華夏英才基金學術文庫

于英川 著

现代决策理论与实践

科学出版社
www.sciencep.com

華夏英才基金學術文庫

现代决策理论与实践

于英川　著

科学出版社

北京

内 容 简 介

决策科学就是研究决策规律，提供决策方法来帮助人们进行有效决策的科学。本书对现代决策理论中五个应用前沿分支的理论、方法和应用进行了系统的论述，五个分支分别为多目标决策、多属性决策、博弈论、战略决策、情景规划。作者注重实际，收集了许多国内外案例，以帮助决策者从事复杂的决策。

本书可作为决策实际工作者、研究工作者和咨询工作者的参考书，也可作为高等院校管理科学专业及相关专业学生的参考书。

图书在版编目(CIP)数据

现代决策理论与实践/于英川著.—北京:科学出版社,2005
(华夏英才基金学术文库)
ISBN 7-03-014569-0

Ⅰ.现…　Ⅱ.于…　Ⅲ.决策学　Ⅳ.C934

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2004)第 116801 号

责任编辑:李　敏　李俊峰 / 责任校对:宋玲玲
责任印制:钱玉芬 / 封面设计:黄华斌

科学出版社 出版
北京东黄城根北街16号
邮政编码:100717
http://www.sciencep.com
源海印刷有限责任公司印刷
科学出版社发行　各地新华书店经销
*
2005年8月第　一　版　　开本:B5 (720×1000)
2005年8月第一次印刷　　印张:17
印数:1—3 000　　字数:330 000

定价:37.00 元

(如有印装质量问题,我社负责调换〈环伟〉)

前　言

人类有组织的社会、经济、军事等活动总离不开决策。决策科学就是研究决策规律，提供决策方法来帮助人们进行有效决策的科学。1938年，英国OR(operations research)小组开创了军事运筹学研究的先河，揭开了决策科学的第一页。至20世纪70年代，数学规划、搜索论、库存论、更新论、决策分析已成为人们决策的重要辅助工具，并被写入运筹学的教科书。20世纪80年代以来，博弈论已成为经济学的新语言，多目标决策、多属性决策、战略决策、情景规划等决策新理论也逐渐受到人们的重视，成为应用前沿。多目标决策是单目标决策的推广，它更接近人们的日常决策，因为对一项实际活动的决策总是涉及几个追求的目标。单目标向多目标推广碰到的一个重要问题是决策者的偏好直接影响到他对各个目标重要性的看法，因而要针对每个决策者建立他本人的价值函数，进而寻求使价值最大的解。多属性决策处理的是某些目标无法量化的多目标决策问题，产生了一整套新的决策方法。博弈论在经济学领域中显示了强大威力，在组织管理中也越来越成为重要的工具。战略决策是一个组织最高的决策，具有艺术与科学双重特征，寻求各种战略逻辑，设计战略方案是组织管理的发展趋势。情景规划是战略决策的一种，是针对日益复杂、快速变化的环境而建立的一种新的分析工具，它不再沿用历史延续式的外推思路，而是建立若干个情景，针对多情景构建战略决策方案。随着应用上述五种理论工具解决问题的活动增多，人们积累的相关知识越来越多，总结和介绍相关的理论和应用经验，显得越来越重要。

作者近年来较多从事决策和咨询工作，深感建立相关的理论和应用框架，综合运用运筹学、决策科学知识创造性解决问题的重要性。针对

目前尚缺乏介绍现代决策理论及应用的著作,整理了这个领域国内外的新发展,结合自己在决策理论和应用方面的工作,写成了这本书,以期与读者共享。

本书共5章,分别为:多目标决策,多属性决策,博弈论,战略决策,情景规划。立足于现代决策的理念,保持前后呼应、逻辑一致,留有发展研究的空间。特别重视应用,许多材料来自于近年来的科研和咨询活动。一部分材料曾在研究生教学、企业高层管理培训中使用,并根据学者意见进行了完善。

