

● 浙江省中等职业教育教材配套复习用书

◆ 上海东方激光教育文化有限公司 组编

(配人教版)

浙江中职导学与同步训练 ● 第二册

数 学

(高二下学期)



中国三峡出版社

浙江省中等职业教育教材配套复习用书

● 上海东方激光教育文化有限公司 组编

浙江中职数学与同步训练 (配人教版)
第 二 册

数 学 (高二下学期)

编 委 会 主 任	江照富
编委会副主任	江再智 潘月林
丛 书 编 委	李福林 陈岳松 王 岗 卢文静 项琳冰 傅妙西 李彩云
本 册 主 编	颜金娟
本 册 副 主 编	莫康清 陆凌萍
本 册 编 委	辛 勤 陈丹林 谢仙花

中国三峡出版社

图书在版编目 (CIP) 数据

浙江省中职导学与同步训练. 第二册: 人教版

/ 上海东方激光教育文化有限公司 组编.

— 北京: 中国三峡出版社, 2005. 8

ISBN 7-80099-972-6

I. 浙… II. 上… III. ①语文课 - 专业学校 - 教学参考资料
②数学课 - 专业学校 - 教学参考资料 ③英语课 - 专业学校 - 教学参考资料
IV. G634

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2005) 第 084100 号

中国三峡出版社出版发行

(北京市海淀区太平路 23 号院 12 号楼 100036)

电话: (010) 68218553 51933037

<http://www.e-zgsx.com>

E-mail: sanxiaz@sina.com

江阴市天江印刷有限公司印制 新华书店经销

2005 年 9 月第 1 版 2005 年 9 月第 1 次印刷

开本: 787×1092 毫米 1/16 印张: 50.25 字数: 1206 千字

ISBN 7-80099-972-6 定价: 70.00 元 (全八册)

前言

为了适应中等职业教育教学改革、发展新形势的需要,全面推进素质教育,认真贯彻教育部颁布的中等职业学校课程教学大纲的精神,我们组织了一批具有丰富实践经验、熟悉教学一线实际情况的教研员和骨干教师编写了这套《导学与同步训练》系列丛书,旨在对教材的学习内容进行系统的梳理、提炼,且通过单元测试、期中测试、期末测试,及时巩固、加强已学的知识,把握教材的知识点,促进学生知识系统的形成,提高学生分析问题和解决问题的能力。

本套丛书为教师的教学和检测提供实用的材料,为学生消化巩固所学内容及时提供实在的依据,特别是为有志参加浙江省高等职业技术教育招生考试(单考单招)的学生提供具有系统性、针对性的学习资料。

本套丛书包括语、数、英三个学科,《导学与同步训练·语文》系列依据人教版中等职业教育国家规划教材编写;《导学与同步训练·数学》系列依据人民教育出版社基础版的教材编写;《导学与同步训练·英语》系列依据浙江人民出版社的教材编写。同时各科的编写均参考了浙江省高等职业技术教育招生考试大纲。

《导学与同步训练·数学》分复习用书四册及阶段综合测试卷四册,根据每个学期编写复习用书一册和试卷一册。高一上册编写了第一册教材中第一章到第四章的内容,高一下册编写了第一册教材中第五章和第六章的内容;高二上册编写了第二册教材中第八章和第九章的内容,高二下册编写了第二册教材中第十章和第十一章的内容。但不包括选学部分。

数学复习用书编写特点是:

1. 同步 反映中等职业教育教学大纲的知识点,紧扣教材基本内容,与教材、与学生日常学习同步。

2. 实用 按课时编写,每课时都梳理了本课所对应的概念、定理、公式、性质或重要的结论等,以帮助学生理清各章节的知识要点;并通过典型例题的讲解与点评,引导学生应用所学的知识去解决相关问题,并且能举一反三,把知识学活学精;再对本课时的内容进行自我检查,配有基础题和提高题。

3. 层次 根据职校学生的特点和实际水平按层次进行编写。每节配有相应的测试题,每章、期中和期末都配有A、B卷。A卷属于基本要求,突出学生对基础知识的掌握;B卷属于较高要求,注重知识面的拓展与学生综合能力的培养。

