中国教育电视台同步讲座用书

四点导学

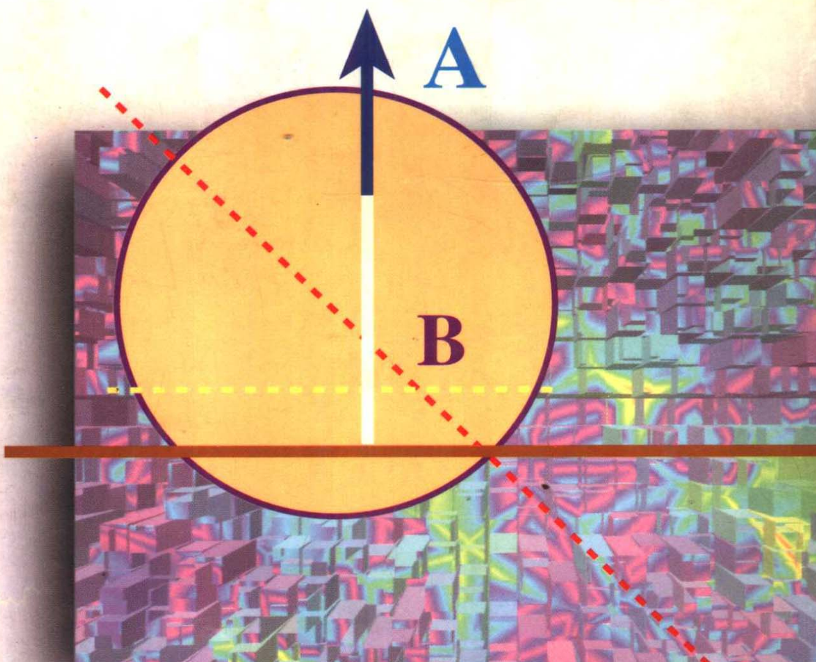
初三数学

宋佩璋 主编

■名师精编■专家主讲

■依据最新调整意见

■素质教育必备用书



中国少年儿童出版社

四点导学

数 学

（初 三）

宋佩璋 主编

中国少年儿童出版社

1998年5月

图书在版编目(CIP)数据

《四点导学》丛书:初三数学/宋佩璋主编. - 北京:中国少年儿童出版社,1998.5

ISBN 7 - 5007 - 4190 - 1

Ⅰ.四… Ⅱ.宋… Ⅲ.数学课 - 初中 - 教学参考资料 Ⅳ.G633

中国版本图书馆 CIP 数据核字(98)第 11455 号

《四点导学》丛书

初三数学

*

中国少年儿童出版社出版发行

廊坊人民印刷厂印刷　新华书店经销

*

850×1168　1/32　印张:12.125　字数:400 千字

印数:1 - 20000 册

1998 年 5 月北京第 1 版　1998 年 5 月第 1 次印刷

ISBN 7 - 5007 - 4190 - 1/G·2957　定价:14.80 元

四点导学丛书中学编委会名单

本册主编
宋佩璋

本册编著
李哲山　宋佩章　宗海霞

编写说明

为帮助广大中学学生掌握课文知识，培养提高自学能力，我们根据自己在各重点学校的多年教学实践经验，依据人教社新教材，紧扣新大纲，并参考了国家教委 1998 年新“调整意见”（教基[1998] 1 号）文件。编写了这套《四点导学》丛书，希望这套丛书能使广大中学生收到事半功倍之效，促进“从知识型向能力型转变”。同时也希望为广大同行在指导学生进行素质教育中提供一些参考。

“四点导学”丛书是由北京市海淀教师进修学校、北师大附属实验中学、人大附中、北大附中、首都师大附中、101 中学等名校的部分特、高级教师，深入研究了现代教育理论，并结合他们多年教学经验精心编写而成。本套丛书有以下几个鲜明的特点：

一、紧扣新大纲、新教材和新“调整意见”

本丛书编排上反映了学科体系，紧扣国家教委的新大纲和人教社的新教材，特别是参考了国家教委新“调整意见”。高中数学、物理均作了调整。初中部分考虑到各省改革内容不尽一致，我们只作了少量修改。

二、权威性高

参加本丛书编写的教师来自全国最为有名的重点学校，他们多数一直在教学第一线，所编内容则是他们所在学校的教育佳品，集中反映了各校师资力量和他们的教学水平。因此，极具有参考价值。

三、实用性强

在取材上考虑到问题的典型性、实用性、代表性、题型多样性和新颖性，不但满足广大学生理解课内知识的需要，而且在教材基础上作合理延伸，丰富本套书的知识面，为广大学生提高素质能力打下坚实的基础。

