总主编/蔡上鹤

特别合作 sina新浪网 中学生学习报

Magic

魔力！高效！经典！权威！

MAGIC MATH 魔法数学

魔法数学

Magic Math

专题突破

圆锥曲线方程

高中版

体验征服学习考试精彩感觉！

丛书主编/严文科

请认准此防伪标识

补上你知识木桶上最短的那一块

- 最全面、最创新的素质教育
- 最科学、最优化的学习流程
- 最新颖、最独到的情境设置

著名节目主持人
魔法教辅品牌代言人 何炅

长征出版社
CHANGZHENG PRESS

总主编/蔡上鹤

Magic

魔力！高效！经典！权威！

魔法数学

MAGIC MATH

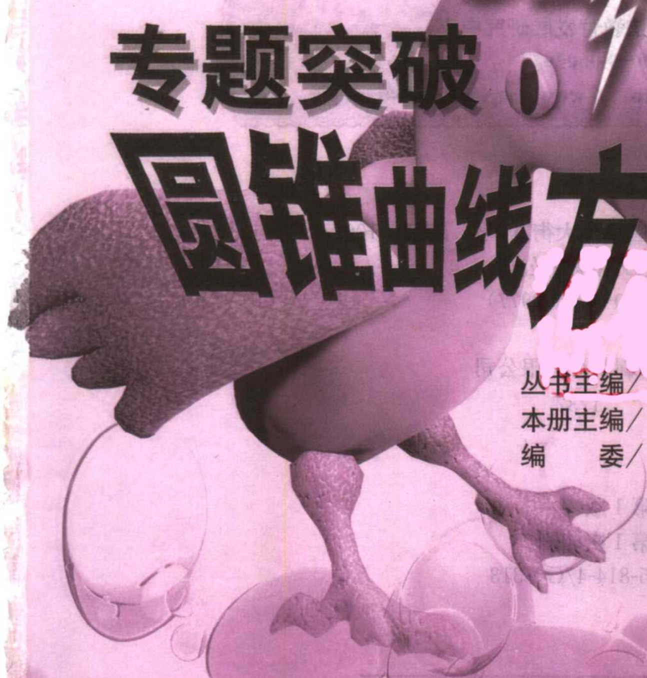
魔法数学

Magic Math

专题突破

圆锥曲线方程

高中版



丛书主编/ 严文科

本册主编/ 李　慧　孙江昆　张　笋

编　　委/ 朱　林　邵承青　孙炳木

周正实　关清波　杜敦杰

于春明　于文君

长征出版社

CHANGZHENG PRESS

图书在版编目（CIP）数据

魔法数学专题突破．高中：圆锥曲线方程/李慧，张笋，孙江昆主编．—北京：长征出版社，2004

ISBN 7-80015-814-4

Ⅰ．魔…　Ⅱ．①李…　②张…　③孙…　Ⅲ．数学课—高中—教学参考资料　Ⅳ．G634.603

中国版本图书馆 CIP 数据核字（2004）第 044321 号

魔法数学专题突破高中版

主创设计 / 魔法教育发展研究中心
电　　话 / 010－80602977
网　　址 / http：//www. magic 365. com. cn

出　　版 / 长征出版社
（北京市西城区阜外大街 34 号　邮编：100832）
行销企划 / 北京九恒世纪文化有限公司
（服务热线：010－80602977）
经　　销 / 全国新华书店
印　　刷 / 三河市三佳印刷装订有限公司
开　　本 / 880×1230　　1/32
字　　数 / 4160 千字
印　　张 / 130 印张
版　　次 / 2004 年 6 月第 1 版
印　　次 / 2004 年 6 月第 1 次印刷
书　　号 / ISBN 7-80015-814-4/G・313
全套定价 / 192.00 元

Magic

魔法系列丛书

Magic

致读者

在新的世纪，国内基础教育正发生着日新月异的变化，广大教师和学生对中学教辅读物出版创新的呼声也此起彼伏：中学教辅需要精品，需要品牌，需要从更远、更新的角度重新打造！在这一大背景下，魔法英语以其独特的品质和魅力赢得了读者的尊重和认可，应接不暇的咨询电话和雪片般的订单让我们更加深刻地体会到：中国的基础教育太需要"魔法"这样卓越的图书了！