本册复习用书由顾金娟任主编,莫康清、陆凌萍任副主编,辛勤、陈丹林、谢仙花等参加了编写。由于组稿时间紧迫,书中难免存在一些不足,恳请广大师生批评指正,以便我们不断完善。

《导学与同步训练》编写组

E-mail: 0571donghang@sina.com

2005年12月

目 录

第十章 排列、组合与二项式定理

一 排列与组合

10.1 计数的基本原理	1
10.2 排列(一)	4
10.2 排列(二)	7
10.3 组合(一)	9
10.3 组合(二)	13

二 排列、组合的应用

10.4 排列、组合的应用	15
排列与组合测试卷	18
10.5 二项式定理(一)	20
10.5 二项式定理(二)	22
10.6 二项式系数的性质	25
二项式定理测试卷	28
章综合测试卷(A)	30
章综合测试卷(B)	33

第十一章 概率与统计初步

一 概率初步

11.1 古典概率	36
11.2 概率的统计定义	41
11.3 概率的加法公式	43

11.4 相互独立事件与概率的乘法公式	46
11.5 离散型随机变量与超几何分布	49
11.6 独立重复试验模型	54
二 统计初步(选学)(略)	
三 概率与统计的应用举例	
11.14 概率与统计应用举例	57
11.14.1 概率应用举例	57
11.14.2 统计应用举例(选学)	59
章综合测试卷(A)	62
章综合测试卷(B)	65
期中测试卷(A)	68
期中测试卷(B)	72
期末测试卷(A)	76
期末测试卷(B)	80
参考答案	84
打击盗版 举报有奖	96

第十章 排列、组合与二项式定理

一 排列与组合

10.1 计数的基本原理

【知识要点】

分类计数原理和分步计数原理

	定义	特点
分类计数原理	完成一件事,有 n 类办法,在第 1 类办法中有 m_1 种不同的方法,在第 2 类办法中有 m_2 种不同的方法,……,在第 n 类中有 m_n 种不同的方法,则完成这件事共有 $N = m_1 + m_2 + \cdots + m_n$ 种不同的方法	分类完成 类类独立
分步计数原理	完成一件事,需要分成 n 个步骤,做第 1 步有 m_1 种不同的方法,做第 2 步有 m_2 种不同的方法,……,做第 n 类有 m_n 种不同的方法,则完成这件事共有 $N = m_1 \times m_2 \times \cdots \times m_n$ 种不同的方法	分步完成 步步相关

【例题解析】

【例 1】 某班男生 26 名,女生 24 名,问:

(1) 选一名学生代表,有多少种不同选法?

(2) 从该班男、女生中各选一名学生代表,又有多少种不同的选法?

【分析】 欲完成从某班中任取一名学生代表这件事,可有二类办法,所以题(1)可用分类计数原理;欲完成从该班男、女生中各选一名学生代表,需分两个步骤,因此题(2)用分步计数原理。

【解】 (1) 从某班中任取一名学生代表,有两类办法:第一类办法是从 26 名男生中任取一名学生代表,有 26 种方法;第二类办法是从 24 名女生中任取一名学生代表,有 24 种方法,根据分类计数原理,得到不同的选法的种数是 $N = 26 + 24 = 50$ (种)。

$\therefore$ 从该班中选一名学生代表共有 50 种不同选法。

(2) 从该班男、女生中各选一名学生代表,可以分成两个步骤来完成:第一步从 26 名男生中任取一名学生代表,有 26 种方法;第二步是从 24 名女生中任取一名学生代表,有 24 种方法,根据分步计数原理,得到不同的选法的种数是 $N = 26 \times 24 = 624$ (种)。

$\therefore$ 从该班男、女生中各选一名学生代表共有 624 种不同选法。

【点评】 在用两个原理解决问题时,一定要分清完成这件事,是有 n 类办法还是需分成 n 个步骤。

【例 2】 将红、黄、绿 3 个球放到 2 个不同的箱子里,问共有多少种不同的放法?

【解法一】 完成这件事情可分三步进行:

第一步,把红球放到箱子里共有 2 种放法;

第二步,把黄球放到箱子里共有 2 种放法;

第三步,把绿球放到箱子里共有2种放法.

