



對外經濟貿易大學
远程教育系列教材

微积分

Calculus

赵 军 编著

www.
euibe.com

清华大学出版社





對外經濟貿易大學
远程教育系列教材

微积分

Calculus

赵 军 编著

清华大学出版社
北 京

内 容 简 介

本书是为通过网络学习的学生而编写的教材,主要内容包括函数与极限、导数与微分、微分中值定理及导数的应用、不定积分、定积分及其应用等。

本书可供经济、管理类专业学生选用,亦可供有关经济管理人员参考。

版权所有,翻印必究。举报电话:010-62782989 13501256678 13801310933

本书封面贴有清华大学出版社防伪标签,无标签者不得销售。

本书防伪标签采用特殊防伪技术,用户可通过在图案表面涂抹清水,图案消失,水干后图案复现;或将表面膜揭下,放在白纸上用彩笔涂抹,图案在白纸上再现的方法识别真伪。

图书在版编目(CIP)数据

微积分/赵军编著. —北京:清华大学出版社, 2006. 10

(对外经济贸易大学远程教育系列教材)

ISBN 7-302-13891-5

I. 微… II. 赵… III. 微积分—远距离教育—教材 IV. O172

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2006)第 113541 号

出版者: 清华大学出版社 地址: 北京清华大学学研大厦
http://www.tup.com.cn 邮编: 100084
社总机: 010-62770175 客户服务: 010-62776969

责任编辑：纪海虹

印刷者：北京市昌平环球印刷厂

装 订 者: 北京国马印刷厂

发 行 者：新华书店总店北京发行所

开 本: 185 × 230 印张: 10.25 插页: 1 字数: 215 千字

版次: 2006 年 10 月第 1 版 2006 年 10 月第 1 次印刷

书 号: ISBN 7-302-13891-5/O · 576

印 数: 1 ~ 5000

定 价：16.40 元

编 审 委 员 会

名誉主任 刘 亚

主 任 谢毅斌

副 主 任 仇鸿伟 李福德

委 员 (按姓氏笔划排列)

王立非	王丽娟	王淑霞	刘 军
刘传志	张凤茹	张新民	沈四宝
沈素萍	吴 军	邹亚生	陈 进
杨言洪	杨晓军	冷柏军	李柱国
李家强	郑俊田	胡苏薇	赵忠秀
赵雪梅	曹淑艳	韩 风	彭秀军

总 序

中国远程教育的发展经历了三代：第一代是函授教育；第二代是广播电视教育；20世纪90年代，随着现代信息技术的发展，以网络为基础的第三代现代远程教育应运而生。到目前为止，教育部批准开展现代远程教育试点的高校共67所。对外经济贸易大学远程教育学院（简称“贸大远程”）是在中国加入WTO后的第一年，2002年3月正式成立的。

现代远程教育作为新生事物，对传统的教学模式、学习习惯、获取新知的途径等产生了巨大的冲击。如何在网络时代打造学习型社会，构筑终身教育体系，是当今时代的重大课题，现代远程教育试点高校为此进行了许多卓有成效的探索。在网络教育的具体实践中，贸大远程始终坚持依托学校的整体优势和特色，坚持知识的内在逻辑性与职业、行业的市场需求的统一，坚持开展面向广大在职人员的现代远程教育，逐步形成了独具我校特色的“7+1”学习模式（即网络课堂、网上答疑、课程光盘、教材资料、适量面授、网上串讲、成绩检测，以及第二课堂活动），为学生个性化学习提供了广阔的空间。自2003年起，贸大远程连续3年蝉联新浪网、择校网、搜狐网和《中国电脑教育报》联合评出的全国“十佳网络教育学院（机构）”称号。值得一提的是，“国际贸易实务”课程荣获国家级奖项，“商务英语”等7门课程荣获北京市优秀教材一等奖和精品课程称号，另有10余门课程在全国性的远程教育课程展示会上获得大奖。