作者精心地选择材料,为使读者能较快地掌握问题本质,一些理论仅叙述成果,指明来源,不过多讲解,以免影响读者注意力。对关键内容尤其是别处难以寻觅的,则不吝笔墨,详细叙述,但仍注意简明扼要。

本书写作中,承于丽英博士大力协助,第2章主要是她的工作。阚毓伟硕士、于健硕士、高丽硕士、张守森硕士、赵静硕士和李东富也做了很多工作,在此对他们表示感谢。我还要感谢所有为我提供资料、案例的同事和学生们。

于英川

2005年6月

目　　录

前言
1　多目标决策 …… 1
1.1　引言 …… 1
1.2　多目标决策问题的有效解 …… 4
1.3　偏好和多目标决策问题的最优解 …… 7
1.3.1　偏好 …… 7
1.3.2　价值函数 …… 9
1.3.3　多目标决策问题的偏好结构 …… 9
1.3.4　具有价值函数的偏好结构下多目标决策问题的最优解 …… 10
1.4　目标规划 …… 11
1.4.1　目标与距离 …… 11
1.4.2　各种目标规划模型 …… 12
1.5　评分法 …… 14
1.6　层次分析法(AHP) …… 17
1.6.1　评分法与层次分析法 …… 17
1.6.2　单排序层次分析 …… 18
1.6.3　层次总排序 …… 21
1.6.4　中国企业海外并购战略影响因素分析(AHP案例分析) …… 22
1.6.5　正矩阵及其特征根 …… 27
1.6.6　判断矩阵的一致性 …… 27
1.6.7　矩阵最大正特征根与特征向量计算法 …… 30
1.6.8　改进的层次分析法 …… 31
2　多属性决策 …… 34
2.1　多属性决策理论和方法的研究概况 …… 34
2.1.1　关于多属性决策 …… 34
2.1.2　关于群体多属性决策 …… 35

2.2 多属性决策问题 …… 36
2.2.1 模型 …… 36
2.2.2 确定型多属性决策问题的属性转换 …… 37
2.3 多属性决策问题的求解 …… 40
2.3.1 确定型多属性决策问题的求解方法 …… 40
2.3.2 不确定多属性决策问题的求解方法 …… 44
2.4 群体多属性决策问题求解 …… 49
2.4.1 模型和解 …… 49
2.4.2 区间数的确定方法 …… 50
2.4.3 排序方法 …… 52
3 博弈论 …… 55
3.1 引言 …… 55
3.1.1 博弈论的内容体系 …… 56
3.1.2 博弈论关于局中人行为的假定 …… 57
3.2 博弈问题的模型表达 …… 59
3.2.1 展开式博弈模型 …… 59
3.2.2 策略式博弈模型 …… 64
3.2.3 合作博弈 …… 66
3.3 博弈模型的解 …… 70
3.3.1 不合作博弈的纳什均衡解 …… 70
3.3.2 不合作博弈均衡的存在性 …… 74
3.3.3 合作博弈的解 …… 79
3.4 非合作博弈模型解的计算方法 …… 83
3.4.1 离散策略式博弈 …… 83
3.4.2 连续策略式博弈 …… 85
3.4.3 展开式博弈模型求均衡解——逆向归纳法(求子博弈完美均衡) …… 86
3.4.4 完全竞争:零和博弈及解算方法 …… 90
3.5 竞争模型的应用 …… 96
3.5.1 产品垄断企业的市场决策 …… 96
3.5.2 同质产品市场双寡头同时产量决策竞争 …… 99
3.5.3 同质产品市场两企业先后产量决策竞争 …… 101