依据分步计数原理,不同的放法种数为: $N = 2 \times 2 \times 2 = 8$ (种);

【解法二】 在所有的放法中,就放到甲箱子的球数而言可分为四类:

第一类,所放的球数为0,只有1种放法;

第二类,所放的球数为1,有3种放法;

第三类,所放的球数为2,同样有3种放法;

第四类,所放的球数为3,只有1种放法.

根据分类计数原理,所有不同的放法种数为: $N = 1 + 3 + 3 + 1 = 8$ (种);

【解法三】 所有的放法也可分为两类:

第一类,3个球同时放到一个箱子里,共有2种放法;

第二类,2个球放到一个箱子里,另一个球放到另一个箱子里,共有6种放法;

根据分类计数原理,所有的放法种数为: $N = 2 + 6 = 8$ (种).

答:不同的放法有8种.

【点评】 同一个题目按不同的思考方法,可以利用不同的原理,所以在解决这类题目时,是采用“分类”还是“分步”因题而异,因策而异,切不可一成不变.

【同步精练】

基础题

一、选择题

1. 一个抽屉里有6张明信片,另一个抽屉里有8张明信片,每张明信片各不相同,从这两个抽屉里各取1张明信片,不同取法的种数是 ()
A. 1 B. 2 C. 14 D. 48
2. 某人从甲地途经乙地到丙地旅游,甲地到乙地有飞机、火车、汽车3种交通工具,乙地到丙地有木船、竹筏2种交通工具,则他从甲地到丙地共有几种不同的交通方式 ()
A. 3种 B. 6种 C. 9种 D. 5种
3. 四个学生,分配到三个车间去劳动,不同的分配方法种数是 ()
A. 12 B. 64 C. 81 D. 24
4. 从4本不同的数学书中选取1本,再从5本不同的英语书中选取1本,赠送给一位同学,那么不同的赠送方法有 ()
A. 4种 B. 4种或5种 C. 9种 D. 20种
5. 4本不同的书放入两个不同的抽屉中(设每个抽屉足够大),共有不同的放法种数为 ()
A. 6种 B. 8种 C. 16种 D. 20种
6. 若 $x \in \{1, 2, 3\}$, $y \in \{5, 7, 9\}$, 则 $x \cdot y$ 的不同值有多少个 ()
A. 2 B. 6 C. 9 D. 8

二、填空题

7. 某班级有8名男三好生,7名女三好生,中选出一名去领奖,共有_____种不同的选法,从男、女三好生中各选一名去领奖,共有_____种不同的选法.
8. 代数式 $(a+b+c)(m+n)(x+y)$ 展开后共有_____项.
9. 直角坐标系平面上有点 $P(a, b)$, 设 $a \in \{0, 2, 4, 6, 8\}$, $b \in \{1, 3, 5, 7, 9\}$, 则 $P(a, b)$ 共

可表示_____个点,其中在坐标轴上的点有_____个.

10. 二名运动员都参加跳远、100m、200m 三项比赛,冠军分配的情况最多有_____种.

三、解答题

11. 从 5 位同学中产生 1 名组长、1 名副组长,有多少种不同的选法?

12. 一同学有 4 枚明朝不同的古币和 6 枚清朝的不同古币. 问:

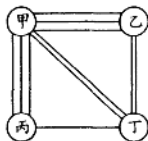
(1) 从中任取一枚,有多少种不同的取法;

(2) 从中任取明、清古币各一枚,有多少种不同的取法?

13. 有不同的小说书 9 本,不同的电脑书 7 本,不同的英语书 5 本,现从中任取 2 本不同类型的书,有多少种不同的选法?

提高题

1. 如图,甲村到乙村有三条不同的路可走,甲村到丙村有三条不同的路可走,甲村到丁村有两条不同的路可走,乙村到丁村有两条不同的路可走,丙村到丁村有一条路可走,试问甲村到丁村有多少种不同的走法?



第1题图

2. 有四位学生参加三项不同的竞赛,问:

- (1) 每位学生必须参加一项竞赛,有多少种不同结果?
- (2) 每项竞赛只许有一位学生参加,有多少种不同结果?

