

小学金牌奥赛精典题

金牌奥赛

阶梯素质教育研究所

新课标

新教材

一题多解



北京阶梯素质教育研究所 策划
北京阶梯素质教育研究所 编审

数学

YITIDUOJIE

06年07年小学生专用

京华出版社

责任编辑：王 建

封面设计：颜国森

奥林匹克和金牌奥赛系列读物自出版以来,独树一帜,深受广大教师,家长,学生的喜爱;奥林匹克和金版奥校系列读物原由奥林匹克出版社出版发行,现又请国内多名奥林匹克教练员做了认真修订,并新增部分学科图书,现由京华出版社再版发行供各地中、小学生使用。

小学金牌奥赛精典题一题多解(系列丛书)



ISBN 7-80600-847-0



9 787806 000847 8 >

ISBN 7-80600-847-0/G · 479

定价：11.00元

小学金牌奥赛精典题一题多解

(数 学)

主 编	项昭义	屠新民	陈 斌
编 委	尹建堂	王建设	叶正道
	陈友文	袁有霞	张恩宏
	刘德存	李素寅	武文潢
编 者	项昭义	屠新民	陈 斌
	尹建堂	王建设	叶正道
	陈友文	袁有霞	张恩宏
	刘德存	李素寅	武文潢
	李锦萍	栗加顺	丁连义

责任编辑:徐秀琴 王 建

封面设计:周春林 默 石

图书在版编目(CIP)数据

小学金牌奥赛精典题一题多解.数学/北京阶梯素质教育研究所编.

- 北京:京华出版社,2004.3

ISBN 7-80600-847-0

I.小… II.北… III.数学课-小学-解题 IV.G624
中国版本图书馆CIP数据核字(2003)第118659号

著 者 ☐ 北京阶梯素质教育研究所

出版发行 ☐ 京华出版社

(北京市朝阳区安华西里1区13号楼2层 100011)

印 刷 ☐ 北京国防印刷厂印刷

开 本 ☐ 850mm×1168mm 1/32

字 数 ☐ 200千字

印 张 ☐ 10

印 数 ☐ 1-5000

出版日期 ☐ 2006年3月第1次修订第1次印刷

书 号 ☐ ISBN 7-80600-847-0/G·479

定 价 ☐ 11.00元

京华版图书,若有质量问题,请与本社联系

前言

中小学学科奥林匹克编辑部在精心研究了近几年国内外这项活动及大量该类优秀图书的基础上,邀请了全国各地一些潜心耕耘于这块园地的优秀园丁,编纂出版了一系列有关数学、语文、英语、物理、化学、生物、信息七大学科,教材辅导、同步训练及近年学科竞赛试卷汇编等类共计 100 多个品种的学科奥林匹克系列读物。可谓倾尽全力,鞠躬尽瘁。

中小学时期是学生打知识基础的阶段。在这个阶段,学生应该完成从要我学到我要学的转变。然而,目前中小学学生(尤其是大中城市的学生)普遍存在的问题是缺乏学习的主动积极性。没有动力源,一切都无从谈起。为了转变这一现象,我们认为:一要给中小学学生提供丰富有趣的适合他(她)们喜闻乐读的出版物,二要由老师、家长督促、帮助学生养成良好的学习习惯。小学、初中阶段没有形成好的学习习惯,到了高中就很难了。

中小学学科奥林匹克系列读物不仅可以使聪明好学的好学生在自己学有余力、学有潜力的学科不断地攀登知识的高峰,尽早尽多地获得解题的技能技巧,还可以使某些一时还没有开窍或一时对某一学科不感兴趣的学生不知不觉地对该学科产生浓厚的学习兴趣,以致后来居上,一发而不可收。因为这些孩子并不“笨”,相反,这些学生中的某些人是更有潜力的,问题是内因和外因没有结合好。

学生有了学习的积极性、主动性之后,还应该有意地培养自己“会学”知识的能力。我们认为,学会知识固然重要,但是会学的能力更为重要,因为人的一生更多的时间是在工作岗位上。

我们的读物不仅重视让学生从本系列读物中学到更多的知识，更重视教会学生如何去获得知识。

中小学学科奥林匹克是该学科课内知识内容的补充、延伸，是“灵活”与“美”的提高，念好学科奥林匹克，对课堂基础知识的学习和掌握将有莫大帮助。

我们的目的是想让阅读使用本系列读物的中小学生学习能对课堂教学产生兴趣，开发智力，在原有的基础上使学习能力有较大幅度提高。如果学生的家长、老师能对学生的放心、满意，我们的目的就达到了。

