

经全国中小学教材审定委员会2001年审查通过

九年义务教育四年制初级中学教科书

# 几何

JIHE

第三册

人民教育出版社中学数学室 编著



人民教育出版社

九年义务教育四年制初级中学教科书

# 几何

第三册

人民教育出版社中学数学室 编著

人民教育出版社

九年义务教育四年制初级中学教科书

## 几何

### 第三册

人民教育出版社中学数学室 编著

\*  
人民教育出版社出版

(北京市海淀区中关村南大街17号院1号楼 邮编:100081)

网址: <http://www.pep.com.cn>

黑龙江省出版总社重印

黑龙江省新华书店发行

黑龙江新华印刷厂印装

\*

开本 890×1240 1/32 印张 6.25 字数 120 000

2001年12月第1版 2006年6月黑龙江第4次印刷

印数:59 553(2006秋)

ISBN 7-107-14769-2/G·7859(课) 定价:3.74元

著作权所有·请勿擅用本书制作各类出版物·违者必究

如发现印、装质量问题,影响阅读,请与当地新华书店或印厂联系调换。

厂址:哈市南岗区学府路83号 电话:86630355 邮编:150086

## 说 明

一、《九年义务教育四年制初级中学教科书·几何》是根据教育部2000年颁发的《九年义务教育全日制初级中学数学教学大纲(试用修订版)》，在原《九年义务教育四年制初级中学教科书·几何》基础上修订的，并经全国中小学教材审定委员会2001年审查通过。这次修订，旨在更加有利于贯彻党和国家的教育方针，更加有利于对青少年进行素质教育，更加有利于初中学生的全面发展，培养学生的创新精神和实践能力。

二、初中几何是初中数学的重要组成部分：通过初中几何的教学，要使学生学会适应日常生活、参加生产和进一步学习所必需的几何基础知识与基本技能，进一步培养运算能力、思维能力和空间观念，能够运用所学知识解决简单的实际问题，培养学生的数学创新意识、良好个性品质以及初步的辩证唯物主义观点。

三、这套《九年义务教育四年制初级中学教科书·几何》分为第一、二、三册，共三册。本书是《几何》第三册，供四年制初中四年级使用，每周2课时。

四、在修订中本书体例保持了下列特点：

1. 每章均有一段配有插图的引言，可供学生预习用，也可作为教师导入新课的材料。
2. 每小节前均有一方框，对学生概要地提出了学习本小节的基本要求。
3. 在课文中适当穿插了“想一想”“读一读”“做一做”等栏目。其中“想一想”是供学生思考的一些问题，“读一读”是供学生阅读

的一些短文，“做一做”是供学生课外动手操作的一些实例。这些栏目是为扩大学生知识面、增加趣味性和实践性而设计的，这些都不作为教学要求，只供学生课外参考。

4. 每章后面都安排有“小结与复习”，其中的“学习要求”是对学生学完全章后的要求，它略高于小节前的要求。

5. 每章最后都配有一套“自我测验题”，供学生自己检查学完这一章后，是否达到本章的基本要求。

6. 本书的练习题分为练习、习题、复习题三类。练习供课内用；习题供课内或课外作业用；复习题供复习每章时选用。每组习题的第一题，都反映了这一部分知识的基本要求，可作为预习用，也可作为课后复习用，不要求做出书面答案。

五、教科书原试用本由吕学礼、饶汉昌、蔡上鹤、关成志任主编，李慧君、魏超群任副主编，参加编写的有刘会成、高文生、刘训湖、赵瑞清、李慧君、许缓阁。责任编辑为俞求是、丁石孙、丁尔升、梅向明、张奎恩、张孝达、钱永耀任顾问。