10.2 排列(一)

【知识要点】

1. 排列

一般地,从 n 个不同元素中,任取 m ($m \leq n$) 个元素,按照一定的顺序排成一列,叫做从 n 个不同元素中取出 m 个元素的一个排列.

- (1) 如果 $m < n$ 这样的排列叫做选排列;
- (2) 如果 $m = n$ (也就是每次取出所有元素的排列),这样的排列叫做全排列.

2. 排列数

从 n 个不同元素中取出 m ($m \leq n$) 个元素的所有排列的个数,叫做从 n 个不同元素取出 m 个元素的排列数,用符号 A_n^m 表示.

3. 排列数的计算公式

$$(1) A_n^m = n(n-1)(n-2)\cdots(n-m+1), m, n \in \mathbf{N}_+, m \leq n.$$

$$(2) A_n^n = \frac{n!}{(n-n)!} (\text{规定 } 0! = 1), A_n^n = n!.$$

【例题解析】

【例1】 写出从 1, 2, 3, 4 这四个数中任取两个的所有排列.

【分析】 可画出树形图



【解】 所有排列为:12,13,14,21,23,24,31,32,34,41,42,43.

【点评】 利用树形图具体地列出各种情况,可避免排列重复或遗漏,这种把抽象问题具体化的思想方法很重要.

【例 2】 计算: $\frac{A_8^4 + A_8^3}{A_8^5 - A_8^4}$

【解】 原式 = $\frac{5A_8^3 + A_8^3}{5A_8^4 - A_8^4} = \frac{6A_8^3}{4A_8^4} = \frac{1}{6}$

【点评】 运用排列数公式要准确、灵活.

【例 3】 $n \in \mathbb{N}$ 且 $n < 30$, 求 $(30-n)(31-n) \cdots (40-n)$

【解】 原式 = A_{40-n}^{11}

【点评】 注意排列数公式的逆用,找到最大数是 $40-n$,共有 11 个括号,即共有连续 11 个数相乘.

【例 4】 解方程 $3A_8^x = 4A_5^{x-1}$

【分析】 利用排列数公式消掉符号 A_n^m , 转化为 x 的代数方程再求解.

【解】 由排列数公式得: $\frac{3 \times 8!}{(8-x)!} = \frac{4 \times 9!}{(10-x)!}$

化简得: $x^2 - 19x + 78 = 0$

$\therefore x = 6$ 或 $x = 13$

$\because x \leq 8 \therefore x = 6$

【点评】 在解含有排列数的方程时,不但要注意上、下标均为自然数这一条件,还须注意下标要大于或等于上标的隐含条件.

【同步精练】

基础题

一、选择题

1. $20 \times 19 \times 18 \times \cdots \times 10 \times 9$ 等于 ()

A. A_{20}^9 B. A_{20}^{10} C. A_{20}^{11} D. A_{20}^{12}

2. 由 1, 2, 3, 4 这四个数可组成多少个没有重复数字的 2 位数 ()

A. 4 B. 8 C. 12 D. 16

3. 数 A_n^m ()

A. 一定是奇数 B. 一定是偶数
C. 奇偶性由 n 的奇偶性来决定 D. 以上答案都不对

4. 已知 $A_n^4 = 120$, 则 n 的值为 ()

A. 4 B. 5 C. 6 D. 7

5. 下列等式正确的是 ()

A. $6! = 4! + 2!$ B. $6! = 2! \times 3!$
C. $6! = 6 \times 5!$ D. $A_4^4 = 4!$

6. $\frac{A_8^5 - A_8^4}{A_5^4}$ 的值为 ()

A. 3 B. 10 C. 2 D. 12

二、填空题

7. $\frac{A_7^3}{A_6^3} = \underline{\hspace{2cm}}$.

8. $\frac{8! - 6!}{7! - 6!} = \underline{\hspace{2cm}}$.

9. 从 8 个不同的元素中取出 2 个元素的所有排列个数是 $\underline{\hspace{2cm}}$.

10. 已知 $A_{10}^m = 10 \times 9 \times \cdots \times 5$, 则 $m = \underline{\hspace{2cm}}$.

