教与学 2006

根据学业考试说明和新课标编写

新课标中考直通车

数学

丁保荣 主编

★ 紧扣课标 解析说明

★ 名师引导 提升能力

浙江大学出版社

新课标中考直通车

数　学

丁保荣　主编

浙江大學出版社

图书在版编目（CIP）数据

新课标中考直通车．数学／丁保荣主编．一杭州：浙江大学出版社，2005.10
ISBN 7-308-04504-8

Ⅰ.新… Ⅱ.丁… Ⅲ.数学课一初中一升学参考资料 Ⅳ.G634

中国版本图书馆 CIP 数据核字（2005）第 115296 号

责任编辑 杨晓鸣
出　　版 浙江大学出版社
（杭州浙大路 38 号　邮政编码 310027）
（E-mail:zupress@mail.hz.zj.cn）
（网址:http://www.zjupress.com）
排　　版 杭州好友排版工作室
印　　刷 浙江省良渚印刷厂
开　　本 787mm×960mm　1/16
印　　张 19.25
字　　数 450 千
版 印 次 2005 年 10 月第 1 版　2006 年 1 月第 3 次印刷
书　　号 ISBN 7-308-04501-8/G・972
定　　价 20.00 元

前　言

新课程改革实施后，教育部颁发了《关于积极推进中小学评价与考试制度改革的通知》，要求中考命题必须依据国家课程标准。为了适应课程改革后初中各学业考试的最新趋势，帮助广大考生在复习迎考中查漏补缺，真正做到少走弯路、摆脱题海、彻底减负。根据教育部《初中考试评价组的报告》、《课改试验区考试命题指导》的精神以及《浙江省国家基础教育课程改革试验区初中毕业生学业考试说明》，我们编写了这套"新课标中考直通车"丛书，包括《语文》、《数学》、《英语》、《科学》、《历史社会和思想品德》五个学科分册，作为初中毕业生的系统复习资料。

本丛书的编写是在钻研新大纲、吃透新课标的基础上，用全新理念进行题型设计和内容构建。针对不同学科的特点和中考的考试要求，丛书对课标要求即中考考点，逐点逐项地进行解读；对中考的热点题型加以分析，探究相应的规律。丛书在范例的选择上不仅注重典型性、新颖性，更关照到解决问题之间循序渐进的演变。在习题的选择上不仅注重灵活性、多样性，更重视引导学生主动参与到解决问题的过程中，培养学生的综合能力。同时丛书精选近几年全国各省市特别是试验区的中考试题进行实践训练，帮助考生迅速提高解题能力，有很强的针对性和明确的导向性。

本丛书由具有丰富教学经验的一线特级、高级教师编写，具有较高的权威性。我们相信这套"新课标中考直通车"，将使你更快更好地适应新课标、新课程的学习需要，在中考中取得理想的学习成绩。

目　录

第一篇　基础知识——课标逐项练

第一章　数与式 …… 1
第一节　实数概念 …… 1
第二节　实数及二次根式运算 …… 5
第三节　代数式 …… 8
第四节　整式与分式 …… 12
第二章　方程与不等式 …… 16
第五节　方程与方程组 …… 16
第六节　不等式与不等式组 …… 23
第三章　函　数 …… 28
第七节　函数概况 …… 28
第八节　图形与坐标 …… 34
第九节　一次函数 …… 41
第十节　反比例函数 …… 50
第十一节　二次函数 …… 56
第四章　基本图形 …… 64
第十二节　点、线、面与角 …… 64
第十三节　相交线与平行线 …… 68
第十四节　三角形 …… 73
第十五节　四边形 …… 80
第十六节　圆 …… 89
第十七节　尺规作图 …… 96
第十八节　视图与投影 …… 102
第五章　图形与变换及证明 …… 110
第十九节　轴对称与平移 …… 110

第二十节　中心对称与旋转 …… 116
第二十一节　图形的相似 …… 122
第二十二节　三角函数 …… 128
第二十三节　证明含义及依据 …… 133
第二十四节　图形与证明 …… 138

第六章　统计与概率 …… 147

第二十五节　统计 …… 147
第二十六节　概率 …… 156
第二十七节　统计与概率应用 …… 161

第七章　课题学习 …… 170

第二十八节　方案设计 …… 170
第二十九节　数学实验 …… 176

第二篇　综合能力

第八章　中考亮点 …… 184

第三十节　阅读分析问题 …… 184
第三十一节　操作、探究、猜想与归纳 …… 191
第三十二节　跨学科问题 …… 198
第三十三节　探索性问题 …… 202
第三十四节　开放性问题 …… 208
第三十五节　空间与图形应用 …… 213
第三十六节　实际应用 …… 217
第三十七节　图表信息应用 …… 222
第三十八节　网格型试题 …… 229

第九章　综合压轴题 …… 234

第三十九节　代数与几何综合压轴 …… 234

参考答案 …… 242

第一篇　基础知识——课标逐项练

第一章　数与式

第一节　实数概念

1 课程标准

1. 数与式

(1)有理数

①理解有理数的意义，能用数轴上的点表示有理数，会比较有理数的大小.

②借助数轴理解相反数和绝对值的意义，会求有理数的相反数与绝对值（绝对值符号内不含字母）.

(2)实数

①了解平方根、算术平方根、立方根的概念，会用根号表示数的平方根、立方根.

