区域内可能几乎没什么变化。事实上，我们的大部分结果均与物理定律的具体性质无关，而仅涉及某些一般特性，诸如伪 Riemann 几何的时空描述和能量密度的正定性等。

目前已知的物理学基本相互作用可分为四类：强的和弱的核作用、电磁作用和引力作用。其中引力作用是迄今已知的最弱的相互作用（两电子间的引力与静电力之比 Gm^2/e^2 约为 10^{-40}）。尽管如此，在形成宇宙的大尺度结构过程中，引力扮演着主要角色。这是因为强作用和弱作用均属极短程($\sim 10^{-13}$cm 甚至更短)作用。虽然电磁力属长程 2
作用，但对宏观物体，同性电荷间的排斥力很容易被周围异性电荷间的吸引力所平衡。而另一方面，引力似乎总是吸引性的。因此，对足够大的物体，其所有粒子的引力场叠加起来，将形成一个超越所有其他相互作用的力场。

引力不仅在大尺度占主导地位，而且以相同方式作用于每一个粒子。这种普适性最先为 Galileo 所认识，他发现任意两个物体以相同速度下落。后来，Eotvös 实验、Dicke 及其合作者（Dicke（1964））的实验，都以极高的精度确认了这一点。人们还发现光在引力场作用下也会发生偏转。因为一般认为没有任何信号传播得比光更快，这就意味着引力决定了宇宙的因果结构，即引力决定了哪些时空事件彼此能因果关联。

引力的这些特性导致了一系列严峻的问题。如果在某一区域聚集了足够多的物质，那么从区域向外发射的光将在引力作用下发生根本的偏转，最终光被拉回来。关于这一点，Laplace 在 1798 年就认识到了。他指出，一个密度如同太阳但半径是太阳半径的 250 倍的天体，将产生巨大的引力场，以至光也不可能从其表面逸出。那么早就提出这样的预言，确乎令人惊讶，所以我们有必要把他的论文翻译出来，附在书后。

运用 Penrose 闭合俘获面的概念，我们可以更精确地描述大质量物体对光的拉回现象。考虑包围物体的某个球面 $\mathcal{T}$。某一时刻，由 $\mathcal{T}$ 发出闪光。在下一时刻 t，向内、向外传播的光波波前分别形成球面 $\mathcal{T}_1$，$\mathcal{T}_2$。正常情形下，$\mathcal{T}_1$ 的球面面积将小于 $\mathcal{T}$（$\mathcal{T}_1$ 代表的是向内传播的光），$\mathcal{T}_2$ 的球面面积将大于 $\mathcal{T}$（$\mathcal{T}_2$ 代表的是向外传播的光，见图 1）；然而，如果 $\mathcal{T}$ 包围的是一个质量足够大的物体，则 $\mathcal{T}_1$，$\mathcal{T}_2$ 的球面面积将小于 $\mathcal{T}$。这时 $\mathcal{T}$ 称为闭合俘获面。只要引力保持吸引性质，即只要物体的能量密度不变成负的，那么随着时间 t 延长，$\mathcal{T}_2$ 的球面
3 面积将越来越小。由于 $\mathcal{T}$ 内物质运动的速度不可能超过光速，因此这些物质将被局限在边界逐渐缩小的区域内，并在有限时间内缩小到零。这意味着发生了什么可怕的事情，但实际上我们将证明，在此情形下，只要满足某些合理的条件，就必然会出现时空奇点。

我们可以把奇点看作现有物理定律失效的区域，或者也可以认为它代表了时空边缘的一部分，不过，那个部分在距离有限而不是无限的某个地方。从这点说，奇点还不是那么讨厌，但边界条件的问题依然存在。换句话说，我们不知道从奇点会产生什么结果。

我们认为存在这样两种情形，在其中物质的充分聚积均可导致形成闭合俘获面。第一种情形是恒星的引力坍缩。对质量大于两倍太阳质量的恒星，在核燃料行将耗尽的时候，就可能发生这种引力坍缩现

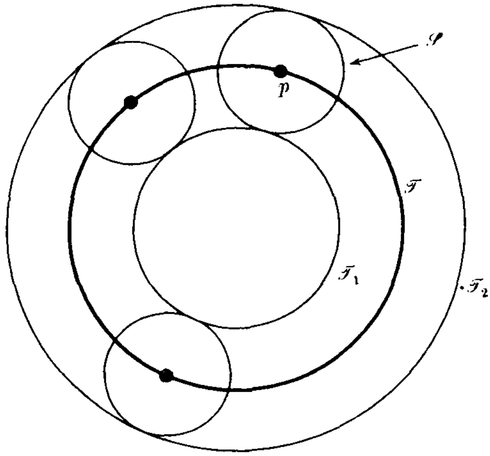

图 1 某一时刻由 $\mathscr{T}$ 发出闪光。在下一时刻 t，由 p 点发出的光形成以 p 为中心的球面 $\mathscr{S}$。包络面 $\mathscr{T}_1$，$\mathscr{T}_2$ 分别是向内、向外传播的光波波前。若 $\mathscr{T}_1$，$\mathscr{T}_2$ 的球面面积均小于 $\mathscr{T}$，则 $\mathscr{T}$ 称为闭合俘获面。