四、指导性强

本丛书力求系统地理顺各知识点。努力做到突出重点、疑点、难点，结合重点知识给方法、给思路，重视对学生的双基训练，重视知识的综合运用及知识向能力的转化。同时，配合电视讲座，使广大学生能更好地掌握所学知识，跳出题海。

本书在体例上分成以下几部分：第一部分是“知识点及其网络”，用图表、网络的形式对各学科的知识点进行科学的系统整理，努力把握各知识点；第二部分是“重点概述及例题解析”，把每门学科所应掌握的知识要点，以举例子的形式集中归纳分析，既达到让学生系统化学习，又起到“重点突出”的作用；第三部分是“难点简述及突破”，对部分内容繁杂的“重点”内容，注重解题思路的整理和提炼，做到举一反三，触类旁通；第四部分是“误点分析与指正”，在这里，编者匠心独具，通过病例剖析，进行“到位训

练”；第五部分是“单元测试和期中、期末试卷”，每个单元均配有一个单元测试，以便检验学生对该单元知识和技能的掌握程度；每个学科还配有期中、期末试卷；第六部分为参考答案，对一些典型试题作较为详尽的解答。

本丛书的编写，融入了众多教师的汗水和心血，也是现代教育成果的集中展示。我们由衷地盼望这套丛书对广大学生有所助益，由于时间仓促，书中不妥之处在所难免，欢迎广大中小学师生及社会各界朋友不吝赐教。

编　者

1998年6月

目　录

第一章　一元二次方程

第一节　一元二次方程及其解法

一、四点导学

（一）知识点与知识结构

分类	知识点概述	要求层次
概念	(1) 整式方程和一元二次方程的含义	B
	(2) 一元二次方程的一般形式	B
方法	(1)用直接开平方法解形如$(x-a)^2=b$ $(b\geqslant0)$的方程	C
	(2) 用配方法解一元二次方程，推导一元二次方程的求根公式	C
	(3) 用求根公式解一元二次方程	D
	(4) 因式分解法解一元二次方程	D

（二）重点提示与例析

本节重点为

1. 整式方程和一元二次方程的概念．
2. 灵活运用四种解法解一元二次方程．

例1　下列方程中整式方程有________________，一元二次方程有________________．

(1) $4x^2+\frac{1}{2x}+1=0$;

(2) $5x^2-38=x$;

(3) $4x^2-7xy+y^2=0$;

(4) $\frac{y^2}{5}=0$;

(5) $\frac{1}{\sqrt{3}}p^2-2=0$;

(6) $3y(y-1)+4y-5=3y^2$;

(7) $nx^2+2x-5=0$（n 为常数且 $n\neq0$）;

(8) $5mx^2+6nx+7p=0$（m、n、p 为常数）.

解 是整式方程的有（2）、（3）、（4）、（5）、（6）、（7）、（8），是一元二次方程的只有（2）、（4）、（5）、（7）.

评析 等号的两边都只是关于未知数的整式，这样的方程叫做整式方程. 只含有一个未知数，并且未知数的最高次数是 2 的整式方程叫做一元二次方程，此定义应同时具备三个条件：①整式方程，②含有一个未知数，③未知数最高次数是 2，而方程（1）不是整式方程，方程（3）有两个未知数，方程（6）整理后最高次数为 1，方程（8）$m=0$ 时未知数最高次数小于 2，所以这些方程都不是一元二次方程，方程（7）注明了 $n\neq0$ 保证未知数最高次数是 2，所以是一元二次方程.

例 2 方程 $(p-3)x^{p^2-8p+17}+(p-2)x-4=0$

（1）p 取何值时是一元二次方程，并求此方程的解.

（2）p 取何值时是一元一次方程.

解 （1）当 $p^2-8p+17=2$ 且 $p-3\neq0$ 时所给方程为一元二次方程.

由 $p^2-8p+17=2$ 即 $p^2-8p+15=0$ 解得 $p_1=3$，$p_2=5$

又因为 $p-3\neq0$ 即 $p\neq3$.

所以 $p=5$ 时所给方程为一元二次方程.

将 $p=5$ 代入所给方程得 $2x^2+3x-4=0$.

用求根公式得 $x=\frac{-3\pm\sqrt{9+32}}{4}=\frac{-3\pm\sqrt{41}}{4}$.