②了解开方与乘方互为逆运算，会用平方运算求某些非负数的平方根，会用立方运算求某些数的立方根，会用计算器求平方根和立方根.

③了解无理数和实数的概念，知道实数与数轴上的点一一对应.

④能用有理数估计一个无理数的大致范围.

⑤了解近似数与有效数字的概念；在解决实际问题中，能用计算器进行近似计算，并按问题的要求对结果取近似值.

2 逐项例析

例 1　比较下列各组数的大小：

(1)$+0.1$ 和 -100；(2)-200 和 0；(3)$-\frac{5}{2}$ 和 -5.

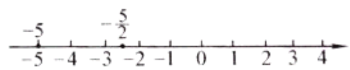


图 1-1

分析　(1)是一个正数和一个负数，则正数大；(2)是一个负数和 0，则负数小；(3)是两个负数，把其表示在数轴上如图 1-1，

-5 在 $-\frac{5}{2}$ 的左边，所以 $-\frac{5}{2}$ 比 -5 大.

【解】　(1)$+0.1$ 大于 -100；(2)-200 小于 0；(3)$-\frac{5}{2}$ 大于 -5.

例 2　数轴上有一点到原点的距离是 5，则（　　）

A. 这一点表示的数的相反数是 -5

B. 这一点表示的数的绝对值是 5

C. 这一点表示的数是 5

D. 这一点表示的数是 -5

【解】　数轴上到原点距离是 5 的点可以是 5 和 -5，而它们的绝对值为 5，所以选 B.

例 3　某位老师在讲“实数”时，画了一个图，

即“以数轴的单位长度为边作一个正方形，然后以 O 为圆心，正方形的对角线长为半径画弧，交 x 轴于点 A”，试问作这样的图用来说明__________.

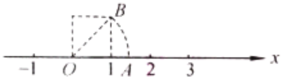


图 1-2

分析 由作图过程可知：$OB=\sqrt{1^2+1^2}=\sqrt{2}$，而 $OA=OB$，故 $OA=\sqrt{2}$，则点 A 表示无理数 $\sqrt{2}$.

【解】 作这样的图用来说明：数轴上的点不仅可以表示有理数，也可以表示无理数.

例 4 如图 1-3，这是一个体积为 1728cm^3 的正方体，它的棱长是多少 cm？

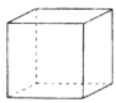


图 1-3

【解】 设正方体的棱长为 $x$cm，根据题意，得 $x^3=1728$，

则 $x=\sqrt[3]{1728}=12$(cm).

答：这个正方体的棱长是 12cm.

例 5 下列结论：①在数轴上只能表示无理数 $\sqrt{2}$；②任何一个无理数都能用数轴上的点表示；③实数与数轴上的点一一对应；④有理数有无限个，无理数有有限个. 其中正确的是 ( )

A. ①② B. ②③

C. ③④ D. ②③④

【解】 数轴上的点与实数(包括无理数和有理数)一一对应，有理数与无理数都有无限个，所以②③对，①④错，应选 B.

例 6 估计 $\frac{\sqrt{5}-1}{2}$ 与 0.5 哪个大.

【解】 $\sqrt{5}>\sqrt{4}=2$，所以 $\frac{\sqrt{5}-1}{2}>\frac{2-1}{2}=0.5$，因而 $\frac{\sqrt{5}-1}{2}$ 比 0.5 大.

例 7 某学生的身高是 1.796 米.(1)精确到厘米；(2)保留两个有效数字.

分析 (1)原单位是米，精确到厘米就是精确到这个数的百分位；

(2)要求保留两个有效数字，就是从左第一个不为 0 的数开始数，由第三个数进行四舍五入.

【解】 (1)1.796 米精确到厘米是 1.80 米；(2)1.796 米保留两个有效数字是 1.8 米.

3 解题高手

例 1 已知实数 $\frac{22}{7}$，$\left(\frac{\sqrt{3}}{3}\right)^0$，$\sqrt[3]{27}$，$\frac{\pi}{2}$，$\cos30°$，0.020020002…，$\sqrt{27}$ 中，无理数的个数是 ( )

A. 3 个 B. 4 个 C. 5 个 D. 6 个

【解】 选 B. $\frac{\pi}{2}$、$\cos30°$、$\sqrt{27}$、0.020020002…共 4 个.

【探究】 不要认为带根号的数就是无理数，无理数一般有以下几类：①特殊意义的数如 π；②开不尽的方根；③形如 0.020020002…结构的数等.

例 2 在数轴上作出表示 $\sqrt{13}$ 和 $-\sqrt{17}$ 的点.

【解】 如图 1-4，A 点表示 $\sqrt{13}$，B 点表示 $-\sqrt{17}$.

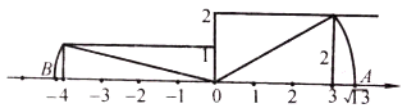


图 1-4

【探究】 ①作无理数 $\sqrt{a}$ 通常用作直角三角形(或矩形)，应用勾股定理求得斜边为 $\sqrt{a}$，有时也可由斜边和直角边求另一直角边. 例如 $\sqrt{7}$ 可以如下作图.(如图 1-5)

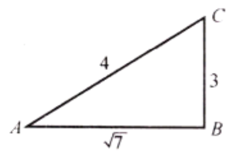


图 1-5

斜边 $AC=4$，直角

边 $BC=3$，则 $AB=\sqrt{4^2-3^2}=\sqrt{7}$.