参加本次修订的有饶汉昌、蔡上鹤、颜其鹏、张劲松。责任编辑为张劲松。

本书在编写和修订过程中征求了全国各地部分教师和教研人员的意见，在此表示衷心感谢。

人民教育出版社中学数学室

2001年12月

# ■ 目录

<b>第六章 ■</b>	<b>1</b>
<b>一 圆的有关性质</b>	<b>3</b>
6.1 圆	3
6.2 过三点的圆	12
6.3 垂直于弦的直径	17
6.4 圆心角、弧、弦、弦心距之间的关系	26
6.5 圆周角	31
6.6 圆的内接四边形	40
<b>二 直线和圆的位置关系</b>	<b>45</b>
6.7 直线和圆的位置关系	45
6.8 切线的画法、判定和性质	49
读一读 为什么车轮做成圆的?	55
6.9 三角形的内切圆	56
* 6.10 切线长定理	61
* 6.11 弦切角	64
* 6.12 和圆有关的比例线段	69
<b>三 圆和圆的位置关系</b>	<b>77</b>
6.13 圆和圆的位置关系	77
6.14 两圆的公切线	83
6.15 相切在圆中的应用	90
<b>四 正多边形和圆</b>	<b>98</b>
6.16 正多边形和圆	98

6. 17 正多边形的有关计算	105
6. 18 画正多边形	109
6. 19 探究性活动: 镜像	118
6. 20 圆周长、弧长	125
读一读 关于圆周率 $\pi$	129
6. 21 圆、扇形、弓形的面积	132
6. 22 圆柱的侧面展开图	141
6. 23 圆锥的侧面展开图	144
· 小结与复习	150
· 复习题六	155
· 自我测验六	160
<b>△第七章 识图初步</b>	<b>162</b>
7. 1 正投影	164
7. 2 三视图	168
7. 3 三视图	172
7. 4 基本几何体的视图	177
7. 5 描绘简单零件图	182
· 小结与复习	189
<b>附录一</b>	<b>191</b>
<b>附录二 部分中英文词汇对照表</b>	<b>193</b>

# 第六章

圆



① “一中同长”出自战国时期《墨经》一书，原文为“圜，一中同长也”。古代圜即圆，这句话是圆的定义，即从中心到周界各点有相同的长度。

## 2 第六章 圆

圆是一种常见的图形. 上图中的车轮就是圆形的, 在生活中还可以见到许多圆形物体. 圆具有一些独特的性质. 在本章中, 我们将系统地研究圆的有关性质及其应用.

# 一 圆的有关性质

## 6.1 圆

1. 理解圆、等圆、等弧等概念,掌握点和圆的位置关系.
- 2. 了解轨迹的概念和几个简单轨迹.

我们在小学里已经学习了圆的一些知识,现在我们进一步学习圆的有关概念,并学习轨迹的概念和几个简单的轨迹.

### 1. 圆

如图 6-1,在一个平面内,线段  $OA$  绕它固定的一个端点  $O$  旋转一周,另一个端点  $A$  随之旋转所形成的图形叫做圆.固定的端点  $O$  叫做圆心,连结圆心和圆上任意一点的线段叫做半径.以点  $O$  为圆心的圆,记作“ $\odot O$ ”,读作“圆  $O$ ”.如图 6-1 中,线段  $OA$  是  $\odot O$  的一条半径.

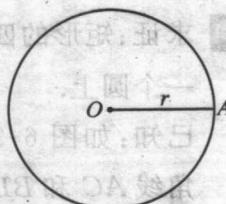


图 6-1

从上面的定义可以知道:

- (1) 圆上各点到定点(圆心  $O$ ) 的距离都等于定长(半径的长  $r$ );

● 标有 \* 号的内容为选学内容,不属于毕业考试的命题范围,但可作为升学考试的内容.

(2) 到定点的距离等于定长的点都在圆上.

也就是说,圆是到定点的距离等于定长的点的集合.