11. 已知 $A_n^2 = 56$, 则 $n = \underline{\hspace{2cm}}$.

三、解答题

12. 写出从 a, b, c, d 四个元素中任取 2 个元素的所有排列.

13. 计算: (1) $A_8^4 - 2A_8^3$; (2) $\frac{A_8^8}{A_7^5}$.

14. 求下列各式的 n 的值:

(1) $A_n^2 = 7A_{n-4}^2$;

(2) $3A_n^3 = 2A_{n+1}^2 + 6A_n^2$;

(3) $A_{n-1}^2 + n \leq 10$.

提高题

1. 记 $s = 1! + 2! + 3! + \cdots + 99!$, 求 s 的个位数字.

2. 计算 $A_{2n}^{n+3} + A_n^{n+1}$ 的值.

10.2 排列(二)

【知识要点】

1. 排列

一般地,从 n 个不同元素中,任取 $m(m \leq n)$ 个元素,按照一定的顺序排成一列,叫做从 n 个不同元素中取出 m 个元素的一个排列.

2. 排列数的计算公式

$$(1) A_n^m = n(n-1)(n-2)\cdots(n-m+1), m, n \in \mathbb{N}_+, m \leq n;$$

$$(2) A_n^n = n!.$$

【例题解析】

【例1】 用数字 0, 1, 2, 3, 4, 5 可组成多少个没有重复数字的四位数?

【解法一】 (特殊元素分析法) 因为 0 不能排在千位, 所以符合条件的四位数可分成四类:

第一类, 每一位数字都不是 0 的四位数有 A_5^4 个;

第二类, 个位数字是 0 的四位数有 A_5^3 个;

第三类, 十位数字是 0 的四位数有 A_5^3 个;

第四类, 百位数字是 0 的四位数有 A_5^3 个;

$\therefore$ 共有 $A_5^4 + A_5^3 + A_5^3 + A_5^3 = 120 + 180 = 300$ 个四位数.

【解法二】 (特殊位置分析法) 因为千位数字不能为 0, 所以千位上的排法有 A_5^1 种; 其余各位上的排法有 A_5^3 种, 共可组成 $A_5^1 \cdot A_5^3 = 300$ 个四位数.

【解法三】 (间接法) 从 0, 1, 2, 3, 4, 5 这 6 个数中任取 4 个数字的排列为 A_6^4 , 其中以 0 为开头的排列数 A_5^3 , $\therefore$ 所求的四位数共有 $A_6^4 - A_5^3 = 300$ 个.

【点评】 处理这类有限制条件的排列问题, 要注意用适当的方法将问题分解:

(1) 先排特殊元素或特殊位置, 然后再排其他元素或位置, 如解法一与解法二;

(2) 先不考虑限制条件求出所有的排列数, 然后减去不符合条件的排列.

【例2】 三个女生和五个男生排成一排.

(1) 如果女生必须排在一起, 有多少种不同的排法?

(2) 如果女生必须全分开, 有多少种不同的排法?

(3) 如果两端都不能排女生, 有多少种不同的排法?

【解】 (1) (捆绑法) 把三个女生捆绑成一个整体与五位男生排列有 A_6^5 种排法, 而女生自身内部有 A_3^3 种, 所以不同的排法共有 $A_6^5 \cdot A_3^3 = 4320$ (种);

(2) (插空法) 先把五个男生排好, 留有 6 个空位, 供三个女生选择, 所以不同的排法共有 $A_5^5 \cdot A_6^3 = 14400$ (种);

(3) 解法一: (位置分析法) 两端排男生

不同排法共有 $A_2^2 \cdot A_6^4 = 14400$ (种);

解法二: (元素分析法) 从中间 6 个位置来排女生

不同排法共有 $A_6^3 \cdot A_5^5 = 14400$ (种);

解法三: (间接法) 全部排法 — 女生排首位 — 女生排末位 + 两端都是女生

所以不同排法共有 $A_6^6 - A_5^5 - A_5^5 + A_5^5 + A_5^5 = 14400$ (种).