②作图时不一定要在数轴上作出长方形，可以在其他地方作出辅助图得到所求线段，再在数轴上从原点处开始作出相应线段. 向右作为正，向左作则为负.

例 3 如图 1-6，表示数 a 和 b 的点的位置已经给定，请提出三个以上与该图有关的数学问题，并给出解答.

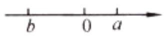


图 1-6

分析与解答 通过观察我们发现 $a>0$，$b<0$，$|a|<|b|$，我们可以提出以下问题：

(1)判断 $a\times b$ 的正负；

(2)判断 $a+b$ 的正负；

(3)判断 $a-b$ 的正负；

(4)判断 $b-a$ 的正负.

根据实数加、减法及乘法法则可知：(1) $a\times b<0$，(2) $a+b=-(|b|-|a|)<0$，(3) $a-b=a+(-b)>0$，(4) $b-a=b+(-a)<0$.

【探究】 (1)要注意发现数学信息，这是我们解决数学问题的基础；(2)提出的问题是通过我们所发现的信息和我们学过的知识能解决的.

例 4 分别找出 $\sqrt{47}$，$\sqrt[3]{270}$ 位于哪两个相邻自然数之间，并比较它们的大小.

分析 对于正数的平方，底数越大，则幂越大，反之，如果被开方数越大，则算术平方根越大，对于正数的立方根也有类似的性质.

【解】 因为 $6^2=36$，$7^2=49$，$36<47<49$，所以 $6<\sqrt{47}<7$.

因为 $6^3=216$，$7^3=343$，$216<270<343$，所以 $\sqrt[3]{216}<\sqrt[3]{270}<\sqrt[3]{343}$，即 $6<\sqrt[3]{270}<7$. 为了比较 $\sqrt{47}$，$\sqrt[3]{270}$ 的大小，需要把这两个数作进一步的估计，

因为 $6.5^2=42.25<47$，所以 $6.5<\sqrt{47}$，

因为 $6.5^3=274.625>270$，

所以 $6.5>\sqrt[3]{270}$. 所以 $\sqrt{47}>\sqrt[3]{270}$.

【探究】 本例说明开方与乘方互为逆运算，利用平方、立方运算来估计算术平方根和立方根的大小范围，也就是用有理数估计一个无理数.

4 考场实战

1. $\sqrt{3}$ 的相反数是 ( )

A. $-\frac{\sqrt{3}}{3}$ B. $-\sqrt{3}$ C. $\frac{\sqrt{3}}{3}$ D. $\sqrt{3}$

2. 火车票上的车次号有两个意义，一是数字越小表示车速越快，1～98 次为特快列车，101～198 次为直快列车，301～398 次为普快列车，401～598 次为普客列车；二是单数与双数表示不同的行驶方向，其中单数表示从北京开出，双数表示开往北京. 根据以上规定，杭州开往北京的某一直快列车的车次号可能是 ( )

A. 20 B. 119 C. 120 D. 319

3. 我国宇航员杨利伟乘“神舟五号”绕地球飞行了 14 周，飞行轨道近似看作圆，其半径约为 6.71×10^3 千米，总航程约为(π 取 3.14，保留 3 个有效数字) ( )

A. 5.90×10^5 千米 B. 5.90×10^6 千米

C. 5.89×10^5 千米 D. 5.89×10^6 千米

4. $|-3|$ 的相反数是 ( )

A. -3 B. $-\frac{1}{3}$ C. 3 D. ±3

5. 下列四个数中，在 -2 到 0 之间的数是 ( )

A. -1 B. 1 C. -3 D. 3

6. $\frac{1}{4}$ 的算术平方根是 ( )

A. $\frac{1}{2}$ B. $-\frac{1}{2}$ C. $\frac{1}{16}$ D. $\pm\frac{1}{2}$

7. 有下列说法：①有理数和数轴上的点一一对应；②不带根号的数一定是有理数；③负数没有立方根；④$-\sqrt{17}$ 是 17 的平方根. 其中正确的有 ( )

A. 0 个　　B. 1 个　　C. 2 个　　D. 3 个

8.（05 安徽）一批货物总量重 1.4×10^7 kg，下列可将其一次性运走的合适运输工具是　（　　）

A. 一艘万吨级巨轮　　B. 一架飞机

C. 一辆汽车　　D. 一辆板车

9.（05 济南）如图 1-7，是由两个正方形组成的长方形花坛 $ABCD$，小明从顶点 A 沿着花坛间小路走到长边中点 O，再从中心 O 走到正方形 $OCDF$ 的中心 O_1，再从中心 O_1 走到正方形 O_1GFH 的中心 O_2，又从中心 O_2 走到正方形 O_2IHJ 的中心 O_3，再从 O_3 走到正方形 O_3KJP 的中心 O_4，一共走了 $31\sqrt{2}$m，则长方形花坛 $ABCD$ 的周长是　（　　）

A. 36m　　B. 48m　　C. 96m　　D. 60m

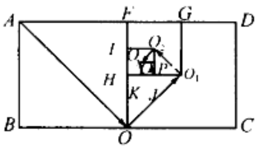


图 1-7

10.（05 济南）把数字按如图 1-8 所示排列起来，从上开始，依次为第一行、第二行、第三行……中间用虚线围的一列，从上至下依次为 1、5、13、25，…，则第 10 个数为________.