从画圆的过程中,还可以知道:

圆内各点(如图 6-2 中的点 P)到圆心的距离都小于半径;到圆心的距离小于半径的点都在圆内.也就是说,圆的内部可以看作是到圆心的距离小于半径的点的集合.圆

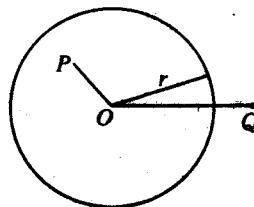


图 6-2

外各点(如图 6-2 中的点 Q)到圆心的距离都大于半径;到圆心的距离大于半径的点都在圆外.也就是说,圆的外部可以看作是到圆心的距离大于半径的点的集合.

**求证:**矩形的四个顶点在以对角线的交点为圆心的同一个圆上.

**已知:**如图 6-3,矩形 ABCD 的对角线 AC 和 BD 相交于点 O.

**求证:**A、B、C、D 四个点在以点 O 为圆心的同一个圆上.

**证明:**四边形 ABCD 为矩形

$$\begin{aligned} &\bullet \left\{ OA = OC, OB = OD \right\} \\ \Rightarrow &\left\{ AC = BD \right\} \end{aligned}$$

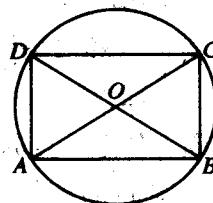


图 6-3

● 符号“ $\Rightarrow$ ”读作“推出”,“ $A \Rightarrow B$ ”表示由条件 A 推出结论 B 的因果关系.在某些证明过程中,使用“ $\Rightarrow$ ”符号要比用“ $\because$ ”、“ $\therefore$ ”符号更简明.今后,在表述因果关系时,可以根据情况选用符号“ $\Rightarrow$ ”.

$$\Rightarrow OA = OC = OB = OD$$

$\Rightarrow A, B, C, D$  这 4 个点在以点  $O$  为圆心,  $OA$  为半径的圆上.

### 练习

1. (口答) 举出一些呈圆形的物体的实例.
2. 已知  $\odot O$  的半径为 5 cm,  $A$  为线段  $OP$  的中点, 当  $OP$  满足下列条件时, 分别指出点  $A$  和  $\odot O$  的位置关系:
  - (1)  $OP = 6$  cm;
  - (2)  $OP = 10$  cm;
  - (3)  $OP = 14$  cm.
3. 设  $AB = 3$  厘米, 画图说明具有下列性质的点的集合是怎样的图形:(1) 到点  $A$  的距离等于 2 厘米的点的集合;(2) 到点  $B$  的距离等于 2 厘米的点的集合;(3) 到点  $A, B$  的距离都等于 2 厘米的点的集合;(4) 到点  $A, B$  的距离都小于 2 厘米的点的集合.
4. 在图 6-3 的矩形中, 如果  $OA, OB, OC, OD$  的中点分别为  $E, F, G, H$ . 求证:  $E, F, G, H$  这 4 个点在同一个圆上.

连结圆上任意两点的线段(如图 6-4 中的  $CD$ )叫做弦, 经过圆心的弦(如图 6-4 中的  $AB$ )叫做直径. 直径等于半径的 2 倍.

圆上任意两点间的部分叫做圆弧, 简称弧. 弧用符号“ $\widehat{}$ ”表示. 以  $A, B$  为端点的弧记作  $\widehat{AB}$ , 读作“圆弧  $AB$ ”或“弧  $AB$ ”.

圆的任意一条直径的两个端点分圆成两条弧, 每一条弧都叫做半圆. 大于半圆的弧(用三个字母表示; 如图 6-5 中的  $\widehat{BAC}$ ) 叫做优弧; 小于半圆的弧(如图 6-5 中的  $\widehat{BC}$ ) 叫

做劣弧.

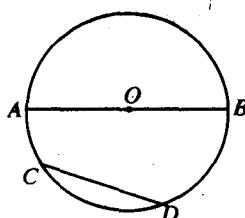


图 6-4

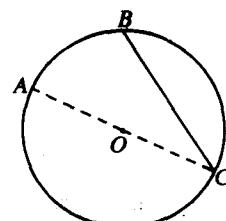


图 6-5

由弦及其所对的弧组成的图形叫做弓形. 如图 6-5, 弦  $BC$  与  $\widehat{BC}$  及  $\widehat{BAC}$  组成两个不同的弓形.