【点评】对于元素“必相邻”问题常采用“捆绑法”；

对于元素“互不相邻”问题常采用“插空法”。

【同步精练】

基础题

一、选择题

1. 从 10 名理事中选出理事长、副理事长、秘书长各 1 名，共有选法 ()
A. 120 种 B. 240 种 C. 720 种 D. 729 种
2. 由 0, 1, ..., 9 这十个数字可以组成没有重复数字的三位数共有 ()
A. 504 个 B. 648 个 C. 720 个 D. 729 个
3. 四辆自行车，三个人使用，每人一辆用法的种数是 ()
A. 9 B. 16 C. 24 D. 12
4. 把 6 个不同元素排成前后两排，每排三个元素，不同的排法共有 ()
A. 36 种 B. 120 种 C. 720 种 D. 1440 种
5. 四名学生与两位老师排成一排照像，要求两位老师必须站在一起的不同排法的总数是 ()
A. A_8^2 B. A_8^2 C. $A_8^2 A_2^2$ D. $2A_8^2$
6. 由 1, 2, 3, 4, 5 五个数字组成没有重复数字的四位数中，首位数不是 3 的个数共有 ()
A. 24 个 B. 72 个 C. 96 个 D. 114 个

二、填空题

7. 某段铁路有 8 个车站，共需准备普通客票 _____ 种。
8. 5 个人站成一排，甲必须站在中间有 _____ 种排法。
9. 用 2, 3, 4, 6 四个数字可构成 _____ 个没有重复数字的 4 位奇数。
10. 某学科小组有 6 名学生 1 名老师，要排成一排照相留念，
(1) 若老师必须坐在中间，有 _____ 种不同的排法；
(2) 若老师必须坐中间，学生甲必须坐在老师旁边有 _____ 种不同的排法。

三、解答题

11. 有 4 本不同的数学书，6 本不同的语文书排在书架上，求：
(1) 若相同类型的书必须排在一起，有多少种排法？
(2) 若数学书不能相邻，有多少种不同的排法？

12. 由数字 0, 1, 2, 3, 4, 5 组成没有重复数字的四位数.

(1) 可组成多少个不同的四位数?

(2) 可组成多少个不同的四位偶数?

13. 6 名学生排成一排, 若学生甲不能排在排头, 也不能排在排尾, 有多少种不同排法?

提高题

从 6 名运动员中选出 4 名参加 $4 \times 100\text{m}$ 接力赛. 如果甲、乙两人都不能跑第一棒, 那么共有多少种不同的参赛方案?

10.3 组合(一)

【知识要点】

1. 组合的定义

从 n 个元素中取出 m ($m \leq n$) 个元素并成一组, 叫做从 n 个不同元素中取出 m 个元素的一个组合.

2. 组合数的定义

从 n 个元素中取出 m ($m \leq n$) 个元素的所有组合的个数, 叫做从 n 个不同元素中取出 m 个元素的组合数, 用符号 C_n^m 表示.

3. 组合数的计算公式

$$(1) C_n^m = \frac{A_n^m}{A_m^m} = \frac{n(n-1)\cdots(n-m+1)}{m!};$$

$$(2) C_n^m = \frac{n!}{m!(n-m)!}.$$

【例题解析】

【例 1】判断下列各事件是排列问题还是组合问题, 并求出相应的排列数或组合数:

- (1) 10 支球队以单循环进行比赛(每两队比赛一次),这次比赛需要进行多少场次?
 (2) 10 支球队以单循环进行比赛,这次比赛冠亚军获得者有多少种可能?
 (3) 10 个人相互各写一封信,共写多少封信?
 (4) 10 个人规定相互通一次电话,共通多少次电话?

【解】 (1) 是组合问题,因为每两个队比赛一次,并不需要考虑谁先谁后,没有顺序的区别.组合数为 $C_{10}^2 = 45$ 种;

(2) 是排列问题,因为甲队得冠军、乙队得亚军与甲队得亚军、乙队得冠军是不一样的,是有顺序区别的.排列数为 $A_{10}^2 = 90$ 种;

(3) 是排列问题,因为发信人与收信人是有顺序区别的.排列数为 $A_{10}^2 = 90$ 种;

(4) 是组合问题,因为甲与乙通了一次电话,也就是乙与甲通了一次电话,没有顺序的区别.组合数为 $C_{10}^2 = 45$ 种.