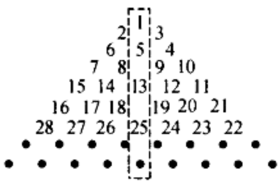


图 1-8

11. 设 $a=\sqrt{15}$，则实数 a 在数轴上对应的点的大致位置是（如图 1-9）　（　　）

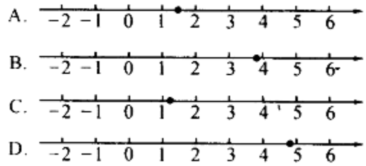


图 1-9

12. 科学发现：植物的花瓣、萼片、果实的数目以及其他方面的特征，都非常吻合于一个奇特的数列——著名的斐波那契数列：1，1，2，3，5，8，13，21，34，55，…，仔细观察以上数列，则它的第 11 个数应该是________.

13. $-\sqrt{3}$的绝对值是________；$-3\dfrac{1}{2}$的倒数是________；$\dfrac{4}{9}$的平方根是________.

14. 在数轴上，离原点距离等于 3 的数是________.

15. 写出一个无理数，使它与$\sqrt{2}$的积是有理数________.

16. 将 −207670 保留三个有效数字，其近似值为________.

17. 若 a、b 都是无理数，且 $a+b=2$，则 a、b 的值可以是________.（填上一组满足条件的值即可）

18. 如图 1-10，数轴上的点 A 所表示的是实数 a，则点 A 到原点的距离是________.

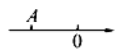


图 1-10

19. 在一条东西走向的马路旁，有青少年宫、学校、商场、医院四家公共场所. 已知青少年宫在学校东 300 m 处，商场在学校西 200 m 处，医院在学校东 500 m 处. 若将马路近似地看作一条直线，以学校为原点，向东方向为正方向，用 1 个单位长度表示 100 m.

（1）在数轴上表示出四家公共场所的位置；

（2）列式计算青少年宫与商场之间的距离.

第二节　实数及二次根式运算

1 课程标准

(1)有理数

①理解乘方的意义,掌握有理数的加、减、乘、除、乘方及简单的混合运算(以三步为主).

②理解有理数的运算律,并能运用运算律简化运算.

③能运用有理数的运算解决简单的问题.

④能对含有较大数字的信息作出合理的解释和推断.

(2)实数

了解二次根式的概念及其加、减、乘、除运算法则,会用它们进行有关实数的简单四则运算(不要求分母有理化).

2 逐项例析

例 1　计算:

(1)$4-(-2)^3-3^3\div(-1)^3$;

(2)$-4^2-3\times2^2\times(\frac{1}{3}-1)\div(-1\frac{1}{3})$.

【解】　(1)$4-(-2)^3-3^3\div(-1)^3$

$=4-(-8)-27\div(-1)$

$=12+27=39$.

(2)$-4^2-3\times2^2\times(\frac{1}{3}-1)\div(-1\frac{1}{3})$

$=-16-12\times(-\frac{2}{3})\div(-\frac{4}{3})$

$=-16+8\times\left(-\frac{3}{4}\right)$

$=-16-6=-22$.

【探究】　在进行有理数的混合运算时,一要注意运算顺序的正确;二要注意符号的变化;三要注意在运用运算性质时不要出现错误.

例 2　计算:$(-5)\times[(-\frac{1}{85}-1\frac{8}{17}-\frac{1}{5})\times17-(-\frac{4}{5})^2]$.

分析　该题有双重括号看起来比较复杂,但只要我们按运算顺序去做都可以求出结果.在计算时我们还应考虑灵活运用运算性质来简化计算.

【解】　$(-5)\times[(-\frac{1}{85}-1\frac{8}{17}-\frac{1}{5})\times17-(-\frac{4}{5})^2]$

$=(-5)\times[(-\frac{1}{5})-25-\frac{17}{5}-\frac{16}{25}]$

$=1+125+17+\frac{16}{5}=146\frac{1}{5}$.

例 3　某个家庭为了估计自己家6月份的用电量,对月初的一周每天电表的读数进行了记载,上周日电表的读数是115度.以后每日的读数如下表:

星期	周一	周二	周三	周四	周五	周六	周日
电表的读数(度)	118	122	127	133	136	140	143

估计6月份大约用多少度电.

分析　通过对一周电度表的读数的记载可以算出这一周各天的用电量,从而算出这一周的平均每天用电量,用这周的平均每天用电量乘以30,就可以估算出6月份大约用多少度电.

【解】　$(143-115)\div7\times30=120$.

例 4　一次水灾中,大约有20万人的生活受到影响,灾情将持续一个月.请推断:大约需要组织多少顶帐篷?多少吨粮食?

分析与解答　假如平均一个家庭有4口人,那么20万人需要5万顶帐篷;假如一个人平均一天需要0.5千克的粮食,那么一天需要10万千克的粮食……

例 5　化简:

第一章　数与式

(1)$\sqrt{8}\times\sqrt{13}\times\sqrt{26}$；　(2)$\dfrac{\sqrt{12}\times\sqrt{18}}{\sqrt{6}}$；

(3)$(1+\sqrt{6})(2-\sqrt{6})$；　(4)$\left(\sqrt{5}-\dfrac{3}{\sqrt{5}}\right)^2$.