数以万计的中学教师和学生问我们：你们何时出版"魔法语文""魔法数学""魔法物理""魔法化学"等其他学科的图书？

肩负着社会的责任，带着广大中学师生的期盼，我们联合了美国蒙登戈国际语言研究中心、英国剑桥国际语言研究院等国内外数十所教育研究机构，邀请了张定远、蔡上鹤、薄冰、张同恂、程耀尧、刘真、杨启楠、臧嵘、刘淑梅等十余名基础教育界权威、国内顶级教材专家，在北京四中、黄冈中学、华东师大附中、清华大学附中、北大附中等国内百余所重点中学的鼎力协助下，隆重推出了以《魔法英语》为龙头的《魔法语文》《魔法数学》《魔法物理》《魔法化学》《魔法生物》《魔法政治》《魔法历史》《魔法地理》系列魔法图书。

"享受学习每一刻！"是魔法系列图书最基本的理念，我们希望把魔法系列图书这一成功的理念推广到中学教育的每一个学科、每一个年级、每一个领域。

一千多位教育专家及知名特高级教师联手缔造的魔法系列图书，已经走在中学教辅图书的最前沿，成为一个全新的中学教辅品牌！一个真正由专家打造的具有国际品质的中学教辅品牌！

我们希望给中学生提供一个崭新的学习平台，为每位读者付出的时间和殷切的期待提供丰厚的回报。我们力求通过不懈的努力，让魔法系列图书解放中学生的学习，解放中学生的考试，让学习变得"轻松、快乐、高效"的思想光芒照耀每位读者！

我们与读者的心是相通的，同广大一线教师的心是相通的。现在，我们付出的每一份努力，都得到了广大教师和读者的支持和肯定。面对这些勉励和关怀，我们将会以百倍的努力来报答。未来我们会做得更好，这是我们的目标，也是我们不变的承诺。

魔法系列图书愿做中学生学习的最佳助手，最贴心的朋友！让魔法系列图书伴随着我们的幸福、快乐和回忆，一起成长！

魔法教育发展研究中心

2004.6

Magic

魔法数学

前　言

Preface

根据教育专家多年的研究发现，几乎每位学生在学习过程当中都有薄弱的学科，每一学科中都有薄弱的专题，而正是这些薄弱学科、薄弱的专题阻碍了学生的成功。“亡羊补牢，未为迟也。”为了帮助更多中学生在高考中走向成功，我们组织了全国数十名有多年教学和研究经验的特高级教师、教研员，在张定远、薄冰、蔡上鹤、张同恂、程耀尧、刘真、杨启楠、臧嵘、刘淑梅等中学教育界权威、教材专家的悉心指导下，在北京四中、黄冈中学、华东师大附中、清华大学附中、北大附中等国内百余所重点中学的鼎力协助下，精心编写了本系列图书。

本丛书在编写过程中秉承“科学划分、高效实用”的编写理念，尊重现行教材体系，依据教学大纲与考试大纲，结合近几年数学命题实践及课堂教学实际，将高中数学专题科学地设置为：《集合与简易逻辑》《函数》《数列》《三角函数》《平面向量》《不等式》《直线与圆的方程》《圆锥曲线方程》《空间直线与平面》《空间向量与简单几何体》《排列、组合、二项式定理》《概率统计（理）》《概率统计、导数（文）》《极限、导数、复数（理）》《高中数学思想方法》十五个分册。

本书具备如下特点：

细分专题，针对性强：适合高中不同年级的学生对自己的薄弱学科、薄弱专题集中复习，不受年级、教材限制。

内容详尽，重点突出：以大纲为面，考纲为线，所有该专题的内容全面详尽，重点难点内容突出。

表述灵活，直观高效：本书灵活使用图、表、眉批、旁注等多种表达方式进行内容阐述，使平常枯燥的学习过程变得直观、具体、高效。

信息敏锐，材料新颖：本书采用了大量的前沿性、趣味性、现实性资料，结合最新的高考信息和命题趋势，从最新的角度组织学习和复习，具有很强的实用性和超前性。

Magic

前　　言

Preface

丛书栏目功能定位如下：

【教考动态】紧扣教学大纲和考试大纲，总结分析中学教学教材改革的新趋势、新动向，突出最新考试信息和对未来高考命题走向的预测，有很强的指向性。

【知识精讲】对所涉及科目的知识点，高度集中地作全面、详尽地分析，以利学生在有限的时间里，集中补差、补弱，系统有效地提高自己的知识能力，补上自己知识木桶上最短的那一块。