几年来丰富的现代远程教育实践和教学经验积累，为我们出版成龙配套的贸大远程系列教材奠定了坚实的基础。目前，普通高等学校的现有教材并不完全适合远程教学，市面上真正用于现代远程教育的成规模的网络教材还不多见，与网络课件相配套的系列教材更是寥寥

无几,因此为接受远程教育的广大莘莘学子专门设计符合他们需要的教材已成为现代远程教育发展的迫切需求。

基于以上原因,贸大远程按照学校一级教学管理体制,本着为社会、为学生服务的宗旨,致力于教学质量的保证和提高,特聘请了国际经济与贸易学院、金融学院、国际商学院、英语学院、公共管理学院等学院的优秀教师,以目前开设的两个学历层次的7个专业为依据,以现有的导学课件为基础,编写了这套远程教育系列教材。本套教材共分为外语、经济贸易、工商管理、法律、金融与会计、行政管理、综合7大系列,全面覆盖两个学历层次7个专业的上百门课程。为了打造贸大远程优质教材品牌,我们与清华大学出版社和对外经济贸易大学出版社达成协议,计划3年之内全部出齐。

本套教材在策划编写过程中,严格遵循现代远程教育人才培养的模式与教学客观规律,充分考虑到远程学生在职和成人继续教育业余学习的实际情况,专门为远程学生量身定制而成,具有较强的针对性、实用性和可操作性。本套教材的编写具有如下特点。

一、在教材体系和章节的安排上,严格遵循循序渐进、由浅入深的教学规律;在对内容深度的把握上,考虑远程教育教学对象的培养要求和接受基础,其专业深度比本科有所降低,基础面相对拓宽,不是盲目将内容加深、加多,而是做到深浅适中、难易适度。

二、在每章开篇给出明确的学习目标与重点难点提示,涵盖了教学大纲的重点或主要内容。相对于传统的学校教育,远程教育更倚重于学生的自学能力和自控能力。明确的教学目标有利于学生带着任务有目的地学习。同时,教材中充分考虑到了学生学习时可能遇到的问题,给他们以提示和建议。由于本套教材的作者都是经过挑选的具有长期教学经验的优秀教师,且大多数作者都来自远程教学的第一线,是远程网络课件的主讲老师,能够为学生提供比较丰富的、切中要害的问题解答,从而使远程学生在学习时少走弯路。

三、在章后和书后分别设置“同步测练与解析”和“综合测练与解析”栏目,涵盖了本章及本书的重要知识点,并给出了详尽的参考答案,对难题还进行分析点评,列出解题思路与要点,更加方便学生自学。测验是检验教学目标是否达到的有效手段。由于远程学生是在虚拟的网络课堂上课,远离教师,处于相对独立的学习环境;教师不能通过直接交流了解学生对学习内容的掌握情况;学生也由于与教师、同学之间的分离,无法判断自己的学习状况。针对这种情况,我们在教材中设置了大量自测自练题目。旨在通过这种自测自练方式,积极引导学及时消化和吸收所学知识,不断加深对教材内容的理解,阶段性检查学习效果,全面复习和掌握所学知识,综合评判自己对知识的掌握程度,巩固最终学习成果。

四、考虑到有些专业课程具有较强的社会实践性,在教材的编写上也力争做到理论联系实际,注重案例的引入。尽可能安排一个或多个案例,并进行详细的分析讲解。旨在通过案例教学,对课程重点难点进行深化分析和实操训练,加强学生对知识点的理解和记忆,强化学生分析问题、解决问题的能力以及动手操作能力。

在本套教材的编写与出版过程中,我们得到了众多业界专家学者的真诚理解与支持,得

到了清华大学出版社与对外经济贸易大学出版社的通力合作,在此向他们一并致以衷心的感谢。在前所未有的战略机遇期和“十一五”期间,相信本套教材的出版,必将是全国远程教育界一件很有意义的事情。衷心祝愿现代远程教育在建立学习型社会、构筑终身教育体系的进程中,在推动中国教育事业向现代化大教育形态的历史转变中,迈出更大更坚实的脚步。