【解】 (1)$\sqrt{8}\times\sqrt{13}\times\sqrt{26}=\sqrt{16\times169}=\sqrt{16}\times\sqrt{169}=4\times13=52$.

(2)$\dfrac{\sqrt{12}\times\sqrt{18}}{\sqrt{6}}=\sqrt{\dfrac{12\times18}{6}}=\sqrt{36}=6$.

(3)$(1+\sqrt{6})(2-\sqrt{6})$

$=2-\sqrt{6}+2\sqrt{6}-(\sqrt{6})^2=\sqrt{6}-4$.

(4)$\left(\sqrt{5}-\dfrac{3}{\sqrt{5}}\right)^2$

$=(\sqrt{5})^2-2\times\sqrt{5}\times\dfrac{3}{\sqrt{5}}+\left(\dfrac{3}{\sqrt{5}}\right)^2=\dfrac{4}{5}$.

3 解题高手

例 1 已知：当 a 取某一范围的实数时，代数式 $\sqrt{(2-a)^2}+\sqrt{(a-3)^2}$ 的值是一个常数（确定值），则这个常数是 (　　)

A. -1　　B. 0　　C. 1　　D. 5

分析 重点考查二次根式的性质 $\sqrt{a^2}=|a|=\begin{cases}a(a\geqslant0),\\-a(a<0).\end{cases}$

【解】 $\sqrt{(2-a)^2}+\sqrt{(a-3)^2}$

$=|2-a|+|a-3|$

$=\begin{cases}2-a+a-3=-1,(a\leqslant2\text{ 或 }a\geqslant3,a\text{ 无解})\\a-2-(a-3)=1.(2\leqslant a\leqslant3,a\text{ 有解})\end{cases}$

故选 C.

【探究】 二次根式性质要熟练掌握，分类讨论解决二次根式化简很重要.

例 2 古希腊数学家把数 1，3，6，10，15，21，…，叫做三角形数，它有一定的规律性. 则第 24 个三角形数与第 22 个三角形数的差为____.

【解】 观察数列规律，后项与前项的差分别是 2，3，4，5，6，…，所以答案是 47.

例 3 已知正数 a 和 b，则有下列命题：

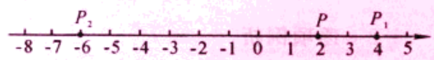
(1)若 $a+b=2$，则 $\sqrt{ab}\leqslant1$；(2)若 $a+b=3$，则 $\sqrt{ab}\leqslant\dfrac{3}{2}$；(3)若 $a+b=6$，则 $\sqrt{ab}\leqslant3$. 根据以上三个命题所提供的规律猜想，若 $a+b=9$，则 $\sqrt{ab}\leqslant$________.

分析 观察条件，不难发现其规律是：当 $a+b=n$ 时，$\sqrt{ab}\leqslant\dfrac{n}{2}$.

【解】 $\sqrt{ab}\leqslant\dfrac{9}{2}$.

例 4 在数轴上，P 点表示 2，现在 P 点向右移动两个单位后，再向左移动 10 个单位；(1)这时 P 点必须向哪个方向移动多少个单位才能到达原点？(2)把 P 点从开始移动直至到达原点这一过程用一个有理数算式写出来.

分析 按要求我们把每次 P 点移到的位置标在数轴.



(1)很容易知道 P 点要到达原点必须向右移动 6 个单位；

(2)P 点原有对应的数是 2，而每次向右移动一个单位就等于 $+1$，向左移动一个单位等于 $+(-1)$，所以移动全过程对应的算式就是：

$$2+2+(-10)+6=0$$

【解】 (1)P 点必须向右移动 6 个单位，才能到达原点.

(2)$2+2+(-10)+6=0$.

4 考场实战

1. 两个完全相同的长方体的长、宽、高分别为 5cm，4cm，3cm. 把它们叠放在一起组成一个新长方体，在这些新长方体中，表面积最大是 (　　)

A. 188cm^2　　B. 176cm^2

C. 164cm^2　　D. 158cm^2

2. 在 1，−1，−2 这三个数中，任意两数之和的最大值是 （　　）

A. 1　　B. 0　　C. −1　　D. −3

3. 点 A 为数轴上表示 −2 的点，当 A 点沿数轴移动 4 个单位长度到点 B 时，点 B 所表示的实数为 （　　）

A. 2　　B. −6

C. 2 或 −6　　D. 不同于以上答案

4. 下列运算中正确的是 （　　）

A. $\left|-\frac{1}{5}\right|=\frac{1}{5}$　　B. $-(-2)=-2$

C. $3^{-2}=9$　　D. $(-\frac{1}{2})^3=\frac{1}{8}$

5. 下列一组按规律排列的数：1，2，4，8，16，…，第 2004 个数是 （　　）

A. 2^{2004}　　B. $2^{2004}-1$

C. 2^{2003}　　D. 以上答案均不对

6. 商场在促销活动中，将标价为 200 元的商品，在打八折的基础上再打八折销售，则该商品现在的售价是 （　　）

A. 160 元　　B. 128 元

C. 120 元　　D. 8 元

7. (05 南昌)下列计算正确的是 （　　）

A. $-6+6=0$　　B. $-6-6=0$

C. $-6\times0=-6$　　D. $-6\div(-1)=-6$

8. (05 河北)古代有这样一个寓言故事：驴子和骡子一同走，它们驮着不同袋数的货物，每袋货物都是一样重的. 驴子抱怨负担太重，骡子说："你抱怨干吗？如果你给我一袋，那我所负担的就是你的两倍；如果我给你一袋，我们才恰好驮的一样多！"那么驴子原来所驮货物的袋数是 （　　）