这一系列读物自出版以来，独树一帜，深受广大教师、家长、学生的喜爱；这一系列读物原由奥林匹克出版社出版发行，现又请国内多名奥林匹克教练员做了认真的修订并新增部分学科图书，现由京华出版社再版发行供各地中、小学生使用，并请提出宝贵意见。

中小学学科奥林匹克编辑部

作者的话

这套书是在该学科基本题目基础上延伸发展出来的,它有两大特点。

一是典型题:数学练习题多如烟海,烟海之中不免使许多学生无所适从,我们从上千道数学竞赛试题中精选提炼出具有典型性的试题,按知识点分类成册。这样做的目的是给学生提供极富典型性的练习题,启发引导学生去举一反三、触类旁通、更好地掌握中小学数学的各项内容,跳出茫茫题海,以实现从应试教育向素质教育的转变。

二是一题多解:要想学好数学,首要的是要掌握数学解题的基本方法;数学解题的基本方法是相通的,小学数学解题的某些基本方法,初中数学也要用到,高中数学也要用到,后面更高层次的数学学习也要用到。数学典型题的一题多解是最能体现数学解题基本方法的。所谓一题多解,就是用不同的思维分析方法,多角度多途径地解答问题。因此,这一类练习题的解法极富技巧性、趣味性,有数学兴趣的学生可从中提高自己的数学素养,并得到美的享受;没有数学兴趣的学生可从中逐渐培养自己的数学兴趣。认真研读体味本书提供的各种解题技巧和方法,就会居高临下,对课堂数学教学产生极强的指导作用。

书中的失误和不足,敬请同行和读者斧正(信寄:河南省郑州市河南省实验中学,邮编 450002)。

目 录

一、计算题	(1)
二、文字题	(39)
三、应用题	(61)
1. 一般复合应用题	(61)
2. 典型应用题	(89)
(1) 归一问题	(89)
(2) 平均数问题	(107)
(3) 倍数问题	(131)
(4) 年龄问题	(157)
(5) 行程问题	(177)
(6) 工程问题	(198)
(7) 比和比例问题	(209)
(8) 加减与比较问题	(215)
3. 分数、百分数应用题	(220)
四、几何初步	(234)
五、杂题	(265)
1. 数的奇偶性问题	(265)
2. 方程问题	(270)
3. 最大最小问题	(276)
4. 带余除法问题	(278)
5. 逻辑推理问题	(283)
6. 其他问题	(291)



数 学

小学金牌奥数精英题一题多解

金 牌 奥 校 专 用



伽利略(意大利)

一、计 算 题

$$1-1 \quad (1+3+5+\cdots+1989)-(2+4+6+\cdots+1988)=$$

(北京小学数学奥林匹克邀请赛初赛试题)

【分析一】 从题中可以看出,前面的小括号内,是求从1开始的连续奇数的和。从1开始的连续奇数的和就等于奇数个数的平方;题中后面的小括号内,是求从2开始的连续偶数的和。从2开始的连续偶数的和就等于偶数的个数与个数加上1的和的乘积。

【解法一】

$$\begin{aligned}
& (1+3+5+\cdots+1989)-(2+4+6+\cdots+1988) \\
&= [(1+1989) \div 2]^2 - (1988 \div 2) \times (1988 \div 2 + 1) \\
&= 995^2 - 994 \times (994 + 1) \\
&= 995^2 - 994 \times 995 \\
&= 995 \times (995 - 994) \\
&= 995 \times 1 \\
&= 995.
\end{aligned}$$

【分析二】 求连续奇数或连续偶数的和,可用首项与末项的和除以2,然后再乘以项数。

【解法二】

$$\begin{aligned}
& (1+3+5+\cdots+1989)-(2+4+6+\cdots+1988) \\
&= [(1+1989) \div 2][(1+1989) \div 2] - [(2+1988) \div 2] \\
& \quad (1988 \div 2) \\
&= (1990 \div 2)[(1990 \div 2) - (1988 \div 2)]
\end{aligned}$$