【经典例题】针对【知识精讲】中的内容，重点精选一线教师多年积累的最典型例题进行分析，与知识精讲栏目形成互动，总结规律，点拨技巧，使学生融会贯通，举一反三，触类旁通。

【思维跨越】对重点、难点和热点延伸，使学生既从点上把握，又能够纵横扩展，最终对所学知识能够达到点面结合，灵活运用。

【范例剖析】针对【思维跨越】中的内容，对综合性强的拓展题作解析，结合最新的《考试大纲》，评价每道题的命题角度和能力层级要求，分析解题过程，点拨解题技巧。

【高考连线】收集了与本节内容相关的近几年的高考题并进行简要解析，使学生了解高考，感受高考，为决胜高考做准备。

【专题训练】专题训练由三个层次组成，第一层次的基础训练，重在基础；第二层次的拓展训练，重在提高；第三层次的综合训练，重在运用。通过这三个层次的练习从而使知识的训练由浅入深，阶梯形提高，最终达到把握基础知识，培养和提高学生的综合素质和应考能力。

尽管我们在编写过程中，本着对学生高度负责的态度，处处把关，但如果还有疏漏，诚请读者指正。

编　者

2004 年 6 月于北京

Magic

魔法数学

目　录

Contents

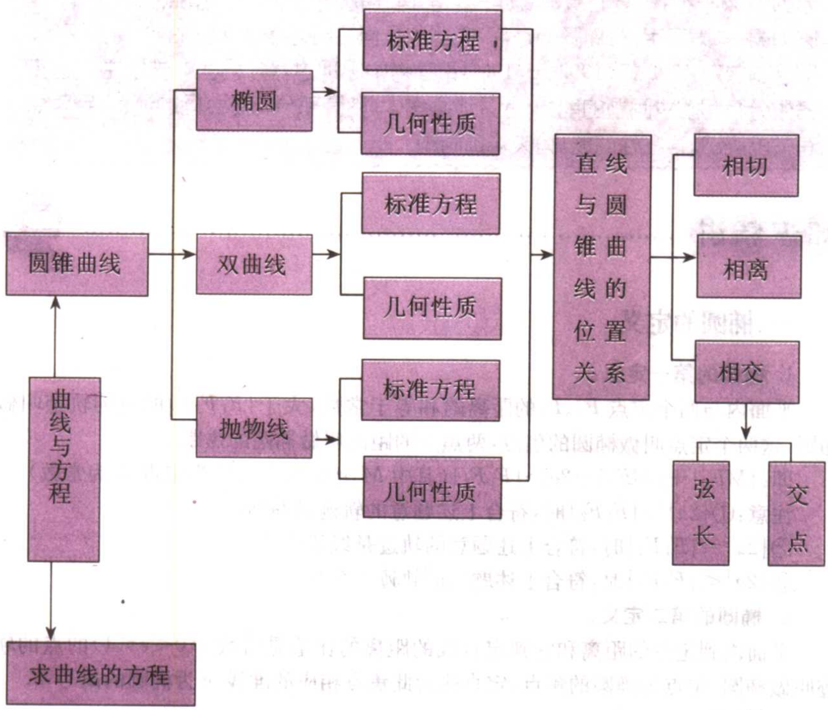
Magic

目 录

Contents

圆锥曲线方程

知识网络构建



第一讲　椭圆

教考动态

1. **教考要求**：掌握椭圆的定义、标准方程和椭圆的简单几何性质；理解椭圆的参数方程. 教纲一考纲一致.

2. **命题动向**：圆锥曲线是解析几何的核心内容，因而是高考重点考查的内容，在每年的高考试题中一般有 2～3 道客观题和一道解答题，分值约占全卷总分的 15%左右，难度上易、中、难三档都有. 椭圆部分高考中重点考查的是：椭圆的第一、第二定义，椭圆的方程，椭圆的几何性质，直线与椭圆的位置关系等. 解答题曾在 1992 年、1993 年、1995 年高考中出现过，难度适中，试题主要考查考生分析和解决问题的能力. 近几年高考中，椭圆部分的热点问题还有：与焦点有关的问题、存在性问题、有关轨迹问题.