（2）由 $p-3=0$ 得 $p=3$，此时所给方程变为 $x-4=0$ 是一元一次方程；由 $p^2-8p+17=1$ 得 $p=4$. 此时所给方程变为 $3x-4=0$ 也是一元一次方程；由 $p^2-8p+17=0$，$\Delta=64-68<0$，p 无实数解；所以当 $p=3$ 或 $p=4$ 时，所给

方程为一元一次方程.

评析 一元二次方程 $ax^2+bx+c=0$ $(a\neq0)$，当二次项系数是含有字母的代数式时，应特别注意这个条件.

例3 用适当方法解下列一元二次方程

(1) $(2x-5)^2=7$；

(2) $5x^2-7x+1=0$；

(3) $4x^2-5x+1=0$；

(4) $2\sqrt{3}x^2-\sqrt{2}x=0$.

解 (1) 两边开平方得 $2x-5=\pm\sqrt{7}$，

$\therefore\quad x=\dfrac{5\pm\sqrt{7}}{2}$，

$\therefore\quad x_1=\dfrac{5+\sqrt{7}}{2}$，$x_2=\dfrac{5-\sqrt{7}}{2}$.

(2) 利用求根公式得 $x=\dfrac{7\pm\sqrt{49-20}}{10}=\dfrac{7\pm\sqrt{29}}{10}$

$\therefore\quad x_1=\dfrac{7+\sqrt{29}}{10}$，$x_2=\dfrac{7-\sqrt{29}}{10}$.

(3) $(4x-1)(x-1)=0$.

$4x-1=0$ 或 $x-1=0$，

$\therefore\quad x_1=\dfrac{1}{4}, x_2=1$.

(4) $x(2\sqrt{3}x-\sqrt{2})=0$.

$x=0$ 或 $2\sqrt{3}x-\sqrt{2}=0$，

$\therefore\quad x_1=0,\qquad x_2=\dfrac{\sqrt{6}}{6}$.

评析 方程(1)用直接开平方法解最简单，形如 $a(bx+c)^2=d$ 的一元二次方程当 $\dfrac{d}{a}\geqslant0$ 时，一般用直接开平方法解，解时要注意正数的平方根有两个且互为相反数，不要丢解；方程(2)只能采用配方法和公式法解，直接利用求根公式解时要正确找好各项系数代入公式；方程(3)、(4)可用配方法、公式法和因式分解法解，显然因式分解法最简便，但要理解好因式分解法所根据的若 $a\cdot b=0$，则 $a=0$ 或 $b=0$ 的道理. 由以上各方程求解知道，对所给一元二次方程选择解法考虑顺序为直接开平方法→因式分解法→公式法，配方法只在推

导求根公式时用。解一元二次方程时，若无特殊要求一般不用配方法．

例4 已知方程 $x^2-ax-3a=0$ 的一个根是 6，求 a 的值和另一根．

解 因为方程 $x^2-ax-3a=0$ 的一个根是 6，所以 $6^2-6a-3a=0$ 得 $a=4$.

把 $a=4$ 代入方程得 $x^2-4x-12=0$，解得 $x_1=6$，$x_2=-2$，所以方程的另一根为 -2.

评析 本题关键是正确理解方程的根的概念．只要是方程的根就可以代入方程使方程成立，由此出发再去求得问题解答，如本题思路已知一根 $x=6$ $\xrightarrow{\text{代入方程}}$ 方程系数中 $a=4\to$ 方程另一根 $x=-2$.

（三）难点说明与突破

本节难点为解含字母系数的一元二次方程的问题．

例1 一元二次方程 $(m-1)x^2+3m^2x+(m^2+3m-4)=0$ 有一根为零，求 m 的值及另一根．

解 因为方程有一根为零，所以它的常数项 $m^2+3m-4=0$ 解得 $m_1=1$、$m_2=-4$.

又因为此方程是一元二次方程，二次项系数须不等于零，所以 $m-1\neq 0$ 得 $m\neq 1$，所以 $m=-4$.

把 $m=-4$ 代入方程得 $-5x^2+48x=0$ 解得 $x_1=0$、$x_2=\frac{48}{5}=9.6$ 所以方程另一根为 9.6.

评析 方程有一根为零时常数项必为零；求解字母系数的一元二次方程的问题，二次项系数中的字母必须保证二次项系数不等于零，这是解此类问题的先决条件．

例2 解方程 $(a^2-b^2)x^2-4abx=a^2-b^2$.

解 当 $a^2-b^2=0$，即 $|a|=|b|$ 时方程为 $-4abx=0$，又可有当 $a=b=0$ 时 x 为任何实数，当 $|a|=|b|\neq 0$ 时 $x=0$.