对外经济贸易大学远程教育学院院长

谢毅斌

2006年7月于北京

前 言

“微积分”是经济类各专业的一门必修的公共基础理论课,学好这门课程,对于培养社会所需要的高级经济技术和工程管理人才,有着十分重要的意义。

本书是专门为通过网络学习接受高等教育的学生而编写的教科书,内容主要为一元函数微积分。通过本课程的学习,使学生系统地获得一元函数微积分的基本知识,掌握必要的基础理论和常用的计算方法,逐步培养学生的抽象概括问题的能力、逻辑推理能力、自学能力、较熟练的运算能力以及综合运用所学知识分析问题和解决问题的能力,为学生学习后续课程和进一步获得近代管理技术知识奠定必要的数学基础。微积分是现代数学的重要基础与起点,它不仅在物理、力学、化学、生物等自然科学领域中已有非常广泛的应用,近几十年来它已应用在社会、经济、人文等领域,成为这些领域的一个重要的研究工具。

微积分学起源于资本主义工业革命,工业的发展要求精确刻画各种运动——机械运动、天体运动、流体与气体运动等的规律性,为此作为研究变量的数学——微积分学诞生了,17世纪牛顿、莱布尼茨建立了微积分学,又经过一个多世纪才形成现在的微积分学的体系。经济学与现代数学关系密切,据统计自1969年起建立的诺贝尔经济学奖的得主有半数以上得益于有效的应用现代数学知识,现代数学已成为经济学研究的强有力的工具,因此作为现代数学基础的微积分学也是经济管理等专业的一门重要基础课。

本书参照教育部高教司颁发的《经济数学基础》大纲,在认真研



究同类教材的基础上,取长补短而编写的。本书主要内容有:函数与极限、导数与微分、微分中值定理及导数的应用、不定积分、定积分及其应用等部分。本书表述确切,思路清楚,由浅入深,直观形象,通俗易懂,并注意数学思想与数学方法的论述。例题具有典型性,既便于教师教学,更利于学生自学。本书可供经济、管理专业学生选用,也可供有关经济管理人员参考。

目 录

第一章 函数	1
第一节 常量与变量	2
第二节 函数的概念	3
第三节 函数的特性与类型	7
第四节 基本初等函数	10
第五节 初等函数	13
同步测练与解析 1	15
第二章 函数的极限与连接	18
第一节 数列的极限	19
第二节 函数的极限	21
第三节 无穷大量与无穷小量	25
第四节 变量极限的运算法则与性质	30
第五节 两个重要的函数极限	33
第六节 函数的连续性与间断	35
同步测练与解析 2	39
第三章 导数与微分	46
第一节 导数的概念	47
第二节 导数的运算法则与公式	53
第三节 函数的微分	63
第四节 高阶导数	66
同步测练与解析 3	66

第四章 导数的应用	73
第一节 中值定理	74
第二节 洛必达法则	77
第三节 函数曲线的单调性与极值	82
第四节 函数曲线的凹向与拐点	87
第五节 曲线的渐近线	89
第六节 导数在经济学中的应用	91
同步测练与解析 4	98
第五章 不定积分	101
第一节 不定积分的概念及性质	102
第二节 不定积分的公式	105
第三节 换元积分法	108
第四节 分部积分法	114
同步测练与解析 5	117
第六章 定积分	121
第一节 定积分的概念	122
第二节 定积分的性质	126
第三节 定积分的计算方法	128
第四节 广义积分	133
第五节 定积分的应用	136
同步测练与解析 6	143
综合测练与解析	146
综合测练与解析(一): 期中模拟试题	146
综合测练与解析(二): 期末模拟试题	150