【点评】 排列问题与组合问题的根本区别在于,取出元素后是否按一定顺序排列.元素需要按一定顺序排列,属排列问题;不需要考虑元素顺序,属组合问题.

【例 2】 课外数学兴趣小组共有 13 人,其中正、副组长各一名,现要选 3 人参加数学竞赛:

- (1) 共有多少种不同的选法?
 (2) 若规定正、副组长必须参加,有多少种选法?
 (3) 若规定正组长不参加,有多少种选法?

【解】 (1) 所求的选法总数,就是从 13 人中选出 3 人的组合数 $C_{13}^3 = 286$ 种;

(2) 因为正、副组长必须参加,所以只要在余下 11 人中任选 1 名即可,共有 $C_{11}^1 = 11$ 种;

(3) 解法一:(直接法) 因为正组长不能参加,所以只要在余下的 12 人中任选 3 名即可,共有 $C_{12}^3 = 220$ 种;

解法二:(间接法) 因为所有选法总数为 C_{13}^3 种,正组长必须参加的选法有 C_{12}^2 种,所以有 $C_{13}^3 - C_{12}^2 = 220$ 种.

【点评】 (1) 一般地从 n 个不同元素中取 m 个元素的组合,若其中有 i 个元素必须选上,共有 C_{n-i}^{m-i} 种;

(2) 从 n 个不同元素中取 m 个元素的组合,若其中 i 个元素一定不选上,共有 C_{n-i}^m 种.

【例 3】 已知 $\frac{1}{C_8^5} - \frac{1}{C_8^6} = \frac{7}{10C_7^7}$, 求 C_8^7 的值.

【解】 由组合数公式可得:

$$\frac{n!(5-n)!}{5!} - \frac{n!(6-n)!}{6!} = \frac{7}{10} \cdot \frac{n!(7-n)!}{7!}$$

化简得:

$$n^2 - 23n + 42 = 0$$

$$\therefore n = 21 \text{ 或 } n = 2$$

$$\because n \leq 5 \quad \therefore n = 2$$

$$\therefore C_8^7 = C_8^1 = 8$$

【点评】 本题先求 n 值,再求组合数.化简时常用公式 $C_n^m = \frac{n!}{m!(n-m)!}$, 计算时常用

$C_n^m = \frac{A_n^m}{A_m^m}$, 另外要注意 C_n^m 中 $m \leq n$ 这一隐含条件.

【同步精练】

基础题

一、选择题

1. 已知 $C_n^2 = 28$, 则 n 等于 ()
A. 9 B. 8 C. 7 D. 6
2. 平面上有 5 个点, 其中无三点共线, 以这些点作三角形, 可作多少个三角形 ()
A. 60 个 B. 30 个 C. 20 个 D. 10 个
3. 某校高二共有 7 个班级, 现举行篮球单循环赛, 问共有比赛多少场 ()
A. 42 B. 7 C. 21 D. 以上答案都不对
4. 从 10 名学生中选 2 名代表, 共有几种选法 ()
A. 90 B. 85 C. 45 D. 20
5. 从 5, 7, 19 三个数中每次取两个数相乘, 最多可得积 ()
A. 6 个 B. 5 个 C. 4 人 D. 3 个
6. 如果有 5 本不同的书, 有一个人要借 2 本, 借法有 ()
A. 10 种 B. 20 种 C. 25 种 D. 32 种

二、填空题

7. 6 个朋友聚会, 每两人握手 1 次, 一共握手 _____ 次.
8. 学校开设了 6 门任意选修课, 要求每个学生从中选学 3 门, 共有 _____ 种不同的选法.
9. 平面内有 10 个点, 以其中每 2 个点为端点的线段有 _____ 条; 有向线段有 _____ 条.
10. 从 6 名同学中选出 4 人参加运动会, 其中甲必须参加共有 _____ 种选法.

三、解答题

11. 计算: (1) C_5^3 ; (2) $C_6^2 \div C_4^1$; (3) $C_7^2 - C_6^2$.

12. 解方程: $C_n^2 = C_n^1$.