A. 5　　B. 6　　C. 7　　D. 8

9. (05 河北)法国的"小九九"从"一一得一"到"五五二十五"和我国的"小九九"是一样的，后面的就改用手势了. 下面两个图框是用法国"小九九"计算 7×8 和 8×9 的两个示例. 若用法国的"小九九"计算 7×9，左、右手依次伸出手指的个数是 （　　）

$7\times8=?$

左手　　右手

∵两手伸出的手指数的和为 5，
未伸出的手指数的积为 6，
∴7×8=56，
[$7\times8=10\times(2+3)+3\times2=56$]

$8\times9=?$

左手　　右手

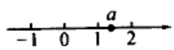
∵两手伸出的手指数的和为 7，
未伸出的手指数的积为 2，
∴8×9=72，
[$8\times9=10\times(3+4)+2\times1=72$]

A. 2，3　B. 3，3　C. 2，4　D. 3，4

10. 某天早晨的气温是 −7℃，中午上升了 11℃，则中午的气温是________℃.

11. 某商品的进价是 400 元，标价是 550 元，按标价的八折出售时，该商品的利润率是________.

12. 实数 a 在数轴上的位置如图所示，化简：$|a-1|+\sqrt{(a-2)^2}=$________.



13. 某商品标价为 800 元，现按九折出售，仍可获利 20%，则这种商品的进价为________元.

14. 早春二月的某一天，大连市南部地区的平均气温为 −3℃，北部地区的平均气温为 −6℃，则当天南部地区比北部地区的平均气温高________℃.

15. 欣赏下面各等式：

$3^2+4^2=5^2$

$10^2+11^2+12^2=13^2+14^2$

请写出下一个由 7 个连续正整数组成、前 4

个数的平方和等于后 3 个数的平方和的等式为______.

16. 观察下面一列数：−1，2，−3，4，−5，6，−7，…，将这列数排成下列形式

$$\begin{array}{ccccccc} & & & -1 & & & \\ & & 2 & -3 & 4 & & \\ & -5 & 6 & -7 & 8 & -9 & \\ 10 & -11 & 12 & -13 & 14 & -15 & 16 \\ & & & \cdots\cdots & & & \end{array}$$

按照上述规律下去，那么第 10 行从左边数第 9 个数是______.

17. 观察下列算式：

$2^1=2$　$2^2=4$　$2^3=8$　$2^4=16$　$2^5=32$

$2^6=64$　$2^7=128$　$2^8=256$

……

通过观察，用你所发现的规律写出 2^{1995} 的末位数字是______.

18. 小红家春天粉刷房间，雇用了 5 个工人，干了 10 天完成；用了某种涂料 150 升，费用为 4800 元；粉刷的面积是 150 m^2. 最后结算工钱时，有以下几种方案：

方案一：按工算，每个工 30 元（1 个工人干 1 天是一个工）；

方案二：按涂料费用算，涂料费用的 30% 作为工钱；

方案三：按粉刷面积算，每平方米付工钱 12 元.

请你帮小红家出主意，选择方案______付钱最合算（最省）.

19. 在下面等式的□内填数，○内填运算符号，使等号成立（两个算式中的运算符号不能相同）：□○□＝−6；□○□＝−6.

20. 扑克牌游戏　小明背对小亮，让小亮按下列四个步骤操作：

第一步　分发左、中、右三堆牌，每堆牌不少于两张，且各堆牌的张数相同；

第二步　从左边一堆拿出两张，放入中间一堆；

第三步　从右边一堆拿出一张，放入中间一堆；

第四步　左边一堆有几张牌，就从中间一堆拿几张牌放入左边一堆.

这时，小明准确说出了中间一堆牌现有的张数. 你认为中间一堆牌现有的张数是______.

21. 自然数中有许多奇妙而有趣的现象，很多秘密等待着我们去探索！比如：对任意一个自然数，先将其各位数字求和，再将其和乘以 3 后加上 1，多次重复这种操作运算，运算结果最终会得到一个固定不变的数 R，它会掉入一个数字"陷阱"，永远也别想逃出来，没有一个自然数能逃出它的"魔掌". 那么最终掉入"陷阱"的这个固定不变的数 R＝______.

第三节　代数式

1　课程标准

（3）代数式

①在现实情境中进一步理解用字母表示数的意义.

②能分析简单问题的数量关系，并用代数式表示.

③能解释一些简单代数式的实际背景或几何意义.

④会求代数式的值；能根据特定的问题查阅资料，找到所需要的公式，并会代入具体的值进行计算.

2　逐项例析

例 1　用字母表示下面实际问题.

（1）火车的行驶速度为 v 米/秒，汽车行驶的

速度是火车速度的$\frac{1}{3}$,用v表示汽车速度;

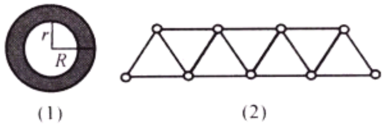


图 3-1

(2)如图 3-1(1),表示圆环的面积;

(3)如图 3-1(2),是用火柴摆出的三角形的图案,当摆n个三角形时,需火柴多少根.