圆心相同、半径不相等的两个圆叫做同心圆. 图 6-6 中的两个圆是以点  $O$  为圆心的同心圆.

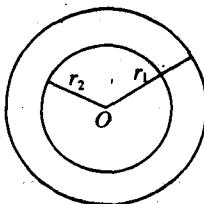


图 6-6

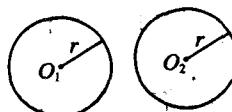


图 6-7

能够重合的两个圆叫做等圆. 半径相等的两个圆是等圆. 如图 6-7 中,  $\odot O_1$  和  $\odot O_2$  的半径都等于  $r$ , 所以它们是两个等圆. 容易看到, 同圆或等圆的半径相等.

在同圆或等圆中, 能够互相重合的弧叫做等弧.

已知: 如图 6-8, 在  $\odot O$  中,  $AB$ 、 $CD$  为直径. 求证:

$AD \parallel BC$ .

证明：连结  $AC$ 、 $BD$ .

$AB$ 、 $CD$  为  $\odot O$  的直径

$$\Rightarrow \begin{cases} OA = OB \\ OC = OD \end{cases}$$

$\Rightarrow$  四边形  $ADBC$  为平行四边形

$\Rightarrow AD \parallel BC$ .

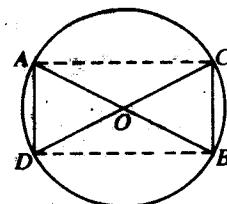


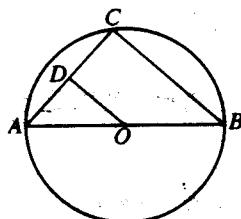
图 6-8

### 练习

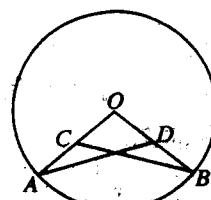
1. 判断题：

- (1) 直径是弦； ( )
- (2) 弦是直径； ( )
- (3) 半圆是弧，但弧不一定是半圆； ( )
- (4) 半径相等的两个半圆是等弧； ( )
- (5) 长度相等的两条弧是等弧。 ( )

2. 如图，已知  $AB$  为  $\odot O$  的直径， $AC$  为弦， $OD \parallel BC$ ，交  $AC$  于  $D$ ， $BC = 6$  cm，求  $OD$  的长。



(第 2 题)



(第 3 题)

3. 已知：如图， $OA$ 、 $OB$  为  $\odot O$  的半径， $C$ 、 $D$  分别为  $OA$ 、 $OB$  的中点。

求证： $AD = BC$ 。

4. 圆中有没有最长的弦？如果有，是什么？

## \* 2. 点的轨迹

重物沿着直线自由下落, 钟摆的下端沿着圆弧往复摆动, 人造地球卫星按一定轨道绕地球运行……, 我们把这些运行着的物体看作一个动点, 它们按照某种规律运动所经过的路线, 都给我们以点的轨迹的形象.

在平面内, 把长度为  $r$  的线段的一个端点固定, 另一个端点绕这个定点旋转一周就得到一个圆. 这个圆上的每一个点到定点的距离都等于  $r$ ; 同时, 到定点的距离等于  $r$  的所有点都在这个圆上. 这个圆就叫做到定点的距离等于定长  $r$  的点的轨迹.

我们把符合某一条件的所有的点组成的图形, 叫做符合这个条件的点的轨迹. 这里含有两层意思:(1) 图形是由符合条件的那些点组成的, 就是说, 图形上的任何一点都符合条件;(2) 图形包含了符合条件的所有的点, 就是说, 符合条件的任何一点都在图形上.