3.5.4 异质产品市场两企业产品价格决策 …… 102
4 战略决策 …… 104
4.1 引言 …… 104
4.1.1 战略、战略决策和战略管理 …… 104
4.1.2 战略管理历史 …… 108
4.1.3 战略决策和战略的重要作用 …… 113
4.2 战略决策制定方法 …… 115
4.2.1 战略决策的特点 …… 115
4.2.2 战略逻辑 …… 119
4.3 战略分析 …… 125
4.3.1 企业战略的使命与目标 …… 126
4.3.2 外部环境分析 …… 130
4.3.3 内部资源分析 …… 138
4.4 战略生成 …… 147
4.4.1 SWOT矩阵法 …… 147
4.4.2 驱动力法 …… 148
4.5 各种战略生成模型 …… 151
4.5.1 增长-份额矩阵 …… 153
4.5.2 优势矩阵 …… 158
4.5.3 竞争地位-市场吸引力矩阵 …… 159
4.5.4 定向政策矩阵 …… 163
4.5.5 生命周期战略 …… 167
4.5.6 核心能力战略 …… 173
4.5.7 多元化战略 …… 175
4.5.8 母合优势战略 …… 179
4.5.9 国际化战略 …… 185
4.6 战略评价与选择 …… 186
4.6.1 战略评价 …… 186
4.6.2 战略选择 …… 192
5 情景规划 …… 193
5.1 引言 …… 193

5.1.1 情景规划的产生 …… 193
5.1.2 情景规划与传统战略方法的不同 …… 194
5.1.3 为什么要研究情景规划？怎样研究情景规划 …… 195
5.2 情景规划原理和方法 …… 196
5.2.1 情景的概念 …… 196
5.2.2 情景规划的概念 …… 197
5.2.3 情景构造与情景预测 …… 200
5.2.4 情景规划详细过程 …… 203
5.2.5 在情景规划中易犯的错误 …… 207
5.3 情景规划中的工具 …… 209
5.3.1 识别关键变量的结构分析方法 …… 209
5.3.2 角色战略分析：MACTOR 方法 …… 213
5.3.3 形态学分析方法——情景可行性筛选 …… 222
5.3.4 降低不确定性：专家法和量化方法 …… 224
5.3.5 最后情景的选择 …… 228
5.4 情景规划案例介绍 …… 228
5.4.1 壳牌公司案例 …… 228
5.4.2 ELF 案例 …… 233
5.4.3 法国电力部门 EDF：公共事业的未来规划 …… 234
5.5 沿海大通道的情景规划案例 …… 243
5.5.1 课题的提出和研究系统的界定 …… 243
5.5.2 形势诊断和概况分析 …… 244
5.5.3 情景构造 …… 245
5.5.4 计量经济模型与情景预测 …… 251
参考文献 …… 259

1　多目标决策

1.1　引　　言

多目标决策是近年来出现的管理科学的一个应用性极强的分支,传统的单目标解析决策模型(如线性规划)仅假设决策对系统的一个目标有作用,这个过分简单的假设受到两方面的冲击,首先,它被认为太简单,不能反映现实世界,尤其是不能反映合作的决策过程中各方对自己利益的关心;其次,一个组织往往具有多个目标,在制定某项决策时,是否可以忽略多数目标,仅保留一个主要目标呢? 这也很难做到。先看下面的例子。

例 1-1(生产计划问题)　某公司生产 5 种产品:1 号品,2 号品,3 号品,4 号品,5 号品,其中 1 号、2 号产品是品牌产品。已知:该厂生产 $i(i=1,2,\cdots,5)$号品的生产能力是 a_i 件/小时,生产一件产品 $i(i=1,2,\cdots,5)$可获利润 α_i 元。根据市场预测,下一季度的 i 号品的最大销售量为$b_i(i=3,\cdots,5)$件,公司下一季度的生产总能力为 T 小时。问:应如何安排下一季度的市场计划,使工人加班时间尽量减少,公司获得最大的利润,1 号品和 2 号品供给尽可能多。

为制定下一季度的生产计划,设该厂下一季度生产 i 号品的时间为$x_i(i=1,2,\cdots,5)$小时。根据所给的已知条件,我们可以把问题中希望追求的三个目标用数量关系描述如下:

因为下一季度用 x_i 小时生产i 号品$(i=1,2,\cdots,5)$,故公司的生产总工时为 $\sum_{i=1}^{5}x_i$ 小时,工人的加班时间为 $\sum_{i=1}^{5}x_i-T$ 小时。为使工人加班时间尽量地少,应要求工人加班时间 $\sum_{i=1}^{5}x_i-T$ 达到最小。