【解】 (1)汽车的速度可表示为$\frac{1}{3}v$米/秒;

(2)圆环的面积为:$\pi R^2-\pi r^2$;

(3)摆成n个三角形需要火柴$3+2(n-1)$根?

【探究】 (1)用含有字母的式子表示实际问题时,我们必须弄清实际问题中的数量关系;(2)字母和字母相乘可以把"×"写成"·"或不写,如$a\times b$可写成$a\cdot b$或ab;而$a\div b$或$1\div b$,则写成$\frac{a}{b}$,$\frac{1}{b}$;(3)数乘以字母,或数乘以含有字母的式子,一般省略乘号,并把数写在前面,如$3\times a$写成$3a$,不写成$a3$,同理,$3\times(a+b)$写成$3(a+b)$.

例 2 在某地,人们发现某种蟋蟀叫的次数与温度之间有如下的近似关系:记录蟋蟀每分钟叫的次数,用这个次数除以 7,然后再加上 3,就得到当时的温度. 温度(℃)与蟋蟀每分钟叫的次数之间的关系是:温度=蟋蟀每分钟叫的次数÷7+3.

【解】 若用a表示蟋蟀每分钟叫的次数,t表示相应的温度,则$t=\frac{1}{7}a+3$.

例 3 对代数式$3a$作出解释.

【解】 如葡萄的价格是 3 元/千克,买a千克的葡萄需$3a$元;或正三角形的边长为a,这个三角形的周长是$3a$.

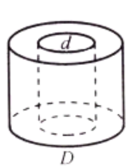


图 3-2

例 4 如图 3-2,是圆柱形钢管,其内径是d,外径是D,高是h.(1)用d、D、h把这个钢管的体积表示出来;(2)求出当$d=0.80$米,$D=1.20$米,$h=2$米时,该圆柱形钢管的体积($\pi\approx3.14$).

分析 钢管的体积等于以D为底面直径的圆柱体的体积,减去以d为底面直径的圆柱体的体积.

【解】 (1)这个钢管的体积可以表示为:$\pi(\frac{D}{2})^2h-\pi(\frac{d}{2})^2h$。

(2)$d=0.80$米,$D=1.20$米,$h=2$米时,这个钢管的体积是

$$\pi(\frac{D}{2})^2h-\pi(\frac{d}{2})^2h$$

$$=3.14\times(\frac{1.20}{2})^2\times2-3.14\times(\frac{0.80}{2})^2\times2$$

$$\approx1.256(米^3)$$

3 解题高手

例 1 春节前夕,铁路为了控制客流,使其卧铺票票价上浮 20%,春节期间按原价下浮 10%. 若某地到北京的卧铺票原价是x元,在春节期间乘坐要比春节前夕少花多少钱? 用x表示出来;当$x=228$时,求这个代数式的值.

分析 把春节前夕的票价和春节期间的票价分别用x表示出来,就可求出春节期间乘坐比春节前夕乘坐少花的钱数.

【解】 $(1+20\%)x-(1-10\%)x$

$=1.2x-0.9x=0.3x$

当$x=228$时,$0.3x=0.3\times228=68.4$.

例 2 观察下列等式:$9-1=8$,$16-4=12$,$25-9=16$,$36-16=20$,…,这些等式反映出自然数间的某种规律,设n表示自然数,试用关于n的等式表示出你所发现的规律:__________.

【解】 易知等式的左边的两数都是某数的平方,并且它们是相差为 2 的两个自然数的平方,等式的右边是 4 的倍数,不难写出其规律$(n+2)^2-$

$n^2=4(n+1)$

【探究】 这是数与式中典型的探究性问题，它以列代数式为基础，向学生渗透从特殊到一般的辩证关系.

例 3 观察下列各式：

$\frac{2}{1}\times2=\frac{2}{1}+2$，$\frac{3}{2}\times3=\frac{3}{2}+3$，$\frac{4}{3}\times4=\frac{4}{3}+4$，$\frac{5}{4}\times5=\frac{5}{4}+5$，…，用 n 表示这个规律，并当 $n=100$ 时，写出这个等式.

【解】 由上述一些等式反映的规律可以表示为：$\frac{n+1}{n}\times(n+1)=\frac{n+1}{n}+(n+1)$，当 $n=100$ 时，这个等式可以写成：$\frac{101}{100}\times101=\frac{101}{100}+101$.

例 4 初中数学课本上有这样一段叙述："要比较 a 与 b 的大小，可以先求出 a 与 b 的差，再看这个差是正数、负数还是零."由此可见，要判断两个代数式值的大小，只要考察它们的差就可以了.

问题：甲、乙两人两次同时在同一粮店购买粮食（假设两次购买粮食的单价不相同），甲每次购买粮食 100 千克，乙每次购粮用去 100 元.

设甲、乙两人第一次购买粮食的单价为每千克 x 元，第二次购买粮食的单价为每千克 y 元.

(1)用含 x，y 的代数式表示：甲两次购买粮食共需付粮款______元，乙两次购买共______千克粮食. 若甲两次购粮的平均单价为每千克 Q_1 元，乙两次购买的平均单价为每千克 Q_2 元，则 $Q_1=$______，$Q_2=$______.

(2)若规定谁两次购买的平均单价低，谁的购粮方式就更合算，请你判断甲、乙两人的购粮方式哪一个更合算，说明理由.