知识精讲

一、椭圆的定义

1. 椭圆的第一定义：

平面内与两个定点 F_1、F_2 的距离的和等于常数（大于 $|F_1F_2|$）的点的轨迹叫做椭圆，这两个定点叫做椭圆的焦点，两焦点的距离叫做椭圆的焦距.

即：$|MF_1|+|MF_2|=2a>|F_1F_2|$（其中 M 为动点，F_1、F_2 为定点，a 为常数）

注意：①$|2a|>|F_1F_2|$时，符合上述题意的轨迹是椭圆；

②$|2a|=|F_1F_2|$时，符合上述题意的轨迹是线段 F_1F_2；

③$|2a|<|F_1F_2|$时，符合上述题意的轨迹不存在.

2. 椭圆的第二定义：

平面内到定点的距离和它到定直线的距离的比值是常数 $e(0<e<1)$ 的点的轨迹叫做椭圆. 定点为椭圆的焦点，定直线为此焦点相应的准线，e 为椭圆的离心率.

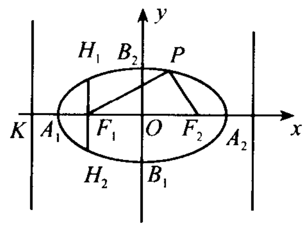
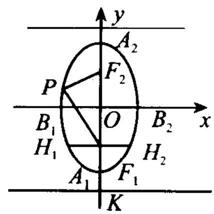
即 $\dfrac{|MF|}{d}=e(0<e<1)$

（M 为动点，F 为定点，d 为 M 到定直线 l 的距离）

注意：定点不能在定直线上是前提.

注意两个定义的综合运用.

二、椭圆的标准方程及简单的几何性质

	焦点在 x 轴	焦点在 y 轴
标准方程	$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$	$\frac{y^2}{a^2}+\frac{x^2}{b^2}=1(a>b>0)$
图形		
范围	$\|x\|\leqslant a \quad \|y\|\leqslant b$	$\|x\|\leqslant b \quad \|y\|\leqslant a$
对称性	关于 x 轴、y 轴、原点 $(0,0)$ 都对称	
顶点	$A_1(-a,0)A_2(a,0)$ $B_1(0,-b)B_2(0,b)$	$A_1(0,-a)A_2(0,a)$ $B_1(-b,0)B_2(b,0)$
焦点	$F_1(-c,0)F_2(c,0)$	$F_1(0,-c)F_2(0,c)$
长轴 短轴	线段 A_1A_2 叫做长轴，$\|A_1A_2\|=2a$，a 是长半轴长 线段 B_1B_2 叫做短轴，$\|B_1B_2\|=2b$，b 是短半轴长	
离心率	椭圆的焦距与长轴的比 $e=\frac{c}{a}$ $(0<e<1)$	
准线	$x=\pm\frac{a^2}{c}$	$y=\pm\frac{a^2}{c}$
焦半径	$\|PF_1\|=a+ex_0$ $\|PF_2\|=a-ex_0$	$\|PF_1\|=a+ey_0$ $\|PF_2\|=a-ey_0$
焦准距	焦点到相应准线的距离 $\|F_1K\|=\frac{a^2}{c}-c=\frac{b^2}{c}$，也称焦参数	
通径	过焦点且垂直于长轴的弦 $\|H_1H_2\|=\frac{2b^2}{a}$	
参数方程	$\begin{cases}x=a\cos\theta\\y=b\sin\theta\end{cases}$ （θ 为参数，称为离心角）	$\begin{cases}x=b\cos\theta\\y=a\sin\theta\end{cases}$ （θ 为参数，称为离心角）

1. **关于标准方程的说明：**

(1)标准方程中的常数 b 源于 $b^2=a^2-c^2$，常数 a 和 b 决定椭圆的大小和扁平程度，是椭圆的定形条件.