下一季度该厂生产的 i 号品产量为a_ix_i 件,可获利润 $\alpha_ia_ix_i$ 元$(i=1,2,\cdots,5)$,因而公司总利润为 $\sum_{i=1}^{5}\alpha_ia_ix_i$ 元。为使该厂获得最大利润,应使总利润 $\sum_{i=1}^{5}\alpha_ia_ix_i$ 达到最大。

下一季度 1 号品和 2 号品的需求量尽可能多,因此要尽可能多地生产 1 号品和 2 号品以供应市场的需要,使 $a_1x_1+a_2x_2$ 达到最大。

根据实际经验,以上三个目标几乎同等重要,均不可忽略。

对于变量的约束,由题意可知,下一季度 i 号品的最大预测销售量为 $b_i(i=2,\cdots,$

5)件，所以 i 号品的产量 $a_i x_i$ 不超过 $b_i(i=2,3,\cdots,n)$ 件，即要求有

$$a_i x_i \leqslant b_i \qquad i=2,3,\cdots,5$$

为避免公司开工不足，生产总工时 $\sum_{i=1}^{5} x_i$ 应不低于开工能力 T，即

$$\sum_{i=1}^{5} x_i \geqslant T$$

此外，生产时间应为非负，故还有

$$x_i \geqslant 0 \qquad i=1,2,\cdots,5$$

综合以上讨论，所考虑的生产计划问题可以归为下面具有三个目标的多目标决策问题

$$\begin{cases} \min\left(\sum_{i=1}^{5} x_i - T\right) \\ \max\left(\sum_{i=1}^{5} \alpha_i a_i x_i\right) \\ \max\,(a_1 x_1 + a_2 x_2) \\ \text{s.t.}\quad b_i - a_i x_i \geqslant 0 \qquad i=3,\cdots,5 \\ \qquad\ \sum_{i=1}^{5} x_i - T \geqslant 0 \\ \qquad\ x_i \geqslant 0 \qquad i=1,2,\cdots,5 \end{cases}$$

例 1-2(投资决策问题)　某投资开发公司拥有总资金 A 万元，今有 $n(\geqslant 2)$ 个项目可供选择投资。该投资第 $i(i=1,2,\cdots,n)$ 个项目要用资金 a_i 万元，预计可得到收益 b_i 万元，问：应如何决策投资方案。

一个好的投资方案应该是投资少，且收益大，这应是两个地位相同的目标。

设投资决策变量

$$x_i = \begin{cases} 1, \text{投资第 } i \text{ 个项目} \\ 0, \text{不投资第 } i \text{ 个项目} \end{cases} \qquad i=1,2,\cdots,n$$

按问题所给的条件，投资第 $i(i=1,2,\cdots,n)$ 个项目的金额应为 $a_i x_i$ 万元，因而总投资金额为 $\sum_{i=1}^{n} a_i x_i$。为使投资所用的资金尽可能地小，应使 $\sum_{i=1}^{n} a_i x_i$ 达到最小。同时，为使获得的收益最大，又应要求 $\sum_{i=1}^{n} b_i x_i$ 达到最大。

此外，由于该公司的总资金为 A 万元，故要有约束条件

$$\sum_{i=1}^{n} a_i x_i \leqslant A$$

综上所述，所考虑的投资决策问题为两个目标的多目标决策问题

$$
\begin{cases}
\min \sum_{i=1}^{n} a_i x_i \\
\max \sum_{i=1}^{n} b_i x_i \\
\text{s.t.} \quad A - \sum_{i=1}^{n} a_i x_i \geqslant 0 \\
\qquad x_i = 0 \text{ 或 } 1 \qquad i = 1,2,\cdots,n
\end{cases}
$$

例 1-3(投资问题)　公司有 50 万元可用于两个项目投资,第一个项目有 10% 利润,被认为风险小,第二项目有 20% 利润,被认为风险大,公司希望得到一个利润与风险折中的方案,另外,由于各种原因,公司希望对第一项至少投资 10 万元。