象。此时星体将坍缩成一种外部观察者无法看见的奇点。另一种情形则是整个宇宙本身。最近的微波背景辐射观测表明，我们的宇宙所包含的物质足以形成造成时间反向的闭合俘获面。这意味着在过去，即目前这个宇宙膨胀阶段的初始时刻，存在着奇点。这个奇点原则上是可见的，它或许可以解释为宇宙的开端。

在本书中，我们将基于 Einstein 的广义相对论来研究时空的大尺 4
度结构。这一理论的预言与迄今所有的实验都并行不悖。不过，我们的处理方式更一般化，以便囊括那些对 Einstein 理论的修正，如 Brans - Dicke 理论等。

虽然希望本书的大多数读者多少熟悉一些广义相对论，我们还是力求写成一本自足的书，只要求读者具备简单的微积分、代数和点集拓扑等方面的知识。为此，我们用第 2 章来讲述微分几何，其处理方式相当现代，以一种明显与坐标系无关的方式来建立各种定义。当然，为计算方便，我们也会不时地使用各种指标。我们还将最大程度地避免使用纤维丛概念。已具有微分几何知识的读者可跳过这一章。

在第 3 章，我们基于时空数学模型的三个假设，建立了广义相对

论的形式体系。这一时空数学模型是具有 Lorentz 符号差的度规 **g** 下的流形 $\mathscr{M}$。度规 **g** 的物理意义由前两个假设说明：一个关于局部因果性，另一个关于能量动量的局域守恒性。这两个假设是广义相对论和狭义相对论共有的，并为狭义相对论的实验证据所支持。第三个假设，关于度规 **g** 的场方程的假设，则没有很好的实验基础。然而我们的大部分结果仅依赖于场方程的一个性质：正物质密度的作用是吸引性的。这一性质是广义相对论和某些修正理论（如 Brans - Dicke 理论）所共有的。

在第 4 章，我们将通过考虑曲率对类时和零测地线族的影响来探讨曲率的意义。这两种测地线族分别代表微小粒子和光线的时空轨迹。曲率可以解释为引起两相邻测地线作相对加速运动的引力差，或潮汐力。如果能量 - 动量张量满足某种正定条件，则这种引力差的作用总是使非转动测地线族产生汇聚。由 Raychaudhuri 方程(4.26)可以证明，这样的结果将导致测地线相交的焦点或共轭点。

为了看清这些焦点的意义，我们在二维 Euclid 空间考虑一维曲面
5 $\mathscr{S}$（图 2）。令 p 为 $\mathscr{S}$ 外一点，则有某条从曲面 $\mathscr{S}$ 到 p 点的曲线短于或等于其他自 $\mathscr{S}$ 到 p 点的曲线。显然，这条曲线就是测地线，即直线，且正交于 $\mathscr{S}$。在图 2 所示情形下，实际上存在三条经过 p 且正交

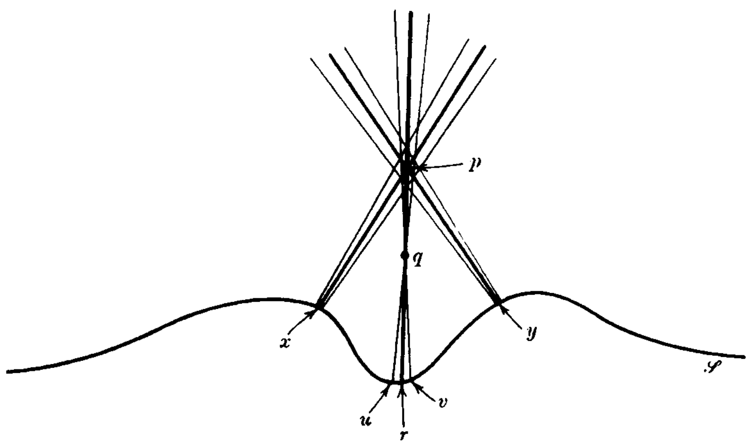

图 2　由于在曲面 $\mathscr{S}$ 到 p 之间存在焦点 q，直线 rp 不可能是从 $\mathscr{S}$ 到 p 的最短路线。事实上最短路线是 xp 或 yp。