(2)焦点 $F_1(-c,0)$、$F_2(c,0)$的位置，是椭圆的定位条件，它决定椭圆的标准方程的类型. 也就是说，知道了焦点位置，其标准方程只有一种形式，不知道焦点位置，其标准方程具有多种类型.

(3)$Ax^2+By^2=C$ 表示椭圆的充要条件为：$\begin{cases}A,B,C\neq 0\\ AC>0\\ BC>0\\ A\neq B\end{cases}$

(4)任何一个椭圆，只要适当建立坐标系，都可转化为标准方程形式. 当且仅当椭圆的中心在原点，焦点在坐标轴上时，椭圆的方程才具有上述的标准形式.

2. **椭圆的焦点永远在长轴上.**

若给定椭圆标准方程$\frac{x^2}{m^2}+\frac{y^2}{n^2}=1(m>0,n>0)$，则焦点一定在 $\max\{m,n\}$所对应的坐标轴上. 其中 $\max\{m,n\}$表示 m 和 n 中的较大值.

3. **离心率 $e(0<e<1)$表示椭圆的扁平程度.**

e 越接近于 1，椭圆越“扁”，趋向于线段，e 越接近于 0，椭圆越“圆”，趋向于圆.

4. **椭圆的参数方程常用于求最值.**

三、直线与椭圆的位置关系

1. **位置关系的判定：**

直线与椭圆有三种位置关系：相交(割线)、相切(切线)、相离.

直线与椭圆的位置关系，可通过讨论椭圆方程与直线方程组成的方程组的实数解的个数来确定. 通常用消元后的关于 x(或 y)的一元二次方程的判别式 Δ 来确定，有：

$\begin{cases}\Delta>0\Leftrightarrow \text{方程有两个不等解}\Leftrightarrow \text{直线与椭圆相交}\\ \Delta=0\Leftrightarrow \text{方程有两个相等解}\Leftrightarrow \text{直线与椭圆相切}\\ \Delta<0\Leftrightarrow \text{方程无实数解}\Leftrightarrow \text{直线与椭圆相离}\end{cases}$

2. **直线与椭圆相切：**

(1)椭圆$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$上一点 $P(x_0,y_0)$处的切线方程为：

$$\frac{x_0x}{a^2}+\frac{y_0y}{b^2}=1$$

(2)直线 $Ax+By+C=0$ 与椭圆$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$相切的条件为：$A^2a^2+B^2b^2=C^2$

(3)过椭圆$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$外一点$P(x_0,y_0)$引椭圆的两条切线，切点分别为$P_1$、$P_2$，则直线$P_1P_2$(切点弦所在直线)的方程为：

$$\frac{x_0x}{a^2}+\frac{y_0y}{b^2}=1$$

(4)过切点与此点处切线垂直的直线称为椭圆的法线.法线的性质：经过椭圆上一点的法线平分过这一点的两条焦半径的夹角.

3. **直线与椭圆相交**：

(1)弦长公式：

设直线与椭圆交于$P_1(x_1,y_1)$、$P_2(x_2,y_2)$两点，直线P_1P_2的斜率为k，则

$$\begin{aligned}|P_1P_2|&=\sqrt{(x_1-x_2)^2+(y_1-y_2)^2}\\&=\sqrt{(x_1-x_2)^2\left[1+\left(\frac{y_1-y_2}{x_1-x_2}\right)^2\right]}\\&=\sqrt{(x_1-x_2)^2(1+k^2)}\\&=|x_1-x_2|\sqrt{(1+k^2)}\end{aligned}$$

同理可得$|P_1P_2|=|y_1-y_2|\sqrt{1+\frac{1}{k^2}}(k\neq0)$

故弦长公式

$$|P_1P_2|=|x_1-x_2|\sqrt{(1+k^2)}$$

$$|P_1P_2|=|y_1-y_2|\sqrt{1+\frac{1}{k^2}}(k\neq0)$$

其中，$|x_1-x_2|=\sqrt{(x_1+x_2)^2-4x_1x_2}$

$|y_1-y_2|=\sqrt{(y_1+y_2)^2-4y_1y_2}$可由韦达定理求得.