令 x_1 为项目 1 的投资额(单位:万元),x_2 为项目 2 的投资额(单位:万元),约束条件为

$$
\begin{cases}
x_1 + x_2 \leqslant 50 \\
x_1 \geqslant 10 \\
x_1, x_2 \geqslant 0
\end{cases}
$$

第一个目标为利润

$$z_1 = 0.1x_1 + 0.2x_2$$

第二个目标是风险小,定义一种安全度

$$z_2 = x_1 - x_2$$

即投资第二项目多,则安全值差,反之,投资第一项目多,安全值高。因而第二个目标被转换为安全度。

总结问题,得模型

$$
\begin{cases}
\max z_1 = 0.1x_1 + 0.2x_2 \\
\max z_2 = x_1 - x_2 \\
\text{s.t.} \quad x_1 + x_2 \leqslant 50 \\
\qquad x_1 \geqslant 10 \\
\qquad x_1, x_2 \geqslant 0
\end{cases}
$$

上面的三个例子都是多目标决策问题。具有 n 个变量,m 个约束条件和 p 个目标的多目标决策的标准形式为

$$
\begin{cases}
\max f(x) = (f_1(x), f_2(x), \cdots, f_p(x)) \\
\text{s.t.} \quad x \in X
\end{cases}
$$

其中 $p \geqslant 2$, $x = (x_1, x_2, \cdots, x_n)^{\mathrm{T}} \in R^n$, $\boldsymbol{X}$ 是可行解集合,其中一种表达为 $\boldsymbol{X} = \{x \mid g_i(x) \leqslant 0\}$, $g_i(x) \leqslant 0$ 称为约束条件($i = 1, 2, \cdots, m$)。

其实,在实际经济活动中,多目标问题是经常碰到的。如一个国家的整个国民经济就是一个复杂的大系统,而这个大系统的活动就是一个多目标的,作为这个大

系统的每个子系统,如各地方、各部门、各企业,其经济活动也都是多目标活动,因此当研究大系统,如社会经济综合效益问题或者和谐社会规划问题时,就具有多目标的特点。

多目标决策问题的共同特点是:

(1) 目标之间的不可公度性

目标之间的不可公度性,是指各个目标没有统一的衡量标准,因而很难进行比较。例如外贸出口商品中,数量有各种计量,如台、吨、件等,商品质量又有合格率等,数量与质量间无公共度量。

(2) 目标之间的冲突性

大部分目标决策问题存在着冲突。即如果采用这 1 种方案去改进某一目标的值,很可能会使另一目标的值变差。如建水库大坝,若提高发电量,就要增加水头高度,增加坝高,但是这就会增加成本,提高投资。

1.2　多目标决策问题的有效解

由于上节总结的多目标决策问题的特征,单目标决策问题解的概念已不适用,本节主要主要建立多目标决策问题解的概念,下面我们通过例 1-3 来展开讨论。

几何讨论如图 1-1、图 1-2。将问题的可行解域表示在平面上(决策空间),可行解域 X 是三角形阴影区,可行解域 X 中每一个点表示一个决策(x_1,x_2),它对应有两个目标值(z_1,z_2),例如$(x_1,x_2)=(30,20)$对应$(z_1,z_2)=(7,10)$,我们在 z_1-z_2 平面(目标空间)上表示出对应的决策(x_1,x_2)的目标区域,也是一个三角形区 C。

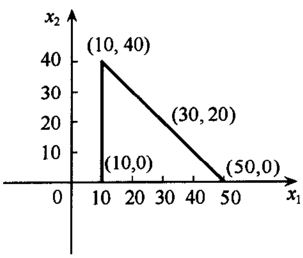

图 1-1　决策空间

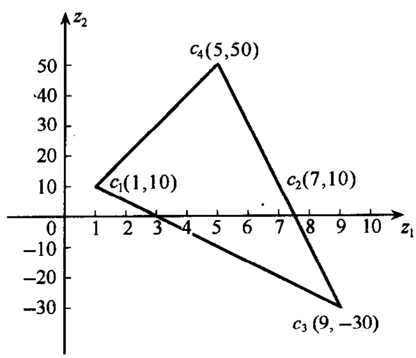

图 1-2　目标空间

对于一个多目标决策问题

$$\begin{cases}\max f(x) = (f_1(x), f_2(x), \cdots, f_p(x)) \\ \text{s.t.} \quad x \in X\end{cases}$$