于 $\mathscr{S}$ 的测地线。过 r 点的测地线显然不是从 $\mathscr{S}$ 到 p 的最短曲线。为了认识这一点(Milnor (1963)),我们注意到,邻近的两条过 u, v 点且正交于 $\mathscr{S}$ 的测地线与过点 r 的测地线交于 $\mathscr{S}$ 与 p 之间的焦点 q。连接线段 uq 与 qp,我们得到从 $\mathscr{S}$ 到 p 的曲线,其长度等于直线 rp。然而,uqp 并非直线,我们可以把它在 q 点的角"磨圆",得到从 $\mathscr{S}$ 到 p 且短于 rp 的曲线。这说明 rp 不是从 $\mathscr{S}$ 到 p 的最短曲线。事实上最短曲线是 xp 或 yp。

这些概念也可移植到具有 Lorentz 度规 **g** 的四维时空流形 $\mathscr{M}$ 上。此时,我们不考虑直线而考虑测地线。我们也不考虑最短曲线,而考虑点 p 与类空曲面 $\mathscr{S}$ 之间的最长类时曲线(由于度规的 Lorentz 符号差,此时不存在最短类时曲线,但可能有最长类时曲线)。这种最长曲线一定是与 $\mathscr{S}$ 截面正交的测地线,且 $\mathscr{S}$ 与 p 之间的所有正交于 $\mathscr{S}$[6] 的测地线都不可能有焦点。对零测地线也可证明类似结果。这些结果将在第 8 章用于证明一定条件下奇点的存在性。

第 5 章讨论 Einstein 方程的一系列精确解。这些解均具严格对称性,因而是不现实的。但它们为后续章节提供了有用的例证,并可阐明不同的可能性态。具体来说,高度对称的宇宙学模型几乎全都具有时空奇点。长期以来,人们认为这些奇点纯粹是高度对称的结果,它们在更为实际的模型中不会出现。我们的目标之一就是要说明,事实并非如此。

我们将在第 6 章研究时空的因果结构。在狭义相对论里,能因果影响某个事件的事件,和受某个事件因果影响的事件,分别处于过去和未来光锥的内部(如图 3)。但在广义相对论里,决定光锥的度规 **g** 通常是逐点变化的,时空流形 $\mathscr{M}$ 的拓扑也不一定是 Euclid 空间 R^4。由此产生了更多的可能情形。例如,人们可以通过叠合图 3 中 $\mathscr{S}_1$ 和 $\mathscr{S}_2$ 面上的对应点来产生一个具有 $R^3 \times S^1$ 拓扑的时空,其中有可能包含闭合的类时曲线。这样一种曲线的存在将导致因果关系的破坏,因为它允许我们回到过去。我们将主要讨论那种不允许出现因果破坏的时空。在这种时空里,对任意给定的类空曲面 $\mathscr{S}$,均存在一个最大时空区域(称为 $\mathscr{S}$ 的 Cauchy 发展),其中的事件总可以根据 $\mathscr{S}$ 上的状态来预言。Cauchy 发展具有这样一种性质(整体双曲性):如果其中的两点能用类时曲线连接起来,那么两点间必存在一条最长的类时曲线,这条曲线将是一测地线。