(2)弦的中点：

直线和椭圆相交时的弦的中点或弦中点的轨迹方程可以用韦达定理解决，如设直线$l:y=kx+b$与椭圆$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$相交于两点$A(x_1,y_1)$，$B(x_2,y_2)$，线段$AB$中点为$M(x_0,y_0)$，则：$x_0=\frac{x_1+x_2}{2}$，$y=\frac{y_1+y_2}{2}=kx_0+b$.

另外，也可用设而不求法进行求解：

由于$A(x_1,y_1)$，$B(x_2,y_2)$在椭圆上，则$\begin{cases}\frac{x_1^2}{a^2}+\frac{y_1^2}{b^2}=1 & (1)\\ \frac{x_2^2}{a^2}+\frac{y_2^2}{b^2}=1 & (2)\end{cases}$

(2)−(1)得$\frac{y_2^2-y_1^2}{b^2}=-\frac{x_2^2-x_1^2}{a^2}$，

即$\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}=-\frac{b^2}{a^2}\cdot\frac{x_1+x_2}{y_1+y_2}=-\frac{b^2}{a^2}\cdot\frac{2x_0}{2y_0}=-\frac{b^2}{a^2}\cdot\frac{x_0}{y_0}$，

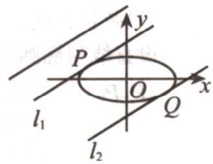
所以 $k=-\frac{b^2}{a^2}\cdot\frac{x_0}{y_0}$.

再结合点 M 在 l 上，点 M 的坐标适合 l 的方程，便可求得 M 的坐标，通常将此方法用于求弦的中点的轨迹问题.

4. **直线与椭圆相离**：

直线 $l: y=kx+b$ 与椭圆 $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$ 相离，在椭圆分别上找一点 P 和 Q，使得 P 到直线 l 的距离最小，Q 到直线 l 的距离最大.

如图：作与直线 l 平行的直线 $l_1(l_2): y=kx+m(m\neq b)$，



当 $l_1(l_2)$ 与椭圆相切时，得到切点 P、Q，则 P 即为所求的椭圆上到直线 l 距离最小的点，Q 即为所求的椭圆上到直线 l 距离最大的点，

联立 $\begin{cases} y=kx+m \\ \frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1 \end{cases}$，消 x（或 y）由 $\Delta=0$ 即可求得 m，

进而求得点 P、Q 的坐标，可得距离的最大、最小值.

实际上，最小距离即为两条平行线 l 和 l_1 之间的距离，最大距离即为两条平行线 l 和 l_2 之间的距离，利用平行线间距离公式即可求解.

经典例题

例 1　$\triangle ABC$ 中，点 $A(-2,0)$，$B(2,0)$ 且周长为 10，求 C 点的轨迹方程.

解：$|AB|+|AC|+|BC|=10$

$\therefore |AC|+|BC|=6>|AB|=4$

$\therefore C$ 点轨迹为以 A，B 为焦点，$a=3$ 的椭圆（除去长轴端点）.

由 $a=3$，$c=2$ 得 $b=\sqrt{5}$，

$\therefore$ 方程为 $\frac{x^2}{9}+\frac{y^2}{5}=1(x\neq\pm3)$

例 2　椭圆 $\frac{x^2}{25}+\frac{y^2}{9}=1$ 上一点 P 到左准线的距离 d 为 5，求它到右焦点 F_2 的距离.

解：由椭圆的第二定义，得 $\frac{|PF_1|}{d}=\frac{|PF_1|}{5}=e=\frac{4}{5}$，$\therefore |PF_1|=4$，

再由椭圆的第一定义，得

$|PF_1|+|PF_2|=2a=10$，$\therefore |PF_2|=6$.

例 3 若$\frac{x^2}{k-5}+\frac{y^2}{3-k}=-1$表示椭圆，求 k 的取值范围.

解：由$\begin{cases}5-k>0\\k-3>0\\5-k\neq k-3\end{cases}$ 得 $3<k<5$ 且 $k\neq4$

例 4 求椭圆焦点坐标.

(1)$\frac{x^2}{25}+\frac{y^2}{16}=1$；　　(2)$\frac{x^2}{16}+\frac{y^2}{25}=1$.

解：(1)$(3,0)$，$(-3,0)$　　(2)$(0,3)$，$(0,-3)$

例 5 已知$\frac{x^2}{16}+\frac{y^2}{9}=1$，求 $x+y$ 的最值.