CONTENTS

Chapter 1 Functions	1
1.1 Constants and variables	2
1.2 The concept of the function	3
1.3 The characteristic and types of the function	7
1.4 Basic elementary functions	10
1.5 Elementary functions	13
Exercises 1	15
Chapter 2 Limits and Continuity	18
2.1 Limits of sequence	19
2.2 Limits of functions	21
2.3 Infinite and infinitely small	25
2.4 Algorithm and nature of Limits	30
2.5 Two important Limits of functions	33
2.6 Continuous and discontinuous functions	35
Exercises 2	39
Chapter 3 Derivative and differential	46
3.1 The concept of the derivative	47
3.2 Algorithm and formula	53



3.3 Differential of functions	63
3.4 Higher derivative	66
Exercises 3	66
Chapter 4 Applications of Derivative	73
4.1 Mean value theorem	74
4.2 L. Hospital's algorithm	77
4.3 Monotony and extremum	82
4.4 Concave and inflexion	87
4.5 Asymptotic line	89
4.6 Applications of Derivative	91
Exercises 4	98
Chapter 5 Indefinite Integrals	101
5.1 The concept of Indefinite Integrals	102
5.2 Formulas of Indefinite Integrals	105
5.3 Integration by substitution	108
5.4 Integration by parts	114
Exercises 5	117
Chapter 6 Definite Integrals	121
6.1 The concept of the definite integral	122
6.2 The property of the definite integral	126
6.3 Algorithm of the definite integral	128
6.4 Improper integral	133
6.5 Applications of Definite Integrals	136
Exercises 6	143
Comprehensive Test	146
Comprehensive Test 1: Simulative midterm	146
Comprehensive Test 2: Simulative terminal examination	150

C 第一章

CHAPTER ONE

函 数

学 习 目 标

函数是微积分学主要的研究对象. 本章的学习目标是理解函数的几种表示方法, 建立函数关系的方法; 掌握函数的定义, 函数的几种简单性质(奇偶性、单调性、周期性、有界性)的判断; 掌握反函数与复合函数的含义, 特别是复合函数的分解; 掌握基本初等函数的定义域及性质, 会求函数的定义域.

重 点 难 点 提 示

- 基本初等函数(幂函数、指数函数、对数函数、三角函数、反三角函数)的概念;
- 简单初等函数与复合函数(基本初等函数扩展型)的结构;
- 初等函数的构成.

第一节 常量与变量

从初等数学到高等数学的飞跃是变量进入了数学.从某种意义上说,高等数学就是关于变量的数学.历史上初等数学走过的路是漫长的,有着辉煌的成果.但它基本停留在关于常量的研究范围中.17、18世纪社会生产蓬勃发展,引出许许多多新的数学问题,它们与以往的初等数学在概念和方法上有着原则性的区别,急需在原有基础上发展和创立新的理念和新的方法.著名数学家、哲学家笛卡儿(R. Descartes, 1596—1650)首先创立了坐标的概念,进而有了变量的概念.这是数学史上的一个转折点,为后来的牛顿(I. Newton, 1642—1727)和莱布尼茨(G. W. Leibniz, 1646—1716)创立微积分学提供了条件.人类社会的发展离不开初等数学,同样,也离不开高等数学.

一、常量与变量

变量是相对于常量而言的,当我们考察某个自然现象时,或者考察社会经济活动、生产活动时会与各种数量打交道,例如长度、面积、体积、重量、速度、价格、成本、利润等等,其中一些量在考察过程中是不变的,我们称为**常量**(constants),而另一些量则在考察的过程中可以取不同的数值,这类量我们称为**变量**(variables).例如自由落体运动中物体运动的速度每个时刻都不相同,所以速度这个量在这一考察过程中是变量,而某个时期某种商品的价格是不变的,我们把它看成常量.

但是,常量与变量不是固定不变的,总是与考察的过程或者研究的目的密切相关.例如,某种商品的价格可能在一个月內不变,而在一年、两年、五年、八年等时间内,它就有了变化,可能下降、可能上升,可能先下降后上升,也可能先上升后下降等,这时,被考察的对象——某种商品的价格就是变量了.