当 $a^2-b^2\neq 0$ 即 $|a|\neq|b|$ 时，方程为一元二次方程，整理为

$$(a^2-b^2)x^2-4abx-(a^2-b^2)=0.$$

$[(a+b)x+(a-b)][(a-b)x-(a+b)]=0$,

又因为 $a+b\neq 0$，$a-b\neq 0$，所以 $x_1=\frac{b-a}{a+b}$，$x_2=\frac{a+b}{a-b}$.

评析 解字母系数的方程，要分最高次项系数等于零和不等于零的不同

情况分别求解．本题实际上分三种情况①$a=b=0$　方程解为 x 等于任何实数；②$|a|=|b|\neq0$ 方程解为 $x=0$；③$|a|\neq|b|$　此时为一元二次方程，方程解为

$$x_1=\frac{b-a}{a+b}\text{和 } x_2=\frac{a+b}{a-b}.$$

(四)误点辨析与解除

本节误点可产生于未正确理解利用因式分解法解一元二次方程的方法根据，从而错解或丢解．

例 1　解方程 $(x-2)(x+3)=-6$.

错解　由 $x-2=-6$ 得 $x_1=-4$.

由 $x+3=-6$ 得 $x_2=9$.

正解　整理得 $x^2+x=0$，化为 $x(x+1)=0$，$x=0$ 或 $x+1=0$，解得 $x_1=0$，$x_2=-1$.

评析　$(x-a)(x-b)=0$，当 $x-a=0$ 时可使此等式成立，当 $x-b=0$ 时也可使此式成立，所以解 $x-a=0$ 和 $x-b=0$ 可得到此一元二次方程的两个实数根．而对 $(x-a)(x-b)=c\ (c\neq0)$，当 $x-a=c$ 时，$x=a+c$，此时 $x-b=(a+c)-b$ 不一定等于 1，所以 $(x-a)(x-b)$ 不一定等于 c，所以 $x=a$ 和 $x=b$ 一般不是 $(x-a)(x-b)=c(c\neq0)$ 的根．对方程 $(x-a)(x-b)=c\ (c\neq0)$ 应化成一元二次方程一般形式后，再适当选用四种解法之一解出．

例 2　解方程 $(5x-1)(x+1)=(6x+1)(x+1)$.

误解　等号两边约去 $x+1$ 得 $5x-1=6x+1$ 得 $x=-2$.

正解　移项得 $(5x-1)(x+1)-(6x+1)(x+1)=0$，提取公因式得 $(x+1)(-x-2)=0$，$x+1=0$ 或 $-x-2=0$，解得 $x_1=-1$，$x_2=-2$.

评析　本题之误解丢了一个根 $x=-1$，原因就是在方程两边约去了含有未知数的代数式 $x+1$. 实际上由正解看到，把方程中各代数式都移到等号一边使等号另一边为零后，恰恰可以提出这个代数式并由此得到方程 $x+1=0$，它的根 $x=-1$ 恰是误解所丢的根．

二、单元训练

A 组

1. 一元二次方程的一般形式是__________________，当一次项系数为

零时，其形式为________________，当常数项为零时，其形式为________________.

2. 方程 $2x^2=9$ 的二次项系数是____，一次项系数是____，常数项是____.

3. 当 k ________时，方程 $(k+\sqrt{3})y^2+ky-2=0$ 是一元二次方程.

4. 一元二次方程 $(3m^2+2)x^2-2mx-7=0$ 中 m 的取值范围是________.

5. 方程①$4x^2+\frac{1}{2x}+1=0$ ②$5x^2-38=x$ ③$4x^2-7xy+y^2=0$ ④$\frac{y^2}{5}=0$ 中为一元二次方程的是(　　).

A. ②　　B. ②和①　　C. ②和③　　D. ②和④

6. 方程 $x^2+3=4x$ 用配方法解时应先化为(　　).

A. $(x-2)^2=7$　　B. $(x+2)^2=1$

C. $(x-2)^2=1$　　D. $(x+2)^2=2$

7. 解方程 $x^3=3x$ 的正确结果是(　　).

A. $x=0$　　B. $x_1=0$，$x_2=3$

C. $x_1=\sqrt{3}$，$x_2=-\sqrt{3}$　　D. $x_1=\sqrt{3}$，$x_2=-\sqrt{3}$，$x_3=0$

8. 方程 $(x+m)^2=n^2$ 的根为(　　).