解：设 $x=4\cos\theta$，$y=3\sin\theta$，$\therefore x+y=4\cos\theta+3\sin\theta=5\sin(\theta+\varphi)$，
$\therefore (x+y)_{\max}=5$，$(x+y)_{\min}=-5$.

思维跨越

1. 在解决某些动点轨迹问题时，可先根据题意，确定动点满足的条件，利用椭圆定义进行求解. 但要注意题设条件对变量范围的限制.

2. 设 P 是椭圆上任意一点，F_1、F_2 是椭圆的焦点，则$\triangle F_1PF_2$叫做焦点三角形.

焦点三角形面积为：$S_{\triangle F_1PF_2}=b^2\tan\frac{\alpha}{2}$.

(其中 $\alpha=\angle F_1PF_2$)（详见[范例剖析]例 2 证明）

3. 在处理解析几何问题时，既可以用代数的方法求值运算，又可以利用某些几何性质，数与形的相辅相成是处理这一部分题目的最佳方案. 另外要合理的选用椭圆的第一、第二定义，寻找变量之间的等量关系.

4. 与弦的中点有关的问题，通常采用以下两种方法求解：法一是将直线方程代入椭圆方程，建立关于 x(或 y)的一元二次方程，利用韦达定理求解；法二是将弦的两端点坐标分别代入椭圆方程，将所得两方程相减，再利用中点公式、直线的两点式斜率公式求解. 此方法可求直线方程、椭圆方程、中点坐标等.

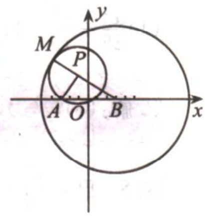
5. 某些实际问题，可通过建立恰当的平面直角坐标系，将其转化为解析几何中的椭圆问题进行求解.

范例剖析

范例1　已知动圆P过定点$A(-3,0)$，并且在定圆$B:(x-3)^2+y^2=64$的内部与定圆相切，求动圆的圆心P的轨迹方程.

分析：由两圆相切可得半径间关系，继而得到与椭圆有关的问题.

解析：如图，设动圆P和定圆B内切于点M，则动圆的圆心P到两定点——即定点$A(-3,0)$和定圆的圆心$B(3,0)$的距离之和恰好等于定圆半径.



即$|PA|+|PB|=|PM|+|PB|=|BM|=8$

椭圆的第一定义

$\therefore$点P的轨迹是以A,B为焦点，

长半轴长为4，短半轴长为$b=\sqrt{4^2-3^2}=\sqrt{7}$的椭圆，

$\therefore$其方程为$\frac{x^2}{16}+\frac{y^2}{7}=1$.

范例2　椭圆$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$上有点$P,F_1,F_2$分别是椭圆的焦点，$\angle F_1PF_2=\alpha$，则$\triangle F_1PF_2$的面积是________.

解析：由椭圆第一定义得$|PF_1|+|PF_2|=2a$

两边平方得：$|PF_1|^2+|PF_2|^2+2|PF_1|\cdot|PF_2|=4a^2$　①

又在$\triangle PF_1F_2$中由余弦定理得，

$|PF_1|^2+|PF_2|^2-2|PF_1|\cdot|PF_2|\cos\alpha=(2c)^2$　②

由①－②得$2|PF_1|\cdot|PF_2|=\frac{4a^2-4c^2}{1+\cos\alpha}=\frac{4b^2}{1+\cos\alpha}$

即$|PF_1|\cdot|PF_2|=\frac{2a^2-2c^2}{1+\cos\alpha}=\frac{2b^2}{1+\cos\alpha}$

$\therefore S_{\triangle F_1PF_2}=\frac{1}{2}|PF_1|\cdot|PF_2|\sin\alpha=b^2\frac{\sin\alpha}{1+\cos\alpha}=b^2\tan\frac{\alpha}{2}$　半角公式

探究提升

在椭圆中，若$\angle F_1PF_2=\alpha$，则焦点三角形F_1PF_2的面积是$S=b^2\tan\frac{\alpha}{2}$.

范例3　已知点$P(3,4)$是椭圆$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$上的一点，$F_1,F_2$为椭圆的