一
计
算
题



数 学

小学金牌奥数竞赛精典题一题多解

金 牌 奥 校 专 用

【分析二】 把带分数的整数部分与分数部分分开进行计算，这时可以看出每个带分数的分数部分都可以拆分成两个单位分数之差。即把 $\frac{1}{6}$ 拆分成 $(\frac{1}{2} - \frac{1}{3})$ ， $\frac{1}{12}$ 拆分成 $(\frac{1}{3} - \frac{1}{4})$ ， $\frac{1}{20}$ 拆分成 $(\frac{1}{4} - \frac{1}{5})$ ， $\frac{1}{30}$ 拆分成 $(\frac{1}{5} - \frac{1}{6})$ ， $\frac{1}{42}$ 拆分成 $(\frac{1}{6} - \frac{1}{7})$ ，把 $\frac{1}{56}$ 拆分成 $(\frac{1}{7} - \frac{1}{8})$ 。然后把 $\frac{1}{3}$ 和 $\frac{1}{3}$ ， $\frac{1}{4}$ 和 $\frac{1}{4}$ ， $\frac{1}{5}$ 和 $\frac{1}{5}$ ， $\frac{1}{6}$ 和 $\frac{1}{6}$ ， $\frac{1}{7}$ 和 $\frac{1}{7}$ 互相抵消。

【解法二】

$$\begin{aligned} & 1 + 3\frac{1}{6} + 5\frac{1}{12} + 7\frac{1}{20} + 9\frac{1}{30} + 11\frac{1}{42} + 13\frac{1}{56} \\ &= (1 + 3 + 5 + 7 + 9 + 11 + 13) + \left(\frac{1}{6} + \frac{1}{12} + \frac{1}{20} + \frac{1}{30} + \frac{1}{42} + \frac{1}{56} \right) \\ &= 49 + \left[\left(\frac{1}{2} - \frac{1}{3} \right) + \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{4} \right) + \left(\frac{1}{4} - \frac{1}{5} \right) + \left(\frac{1}{5} - \frac{1}{6} \right) + \left(\frac{1}{6} - \frac{1}{7} \right) + \left(\frac{1}{7} - \frac{1}{8} \right) \right] \\ &= 49 + \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{8} \right) \\ &= 49 + \frac{3}{8} \\ &= 49\frac{3}{8} \end{aligned}$$

1-3 计算： $\left(\frac{1}{30} + \frac{1}{35} + \frac{1}{63} \right) \times 2\frac{1}{7}$

(第三届“华罗庚金杯”少年数学邀请赛初赛试题)



一
计
算
题

数 学

小学金牌奥数精英题一题多解

金牌奥数专用



【解法一】 先求出 30, 35, 63 的最小公倍数, $30 = 2 \times 3 \times 5$,
 $35 = 5 \times 7$, $63 = 3 \times 3 \times 7$; 所以, 最小公倍数是 $2 \times 3 \times 3 \times 5 \times 7 = 630$. 原式通分, 有

$$\begin{aligned}\text{原式} &= \left(\frac{21}{630} + \frac{18}{630} + \frac{10}{630} \right) \times \frac{15}{7} \\ &= \frac{49}{630} \times \frac{15}{7} \\ &= \frac{1}{6}.\end{aligned}$$

【解法二】

$$\begin{aligned}\text{原式} &= \left(\frac{1}{2 \times 3 \times 5} + \frac{1}{5 \times 7} + \frac{1}{3 \times 3 \times 7} \right) \times \frac{15}{7} \\ &= \frac{21 + 18 + 10}{2 \times 3 \times 3 \times 5 \times 7} \times \frac{15}{7} \\ &= \frac{49}{2 \times 3 \times 7 \times 7} \\ &= \frac{1}{6}.\end{aligned}$$

【说明】 解法二更显得简单一些, 但两种解法都是四则运算的基本方法.

$$1-4 \quad \text{计算} \underbrace{99 \cdots 99}_{1988 \text{ 个}} \times \underbrace{99 \cdots 99}_{1988 \text{ 个}} + 1 \underbrace{99 \cdots 99}_{1988 \text{ 个}} =$$

(1988 年上海市小学生数学竞赛试题)

【分析一】 把算式前面第一个因数 1988 个 9 看做是比它大 1 的数减 1, 即 $1 \underbrace{00 \cdots 00}_{1988 \text{ 个}} - 1$, 然后用乘法分配律进行计算; 把

$$\begin{aligned}&\text{后面一个加数看做比它小 1988 个 9 的数加上 1988 个 9, 即} \\ &1 \underbrace{00 \cdots 00}_{1988 \text{ 个}} + \underbrace{99 \cdots 99}_{1988 \text{ 个}}\end{aligned}$$