在数学研究中,我们关心变量在数值上的变化,一般不关心变量的单位等属性,所以常量与变量又常常叫做常数与变数.习惯上用 x, y, z, t, u, v 等字母表示变量,用 $a, b, c, \dots$ 字母表示常量.

二、区间和邻域

一个变量取值的集合叫做变量的**变化域**或**取值范围**.例如变量 $x = \sin \alpha$,若 α 没有任何限制,则变量 x 可以取 -1 到 $+1$ 的任何值,故 $-1 \leq x \leq 1$;若将 α 限制在 0 到 π 的范围内,则变量 x 可以取 0 到 1 的任何值,即 $0 \leq x \leq 1$;通常用区间(interval)表示变量的变化域,如 $[-1, 1]$ 与 $-1 \leq x \leq 1$, (a, b) 与 $a < x < b$, $[a, b)$ 与 $a \leq x < b$, $(a, b]$ 与 $a < x \leq b$, $(a, +\infty)$ 与

$a < x < +\infty$ 等, 它们每对的意义是相同的.

由于变量的取值可以在数轴上用与之一一对应的点表示, 所以常常用点表示数, 并把点和数等同起来看待.

由于微积分主要是通过研究函数在某点附近的性质, 进而得到关于函数的某些特性. 故引进了点的邻域(neighborhood)的概念. 一个点 x_0 的邻域是开区间 $(x_0 - \epsilon, x_0 + \epsilon)$, 其中 $\epsilon > 0$ 称为邻域半径, 点 x_0 称为邻域中心. 有时点 x_0 的邻域是含点 x_0 的开区间 $(x_0 - \epsilon, x_0 + \epsilon)$, 有时点 x_0 的邻域是不含点 x_0 的开区间 $(x_0 - \epsilon, x_0 + \epsilon) \setminus \{x_0\}$, 即空心邻域, 如图 1.1 表示邻域.

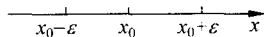


图 1.1

第二节 函数的概念

在实际生活及理论研究中, 人们所关心的一般不是一个个孤立的量, 而是量与量之间相互联系的方式和相互制约的规律, 即一个量如何随着另一个量的变化而变化, 一个量如何随着另几个量的变化而变化的规律. 例如, 产品的生产成本与产量之间是相互依赖的, 产量提高时生产成本一般要随之提高, 在生产成本与产量这两者之间存在着一定的依赖关系; 又如一个人的消费水平是受商品的价格和工资收入制约的, 它们之间也存在着某种依赖关系. 生活中这样的例子是很多的, 描述量和量的这种依赖关系的概念就是函数(function).

函数是微积分的基本概念, 微积分的主要研究对象是函数. 人们在研究函数的变化过程中发明了微积分, 并且用微积分的理论和方法更加深刻地揭示出函数的某些变化特征.

为了给出函数概念的精确描述, 有必要对集合间映射的概念作一基本的了解.

一、映射

设 A, B 是两个非空的集合, 如果有一个对应关系 f 存在, 使得对于每一个元素 $x \in A$, 通过 f 有惟一的元素 $y \in B$ 与之对应, 则称 f 是一个从 A 到 B 的映射(mapping), 记做 $f: A \rightarrow B$, y 称为 x 在 f 下的象, x 为 y 的原象, 记为 $y = f(x)$, 集合 A 称为映射 f 的定义域, 集合 $\{f(x) | x \in A\} \subset B$ 称为 f 的值域.

如果把元素 $x_1, x_2, \dots$ 组成的集合叫作 A , 把 $y_1, y_2, \dots$ 组成的集合叫做 B , 这两集合的映射关系可以用图 1.2 表示.