时空的因果结构可用于定义时空的边界或边缘。这种时空边界既代表无穷远，也代表有限距离上时空边缘的一部分，即时空的奇点。

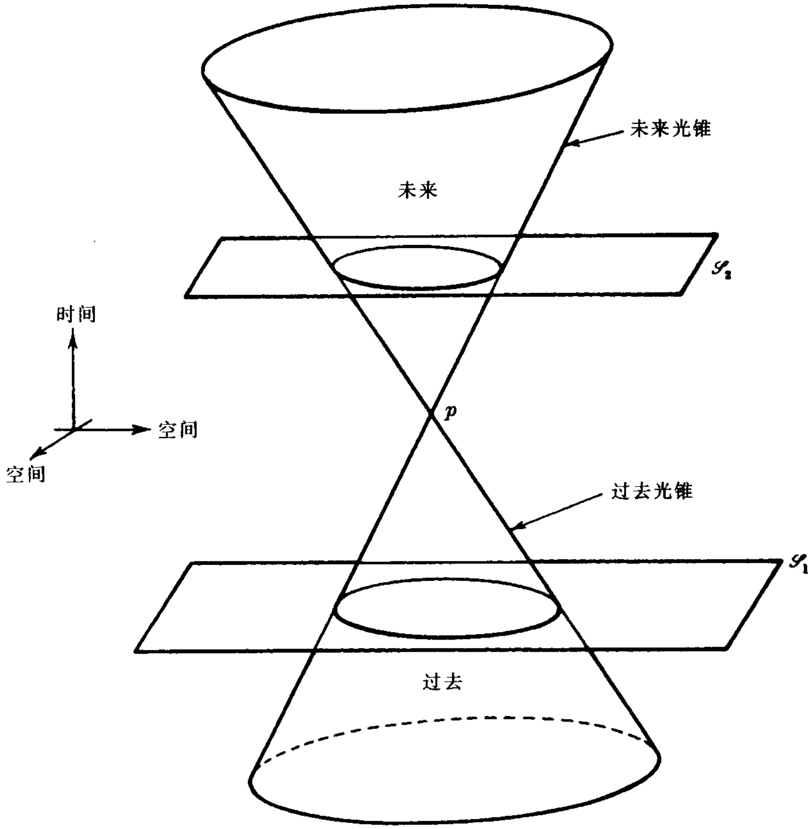

图 3　在狭义相对论里，某一事件 p 的光锥是所有通过 p 的光线的集合。p 的过去在过去光锥内，p 的未来则在未来光锥内。

在第 7 章，我们探讨广义相对论的 Cauchy 问题。我们将说明，类空曲面上的初始状态决定了曲面 Cauchy 发展的唯一解，而这个解在某种意义上将连续依赖于初始状态。我们将这些内容列为一章是出于
7 完整性的考虑，同时也因为它用了前一章的很多结果。但这一章不是理解后面章节所必需的。

第 8 章将讨论时空奇点的定义。这有一定难度，因为我们还不能认为这些奇点是时空流形 $\mathscr{M}$ 的一部分。

这之后我们证明四个定理，它们确立了一定条件下必然出现时空奇点。这些条件分为三种：首先要求引力必须是吸引性的，这可以表述为关于能量-动量张量的一个不等式；其次要求某个区域有足够多的物质以阻止任何事物从该区域逃逸出去，为满足这个条件，要求存在
一闭合俘获面，或要求整个宇宙在空间上是闭合的；第三个要求是不 8
得违反因果性。当然，这个要求对其中一个定理是不必要的。论证的主要思想是，利用第 6 章的结果证明，某些点对之间必然存在最长类时曲线。然后我们再说明，如果不存在奇点，那么必存在焦点，这说明点对间不存在最长曲线。

接下来我们描述 Schmidt 提出的一种时空边界的构造过程。这种边界代表某种时空奇点，但可能不同于第 6 章定义的代表奇点的因果边界的部分。

在第 9 章，我们将说明，质量大于 1.5 倍太阳质量的恒星，在其演化的最后阶段，会满足第 8 章定理 2 的第二个条件。此时出现的奇点有可能隐身于事件视界的背后，从而无法从外面看到。对外部观察者而言，恒星原来的地方似乎出现了一个“黑洞”。我们将讨论这种黑洞的性质，说明它们最终将成为 Kerr 解中的某个状态。假如情况确实如此，那么我们可以为从黑洞提取能量设定一个上限。在第 10 章我们将证明，第 8 章的定理 2、3 的第二个条件，在时间反转的意义上，能在整个宇宙得到满足。从这个意义说，奇点存在于过去，它构成我们看到的这个宇宙或其部分的开端。

本书 §3.1、§3.2 和 §3.3 属基础的引导材料。想弄懂奇点存在性定理的读者，只需进一步阅读第 4 章、§6.2 ~ §6.7 以及 §8.1 和 §8.2。这些定理对坍缩星体的应用见 §9.1（还用了附录 B 的结果）；而对宇宙整体的应用见 §10.1，它还需要理解 Robertson – Walker 宇宙模型（§5.3）。我们将奇点本性的讨论放在 §8.1、§8.3 ~ §8.5 和 §10.2。Taub – NUT 空间作为例子在讨论中起着重要作用（§5.8），Bianchi I 型宇宙模型（§5.4）也有一定意义。

愿意和我们一起讨论黑洞的读者，只需阅读第 4 章、§6.2 ~ §6.6、§6.9 以及 §9.1 ~ §9.3。当然，要明白这些讨论还需弄懂 Schwarzschild 解（§5.5）和 Kerr 解（§5.6）。

最后，主要对 Einstein 方程的时间演化特性感兴趣的读者只需阅 9
读 §6.2 ~ §6.6 和第 7 章。他还可以从 §5.1、§5.2 和 §5.5 中找到

有趣的例子。

我们尽力为读者编制了索引，用来导引书中引入的所有定义及其相互关系。