数 学

小学金牌奥数精英题一题多解

金牌奥数校专用



【解法一】

$$\begin{aligned}
 & \underbrace{99\cdots99}_{1988\text{个}} \times \underbrace{99\cdots99}_{1988\text{个}} + 1 \underbrace{99\cdots99}_{1988\text{个}} \\
 &= (\underbrace{1\ 00\cdots0}_{1988\text{个}} - 1) \times \underbrace{99\cdots9}_{1988\text{个}} + 1 \underbrace{00\cdots0}_{1988\text{个}} + \underbrace{99\cdots9}_{1988\text{个}} \\
 &= \underbrace{99\cdots9}_{1988\text{个}} \underbrace{00\cdots0}_{1988\text{个}} - \underbrace{99\cdots9}_{1988\text{个}} + 1 \underbrace{00\cdots0}_{1988\text{个}} + \underbrace{99\cdots9}_{1988\text{个}} \\
 &= \underbrace{1\ 00\cdots0}_{1988\text{个}} \underbrace{00\cdots0}_{1988\text{个}} \\
 &= \underbrace{1\ 00\cdots0}_{3976\text{个}}.
 \end{aligned}$$

【分析二】 把算式中后一个加数分解成 1988 个 9 与比 1988 个 9 多 1 的数, 然后用 1988 个 9 乘以 1988 个 9 与 1 的和, 最后再加上比 1988 个 9 多 1 的数.

【解法二】

$$\begin{aligned}
 & \underbrace{99\cdots99}_{1988\text{个}} \times \underbrace{99\cdots99}_{1988\text{个}} + 1 \underbrace{99\cdots99}_{1988\text{个}} \\
 &= \underbrace{99\cdots99}_{1988\text{个}} \times \underbrace{99\cdots99}_{1988\text{个}} + \underbrace{99\cdots99}_{1988\text{个}} + 1 \underbrace{00\cdots0}_{1988\text{个}} \\
 &= \underbrace{99\cdots99}_{1988\text{个}} \times (\underbrace{99\cdots99}_{1988\text{个}} + 1) + 1 \underbrace{00\cdots0}_{1988\text{个}} \\
 &= \underbrace{99\cdots99}_{1988\text{个}} \times \underbrace{1\ 00\cdots0}_{1988\text{个}} + 1 \underbrace{00\cdots0}_{1988\text{个}} \\
 &= (\underbrace{99\cdots99}_{1988\text{个}} + 1) \times \underbrace{1\ 00\cdots0}_{1988\text{个}} \\
 &= \underbrace{1\ 00\cdots0}_{3976\text{个}}.
 \end{aligned}$$

1-5 计算: $\frac{1}{5 \times 6 \times 7} + \frac{1}{6 \times 7 \times 8} + \frac{1}{7 \times 8 \times 9}$

(1993 年武汉市洪山区六年级数学选拔赛试题)

【分析一】 经过观察发现三个分数的分子都是 1, 分母都

哥白尼(波兰)

计算题



数 学

小学金牌奥数精典题一题多解 金牌奥数专用



祖冲之
(中国)

是三个连续自然数的乘积, 这样我们联想到运用公式:

$$\frac{1}{n \times (n+1) \times (n+2)} = \frac{1}{2} \times \left[\frac{1}{n \times (n+1)} - \frac{1}{(n+1) \times (n+2)} \right].$$

采用裂项法进行计算:

【解法一】

$$\begin{aligned} \text{原式} &= \frac{1}{2} \times \left(\frac{1}{5 \times 6} - \frac{1}{6 \times 7} \right) + \frac{1}{2} \times \left(\frac{1}{6 \times 7} - \frac{1}{7 \times 8} \right) + \frac{1}{2} \times \\ &\quad \left(\frac{1}{7 \times 8} - \frac{1}{8 \times 9} \right) \\ &= \frac{1}{2} \times \left(\frac{1}{5 \times 6} - \frac{1}{6 \times 7} + \frac{1}{6 \times 7} - \frac{1}{7 \times 8} + \frac{1}{7 \times 8} - \frac{1}{8 \times 9} \right) \\ &= \frac{1}{2} \times \left(\frac{1}{5 \times 6} - \frac{1}{8 \times 9} \right) \\ &= \frac{1}{2} \times \frac{14}{720} \\ &= \frac{7}{720}. \end{aligned}$$

【分析二】 用 $5 \times 6 \times 7 \times 8 \times 9$ 作为公分母, 先通分, 再按照同分母分数加法的计算法则进行计算.