在集合映射的概念中, f 是 A 到 B 的对应关系, 对于每

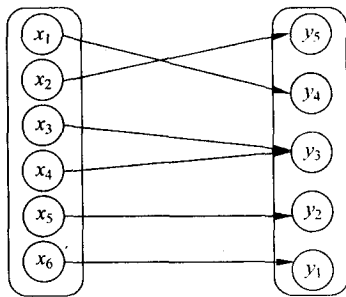


图 1.2

个 $x \in A$, 通过 f “映射”到 B 中去, 有惟一的一个 $y \in B$ 与 x 对应, $y = f(x)$ 是 x 的象. 全体映象不一定等于 B , 一般是 B 的一个子集, 当等于 B 时, 称 f 为 $A \rightarrow B$ 的一个映成映射; 如果对于 $x_1, x_2 \in A, x_1 \neq x_2$, 有 $f(x_1) \neq f(x_2)$, 则称 f 是 A 到 B 的一一映射. 即不同原象有不同的象, 这种映射是一一映射, 在一一映射下, 定义域和值域间的元素是一一对应的.

映射也可以定义它的逆映射. 设 f 是 $A \rightarrow B$ 的一一映射, 若对任意 $y \in \{f(x) | x \in A\}$, 定义映射 $g: g(y) = x, y = f(x)$, 则称 g 为 f 的逆映射, 记做

$$f^{-1}: \{f(x) | x \in A\} \rightarrow A,$$

逆映射与映射的定义域与值域正好对调.

把两个集合间的映射关系扩展到三个集合可以得到复合映射. 设 $g: A \rightarrow B, f: B \rightarrow C$, 若对任意元素 $x \in A$, 有 $\varphi(x) = f(g(x)) \in C$ 与之对应, 则称从 A 到 C 的映射 φ 为映射 g 和 f 的复合映射, 记做

$$\varphi = f \circ g: A \rightarrow C.$$

复合映射也称做映射 f 和 g 的乘积. 复合映射的顺序是不可交换的, 即映射的乘积一般不满足交换律, $f \circ g$ 表示先做映射 g 再做映射 f . 从两个映射的复合定义, 可以推广到任意有限个映射的复合, 即任意有限个映射相乘得到的映射.

映射的概念是十分重要的, 它给出考察事物对应关系的一种方式和方法, 在微积分或在其他数学领域都有其特殊的作用.

二、函数的定义

根据映射的概念, 就可以定义关于量与量之间对应关系或作用规则的函数的概念.

定义 1.1 设 A, B 为两个非空的实数集合, 如果 f 是从 A 到 B 的一个映射, 对每个实数 $x \in A$, 通过映射 f 都有惟一的一个实数 $y \in B$ 与之对应, 则称 f 是 A 上的一个函数, 记做: $y = f(x)$ 或 $f(x)$, 其中 x 称为自变量, y 称为 x 的函数或因变量. A 称为函数的定义域 (domain of definition), 一般函数的定义域可以记做 $D(f) = A$, 映射 f 的值域 $\{f(x) | x \in X\}$ 称为函数的值域.

与映射的一般情形相同, 函数的值域一般也应有 $\{f(x) | x \in D(f)\} \subset B$. 当值域等于 B 时这个函数就是一个映成映射.

在函数的定义中, 需要注意的要点是:

- ① 对应关系和定义域 $D(f)$, 有了这两个要素, 实数 x 与 $y = f(x)$ 的对应关系就确定了;
- ② 我们定义的函数是单值函数, 即对每个 $x \in D(f)$ 有惟一的 $y \in B$ 与之对应, 即不允许对同一个 x 值, 代入 $y = f(x)$ 可以求出两个不同的 y 值;
- ③ 符号 $y = f(x)$ 既代表对应关系, 又代表函数值, 即习惯上对 f 与 $f(x)$ 不予区分.
- ④ 更多的时候 y 是 x 的函数 $y = f(x)$ 不强调 y , 而只说 x 的函数 $f(x)$, 这时函数又可