记决策空间为 $X = \{x \mid g_i(x) \geqslant 0, i = 1, 2, \cdots, m\}$，目标空间为

$$Z = \{(z_1, z_2, \cdots, z_p) \mid z_k = f_k(x), k = 1, 2, \cdots, p\}$$

在研究解的可行性时，我们往往注意于决策空间，在研究解的优劣时则利用目标空间，涉及决策的比较，我们引进两个基本概念：优于和有效解。

因为 $c_4 = (5, 50)$ 的两个坐标分别大于 $c_1 = (1, 10)$ 两个坐标，我们可以说 c_4 优于 c_1。$c_2 = (7, 10)$ 的第一个坐标大于 $c_1 = (1, 10)$ 的第一个坐标，而它们第二个坐标相同，我们也称 c_2 优于 c_1。

但是，我们找不到一个可行解的目标是优于 $c_2 = (7, 10)$，c_4 也是同样情况。

定义 1-1 两个可行解 $x^1, x^2 \in X$ 有 $z_k(x^1) \geqslant z_k(x^2)$，$k = 1, 2, \cdots, p$，且至少存在一个绝对不等式，则称 x^1 优于 x^2。一个可行解 x 若满足下面的性质则称为有效解或非劣解：不存在任何一个可行解优于它，即不存在 $\bar{x} \in X$ 满足 $z_k(\bar{x}) \geqslant z_k(x)$，$k = 1, 2, \cdots, p$，且至少有一个绝对不等式存在。

有效解或非劣解实质上是淘汰劣解后剩下的可行解，可作为决策选择的基础。

对线性问题

$$(\text{VMP})\begin{cases}\max C^k X & k = 1, 2, \cdots, p \\ \text{s.t.} \quad AX \leqslant b \\ \qquad X \geqslant 0\end{cases}$$

可以给出一些求有效解的方法。

首先定义具体化，若 X，Y 为 VMP 的两个可行解，$C^k X \geqslant C^k Y$，对所有 $k = 1, 2, \cdots, p$ 成立，而 $C^k X > C^k Y$ 对某些 k（至少一个）成立，根据定义 1-1 则称 X“优于”Y。

若 X^* 是可行解，不存在可行解 X 使 $C^k X \geqslant C^k X^*$，$k = 1, 2, \cdots, p$，且 $C^k X > C^k X^*$ 对某些 k（至少一个）成立，则 X^* 是有效解。

设 $\widehat{X}$ 是一个可行解，如何判定 $\widehat{X}$ 是否有效解呢？

建立下面线性规划问题（LP）模型

$$\text{LP}(\widehat{X})\begin{cases}\max \sum\limits_{k=1}^{p} C^k X \\ \text{s.t.} \quad C^k X \geqslant C^k \widehat{X} \\ \qquad AX \leqslant b \\ \qquad X \geqslant 0 \qquad k = 1, 2, \cdots, p\end{cases}$$

判断法则：若 LP($\hat{X}$)的最优解是 $\hat{X}$，则 $\hat{X}$ 是有效解；否则 $\hat{X}$ 不是有效解，而若 LP($\hat{X}$)之最优解是 $Y(Y\neq\hat{X})$，则 Y 是另一个有效解。此法则可用对偶理论证明之，这里略去。