A. $-m\pm n$　　B. $m\pm n$　　C. $m+n$　　D. $-m+n$

9. 选用适当的方法解下列方程

(1) $(3x-\sqrt{3})^2=27$；

(2) $36x^2+12x+1=0$；

(3) $\frac{3}{2}x^2+\frac{11}{2}x-2=0$.

10. 用配方法将下列各式化成 $a(x+m)^2+n$ 的形式：

(1) $2x^2+5x+7$；

(2) $3x^2+12x$；

(3) $4x-4x^2-1$.

B组

1. 已知 $3-\sqrt{2}$ 是方程 $x^2+mx+7=0$ 的一个根，则 $m=$______，另一根为________.

2. 已知方程 $3mx^2-nx-1=0$ 和 $mx^2+2nx-5=0$ 有共同的根 -1，则

$m=$______，$n=$______.

3. 方程 $(x+\sqrt{3})^2=4\sqrt{3}x$ 的解为________.

4. 方程 $2\sqrt{3x^4}-\sqrt{2}x=0$ 的解为________.

5. 方程 $(x-1)(x+2)(x^2+3)=0$ 的解为________.

6. 最简根式 $3\sqrt{m^2-7}$ 与 $\sqrt{8m+2}$ 是同类根式，则 $m=$______.

7. 若一元二次方程 $(m-1)x^2+3m^2x+(m^2+3m-4)=0$ 有一根为零，那么 m 的值是(　　).

A. 1　　B. -4　　C. 1 或 -4　　D. -1 或 4

8. 如果 n 是方程 $x^2+mx+n=0$ 的根且 $n\neq0$，则 $m+n$ 等于(　　).

A. $-\frac{1}{2}$　　B. -1　　C. $\frac{1}{2}$　　D. 不能确定

9. 方程 $x^2+mx+n=0$ 的两根中，有一根且只有一根为 0，那么 m、n 应满足(　　).

A. $m=0$，$n=0$　　B. $m\neq0$，$n\neq0$

C. $m\neq0$，$n=0$　　D. $m=0$，$n\neq0$

10. 使分式 $\frac{x^2-4x+3}{x^2-3x+2}$ 的值等于零的 x 是(　　).

A. 1，3　　B. 1　　C. 3　　D. 2

11. 解下列方程

(1) $4(2x-1)^2=9(x+4)^2$;

(2) $x^2-(2-2\sqrt{2})x+3-2\sqrt{2}=0$;

(3) $2\sqrt{3}x^2-x-\sqrt{3}=0$;

(4) $\sqrt{7}x^2-x-\sqrt{7}=0$;

(5) $x^2-5\sqrt{2}x+2=0$.

12. 用配方法证明

(1) $5y^2-6y+11$ 的值恒大于零;

(2) $-10x^2-7x-4$ 的值恒小于零.

13. 求证方程 $(a-b)x^2-(b-c)x+c-a=0$ 有一根为 -1.

14. 解方程 $x^2-4|x|+3=0$.

参考答案与解题指导

A 组

1. $ax^2+bx+c=0$ ($a\neq0$)，$ax^2+c=0$ ($a\neq0$)，$ax^2+bx=0$ ($a\neq0$)．

2. 2，0，-9.

3. $\neq-3$.

4. 任何实数．

5. D　6. C　7. D　8. A

9. (1) $x_1=\frac{4}{3}\sqrt{3}$，$x_2=-\frac{2}{3}\sqrt{3}$，用开平方法．

(2) $x_1=x_2=-\frac{1}{6}$　用因式分解法．

(3) $x_1=\frac{1}{3}$，$x_2=-4$.

10. (1) $2\left(x+\frac{5}{4}\right)^2+\frac{31}{8}$

(2) $3(x+2)^2-12$

(3) $-4(x-2)^2$

B 组

1. -6，$3+\sqrt{2}$．

解题指导：将 $x=3-\sqrt{2}$ 代入方程求得 $m=-6$，再把 $m=-6$ 代入方程解出．

2. $m=1$，$n=2$.

解题指导：把 $x=1$ 分别代入两方程得 m、n 的二元一次方程组解出．

3. $x_1=x_2=\sqrt{3}$．

解题指导：整理为一般形式后可用因式分解法．

4. $x_1=0$，$x_2=\frac{\sqrt{6}}{6}$.

解题指导：$2\sqrt{3x^4}$ 即 $2\sqrt{3}x^2$.

5. $x_1=1$，$x_2=-2$.

解题指导：用分解因式法，$x^2+3=0$ 没有实数根．

6. $m=9$.