下面, 我们讨论一些常见的平面内的点的轨迹.

从上面对圆的讨论可以得出:

**到定点的距离等于定长的点的轨迹, 是以定点为圆心, 定长为半径的圆.**

在第二册里我们学过, 线段垂直平分线上的每一点和线段两个端点的距离相等; 反过来, 到线段两个端点距离相等的点, 都在这条线段的垂直平分线上. 所以有下面轨迹:

**到已知线段两个端点的距离相等的点的轨迹, 是这条线段的垂直平分线.**

由角平分线性质定理和它的逆定理,同样可以得到另一个轨迹:

到已知角的两边距离相等的点的轨迹,是这个角的平分线.

■ ⊙O过两个已知点A、B.圆心O的轨迹是什么?画出它的图形.

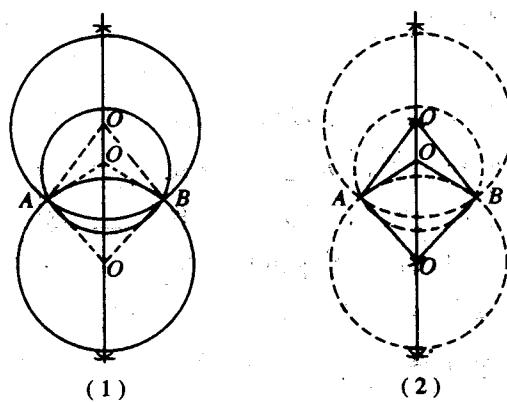


图 6-9

分析:如图6-9,如果以点O为圆心的圆经过点A、B,那么 $OA = OB$ (图6-9(1));反过来,如果一个点O到A、B两点距离相等,即 $OA = OB$ ,那么以O为圆心, $OA$ 为半径的圆一定经过A、B两点(图6-9(2)).

这就是说,过点A、B的圆的圆心的

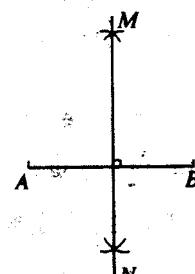


图 6-10

轨迹,就是到  $A$ 、 $B$  两点距离相等的点的轨迹,即到线段  $AB$  两个端点距离相等的点的轨迹.

答:经过  $A$ 、 $B$  两点的圆的圆心  $O$  的轨迹是线段  $AB$  的垂直平分线(如图 6-10).

画图说明,到直线  $l$  的距离等于定长  $d$  的点的轨迹.

分析:我们知道,夹在两条平行线间的平行线段相等,由此,可以画出到直线  $l$  的距离等于定长  $d$  的点的轨迹.

答:如图 6-11,已知直线  $l$  和定长  $d$ .任作一直线  $m \perp l$ ,垂足为  $A$ ,在  $m$  上取  $AP = d$ ,过  $P$  作  $l' \parallel l$ .用同样方法还可以在直线  $l$  的另一侧作  $l'' \parallel l$ .

由“夹在两条平行线间的平行

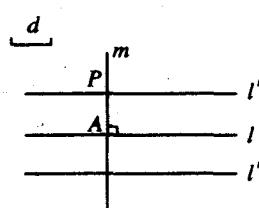


图 6-11

线段相等”可以知道,  $l'$  或  $l''$  上任意一点,到直线  $l$  的距离都等于  $d$ ,反过来也可以证明,到直线  $l$  的距离等于  $d$  的点都在  $l'$  或  $l''$  上.由此得到:

**到直线  $l$  的距离等于定长  $d$  的点的轨迹,是平行于这条直线,并且到这条直线的距离等于定长的两条直线.**

类似地,我们还可以得到:

**到两条平行线距离相等的点的轨**

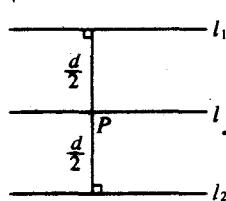


图 6-12