例 1-4 已知一个多目标决策问题(VMP)

$$(\text{VMP})\begin{cases}\max z_1 = x_1 - x_2 + x_3 \\ \max z_2 = - x_1 - 2x_2 + x_3 \\ \max z_3 = 2x_1 + x_2 + x_3 \\ \text{s.t.}\quad x_1 + 3x_2 + x_3 \leqslant 5 \\ \qquad\quad 2x_1 + x_2 + 2x_3 \leqslant 4 \\ \qquad\quad x_1, x_2, x_3 \geqslant 0\end{cases}$$

设 $\hat{X}=(2,0,0)$，则构造模型

$$\text{LP}(2,0,0)\begin{cases}\max z = 2x_1 - 2x_2 + 3x_3 \\ \text{s.t.}\quad - x_1 + x_2 - x_3 \leqslant -2 \\ \qquad\quad x_1 + 2x_2 - x_3 \leqslant 2 \\ \qquad\quad -2x_1 - x_2 - x_3 \leqslant -4 \\ \qquad\quad x_1 + 3x_2 + x_3 \leqslant 5 \\ \qquad\quad 2x_1 + x_2 + 2x_3 \leqslant 4 \\ \qquad\quad x_1, x_2, x_3 \geqslant 0\end{cases}$$

应用判断法则时，可以求解 LP(2,0,0)，也可利用互补性条件检查 $\hat{X}=(2,0,0)$是否最优解，现利用后者先写出对偶规划(DP)

$$(\text{DP})\begin{cases}\min w = -2v_1 + 2v_2 - 4v_3 + 5y_1 + 4y_2 \\ \text{s.t.}\quad - v_1 + v_2 - 2v_3 + y_1 + 2y_2 \geqslant 2 \\ \qquad\quad v_1 + 2v_2 - v_3 + 3y_1 + y_2 \geqslant -2 \\ \qquad\quad - v_1 - v_2 - v_3 + y_1 + 2y_2 \geqslant 3 \\ \qquad\quad v_1, v_2, v_3, y_1, y_2 \geqslant 0\end{cases}$$

在 $\hat{X}=(2,0,0)$处互补条件为

$$\left.\begin{array}{l}x_1 + 3x_2 + x_3 = 2 < 5 \rightarrow y_1 = 0 \\ x_1 = 2 > 0 \rightarrow - v_1 + v_2 - 2v_3 + y_1 + 2y_2 = 2\end{array}\right\}\rightarrow - v_1 + v_2 - 2v_3 + 2y_2 = 2$$

同理简化另两个条件。

满足互补性条件的 $v_1, v_2, v_3, y_2, y_1=0, t_1=0, t_2, t_3$ 为下面方程组的非负解(t_i 为过剩变量)

$$\begin{cases} -v_1+v_2-2v_3+2y_2=2 \\ v_1+2v_2-v_3+y_2-t_2=-2 \\ -v_1-v_2-v_3+2y_2-t_3=3 \end{cases}$$

这可用线性规划的两阶段法求之，得非负解$(v_1,v_2,v_3)=(0,0,1)$，$(y_1,y_2)=(0,2)$，互补性条件成立，因此$\hat{X}=(2,0,0)$是有效解。

又取$\hat{X}=\left(0,\frac{6}{5},\frac{7}{5}\right)$，则使用互补条件得之，方程组无非负解，又 $LP^*\left(0,1\frac{1}{5},1\frac{2}{5}\right)$的最优解为$\left(3,1\frac{1}{5},1\frac{2}{5}\right)$，它优于$\hat{X}$，$\hat{X}$不是有效解，此$\left(\frac{3}{5},1\frac{1}{5},1\frac{2}{5}\right)$是有效解。

1.3　偏好和多目标决策问题的最优解

对于一个多目标决策问题，排除了劣解，我们得到了一个非劣解的集合，一般讲该集合不止一个元素，或者说非劣解不只是一个，有时还会很多。就我们的原有知识我们不能再划分非劣解之间的优劣，而从每个决策者的角度来看，他对目标间的重要性有自己的看法，而这种看法因决策者不同而异，这说明决策者判断“最优”的依据除去“非理性”外还有其他的内容，但这个内容不是共同的。我们用“偏好”来表达决策者关于“最优”的判断。本节将从理论上来研究“偏好”等概念。