【解】 (1)甲付款 $100(x+y)$ 元，乙购买了 $\frac{100}{x}+\frac{100}{y}$ 千克粮食.

$$Q_1=\frac{x+y}{2},\quad Q_2=\frac{200}{\frac{100}{x}+\frac{100}{y}}=\frac{2xy}{x+y}$$

(2) ∵ $Q_1-Q_2=\frac{x+y}{2}-\frac{2xy}{x+y}=\frac{(x+y)^2-4xy}{2(x+y)}=\frac{(x-y)^2}{2(x+y)}$

由题意知 $x\neq y$，∴$Q_1>Q_2$

故乙购粮的方式更合算.

【探究】 此类阅读理解问题是近年来中考的热点题型. 这种试题紧扣课本，考查学生阅读理解能力，考查知识应用的过程.

4 考场实战

1. 有一大捆粗细均匀的钢筋，现要确定其长度. 先称出这捆钢筋的总质量为 m 千克，再从中截取 5 米长的钢筋，称出它的质量为 n 千克，那么这捆钢筋的总长度为 ( )

A. $\frac{m}{n}$米　B. $\frac{mn}{5}$米

C. $\frac{5m}{n}$米　D. $(\frac{5m}{n}-5)$米

2. 当 $a=-1$ 时，代数式 $(a+1)^2+a(a-3)$ 的值等于 ( )

A. -4　B. 4　C. -2　D. 2

3. 某商店进了一批商品，每件商品的进价为 a 元，若要获利 20%，则每件商品的零售价应定为 ( )

A. $20\%a$(元)　B. $(1-20\%)a$(元)

C. $\frac{a}{1+20\%}$(元)　D. $(1+20\%)a$(元)

4. 用代数式表示"$2a$ 与 3 的差"为 ( )

A. $2a-3$　B. $3-2a$

C. $2(a-3)$　D. $2(3-a)$

5. 购某种三年期国债 x 元，到期后可得本息和 y 元，已知 $y=kx$，则这种国债的年利率为 ( )

A. k　B. $\frac{k}{3}$　C. $k-1$　D. $\frac{k-1}{3}$

6. 如图 3-3，若数轴上的两点 A、B 表示的数分别为 a、b，则下列结论正确的是 ( )

A. $\frac{1}{2}b-a>0$

B. $a-b>0$

C. $2a+b>0$

D. $a+b>0$

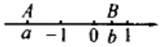


图 3-3

7. 如图 3-4，为做一个试管架，在 $a$cm 长的木条上钻了 4 个圆孔，每个孔的直径为 2cm，则 x 等于 （　　）

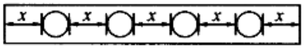


图 3-4

A. $\frac{a+8}{5}$cm　　B. $\frac{a-16}{5}$cm

C. $\frac{a-4}{5}$cm　　D. $\frac{a-8}{5}$cm

8. (05 福州) 如果 $x^2+x-1=0$，那么代数式 x^3+2x^2-7 的值为 （　　）

A. 6　　B. 8　　C. -6　　D. -8

9. (05 河北) 一根绳子弯曲成如下图 1 所示的形状. 当用剪刀像图 2 那样沿虚线 a 把绳子剪断时，绳子被剪为 5 段；当用剪刀像图 3 那样沿虚线 $b(b/\!/a)$ 把绳子再剪一次时，绳子就被剪为 9 段. 若用剪刀在虚线 a、b 之间把绳子再剪 $(n-2)$ 次（剪刀的方向与 a 平行），这样一共剪 n 次时绳子的段数是 （　　）

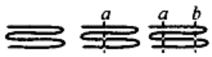


图 1　图 2　图 3

图 3-5

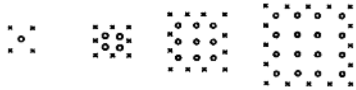
A. $4n+1$　　B. $4n+2$

C. $4n+3$　　D. $4n+5$

10. 下图是某花圃摆放的一组花盆图案（“○”代表红花花盆，“×”代表黄花花盆）.

观察图形并探索：在第 n 个图案中，红花和黄花的盆数分别是______.

11. 某商场 4 月份的营业额为 x 万元，5 月份的营业额比 4 月份多 10 万元. 如果该商场第二季



(1)　(2)　(3)　(4)

度的营业额为 $4x$ 万元，那么 6 月份的营业额为________万元，这个代数式的实际意义是________________.

12. (1) 在 2004 年 6 月的日历中（见图 3-6），任意圈出一竖列上相邻的三个数，设中间的一个为 a，则用含 a 的代数式表示这三个数（从小到大排列）分别是________.

日	一	二	三	四	五	六
		1	2	3	4	5
6	7	8	9	10	11	12
13	14	15	16	17	18	19
20	21	22	23	24	25	26
27	28	29	30			

图 3-6

(2) 现将连续自然数 1 至 2004 按图 3-7 的方式排成一个长方形阵列，用一个正方形框出 16 个数.

1	2	3	4	5	6	7
8	9	10	11	12	13	14
15	16	17	18	19	20	21
22	23	24	25	26	27	28
29	30	31	32	33	34	35
36	37	38	39	40	41	42
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
1996	1997	1998	1999	2000	2001	2002
2003	2004					

图 3-7

①图中框出的这 16 个数的和是________;

②在图 3-7 中，要使一个正方形框出的 16 个数之和分别等于 2000，2004，是否可能？若不可能，试说明理由；若有可能，请求出该正方形框出的 16 个数中的最小数和最大数.