1.3.1　偏好

对于两个候选决策方案（即决策空间的两个点）x^1 和 x^2 的目标点 z^1 和 z^2（目标空间），一个决策者会有下面的认识中的一种：

① z^1 比 z^2 好，记为 $z^1 \succ z^2$；

② z^2 比 z^1 好，记为 $z^1 \prec z^2$；

③ z^1 和 z^2 无差别，即同等重要，记为 $z^1 \sim z^2$；

④ 无法得出上面三种判断，或说无法比较，即 $z^1\ ?\ z^2$。

一个决策者对目标空间 Z 中任何两个均有确定认识，即“$\succ$”、“$\prec$”、“$\sim$”、“?”，这就决定了 Z 上的一个偏好。

例 1-5　某公司准备提升一位部门经理，由人事部门对三个候选人就能力、合作精神、进取心进行评优，给出了分数，如表 1-1。

表 1-1　候选人评分表

得分	候选人 1(z^1)	候选人 2(z^2)	候选人 3(z^3)
能力	7	8	9
合作	8	9	7
进取	9	7	8

该公司总裁在选拔干部时,注意特长,他喜欢在某一方面比别人分数高的人,当某人一项指标高过另一人 2 分,他就认为前者好,因此他的看法是

$$z^1 \succ z^2 \qquad z^2 \succ z^3 \qquad z^3 \succ z^1$$

但是依他的看法,无法在三人中选择他认为最好的。

该公司副总裁则注意合作精神和进取心,他认为这两项评分之和高者是优秀人才,因此他的看法是

$$z^1 \succ z^2 \qquad z^2 \succ z^3 \qquad z^1 \succ z^3$$

依他的看法,第一候选人可当部门经理。

由这个例子可知,每个人有不同的偏好,从而可能产生不同的选择,但不一定能有一个确定的“最优”选择。

定义 1-2　① X上建立在“$\succ$”、“$\prec$”、“$\sim$”、“?”的偏好指的是 $Z \times Z$ 的子集:$\{\succ\}=\{(z^1,z^2)\mid z^1\succ z^2\}$,$\{\prec\}=\{(z^1,z^2)\mid z^1\prec z^2\}$,$\{\sim\}=\{(z^1,z^2)\mid z^1\sim z^2\}$,$\{?\}=\{(z^1,z^2)\mid z^1 ?\ z^2\}$。

② 为方便,令$\{\succsim\}=\{\succ\}\cup\{\sim\}$,$\{\precsim\}=\{\prec\}\cup\{\sim\}$,$\{\succ ?\}=\{\succ\}\cup\{?\}$,$\{\prec ?\}=\{\prec\}\cup\{?\}$。

③ 称上述偏好集合全体组成 Z 上的一个偏好结构$P(\{\succ\},\{\sim\},\{?\})$。(注:$\{\succ\}$与$\{\prec\}$是对称的,仅写一个)

例 1-5 中总裁的偏好结构 $P(\{\succ\},\{\sim\},\{?\})$为

$$\{\succ\} = \{(z^1,z^2),(z^2,z^3),\ (z^3,z^1)\}$$
$$\{\prec\} = \{(z^2,z^1),(z^3,z^2),(z^1,z^3)\}$$
$$\{\sim\} = \{(z^1,z^1),(z^2,z^2),(z^3,z^3)\}$$
$$\{?\} = \varnothing$$

副总裁的偏好结构 $P(\{\succ\},\{\sim\},\{?\})$为

$$\{\succ\} = \{(z^1,z^2),(z^2,z^3),\ (z^1,z^3)\}$$
$$\{\prec\} = \{(z^2,z^1),(z^3,z^2),(z^3,z^1)\}$$
$$\{\sim\} = \{(z^1,z^1),(z^2,z^2),(z^3,z^3)\}$$
$$\{?\} = \varnothing$$

例 1-6(Pareto 偏好)　在求有效解时,实际上是用了一个人们普遍接受的偏好结构——Pareto 偏好。