【解法二】

$$\begin{aligned} \text{原式} &= \frac{8 \times 9}{5 \times 6 \times 7 \times 8 \times 9} + \frac{5 \times 9}{5 \times 6 \times 7 \times 8 \times 9} + \frac{5 \times 6}{5 \times 6 \times 7 \times 8 \times 9} \\ &= \frac{147}{5 \times 6 \times 7 \times 8 \times 9} \\ &= \frac{7}{720}. \end{aligned}$$

一
计
算
题

【说明】 解法一是运用裂项法进行计算的. 裂项法是解决这种类型题目的常用方法. 可以说是“巧法”.



数 学

小学金牌奥数精英题一题多解 金牌奥数专用

解法二是直接计算法.在项数不多的情况下,也是常用的方法,可以说是“笨法”.

1-6 计算: $456 \div 123 \times 789 \div 456 \div 789 \times 123$

(天津市 1991 年小学五年级数学学科竞赛试题)

【分析一】 运用除法的性质和添括号的方法进行计算.

【解法一】

$$\begin{aligned}
 \text{原式} &= 456 \div 456 \times 789 \div 789 \times 123 \div 123 \\
 &= (456 \div 456) \times (789 \div 789) \times (123 \div 123) \\
 &= 1 \times 1 \times 1 \\
 &= 1.
 \end{aligned}$$

【分析二】 运用分数除法的计算法则:甲数除以乙数(乙数不能是 0)等于甲数乘以乙数的倒数,把题中的除法变为乘法,然后按分数乘法的计算法则进行计算.



【解法二】

$$\text{原式} = 456 \times \frac{1}{123} \times 789 \times \frac{1}{456} \times \frac{1}{789} \times 123 = 1.$$

【说明】 上面两种解法都很好.解法二比较简便.

1-7 如果 $n = 2 \times 3 \times 5 \times 7 \times 11 \times 13 \times 17 \times 125$, 那么 n 的各位数字之和是多少?

(1998 年小学数学奥林匹克邀请赛初赛试题)

【解法一】 用“笨方法”,直接做乘法:

$$n = 2 \times 3 \times 5 \times 7 \times 11 \times 13 \times 17 \times 125 = 63813750$$

故 n 的各位数字之和为:

$$6 + 3 + 8 + 1 + 3 + 7 + 5 + 0 = 33$$

【解法二】 题目要求求出 n 的各位数字之和,那么应先应求出 n 是多少.用简便算法:

一
计
算
题



$$n = 2 \times 3 \times 5 \times 7 \times 11 \times 13 \times 17 \times 125$$

运用乘法交换律:

$$n = \underbrace{(7 \times 11 \times 13)}_{1001} \times \underbrace{(2 \times 125)}_{250} \times 3 \times 5 \times 17$$

运用乘法结合律:

$$n = (1000 + 1) \times 250 \times 3 \times 5 \times 17 = 63813750$$

故 n 的各位数字之和为:

$$6 + 3 + 8 + 1 + 3 + 7 + 5 + 0 = 33$$

【说明】 本题两法,解法一虽“笨”,但它是基本方法,请同学一定要掌握;解法二比较“巧”,它运用了乘法交换律和结合律,有事半功倍的效果.我们解题应该是能巧则巧,不会用巧法,但一定会用“笨法”——最基本的方法.



1-8 请把算式 $0.\dot{1} + 0.0\dot{1} + 0.00\dot{1}$ 的结果写成最简分数.

(第三届“华罗庚金杯”少年数学邀请赛初赛试题)

【分析一】 按照循环小数化分数的方法,先把循环小数化成分数,再按分数加法的计算法则进行计算.

【解法一】

$$\begin{aligned} \text{原式} &= \frac{1}{9} + \frac{1}{90} + \frac{1}{900} \\ &= \frac{100}{900} + \frac{10}{900} + \frac{1}{900} \\ &= \frac{111}{900} \\ &= \frac{37}{300} \end{aligned}$$

【分析二】 先按照循环小数加法的计算方法算出结果,然后再按照循环小数化分数的方法把结果化成最简分数.



数 学

小学金牌奥数精英题一题多解

金牌奥数校专用



笛卡儿(法国)

【解法二】

$$\begin{aligned}\text{原式} &= 0.12\dot{3} \\ &= \frac{123 - 12}{900} \\ &= \frac{111}{900} \\ &= \frac{37}{300}\end{aligned}$$

【说明】(一)上面的两种解法是解循环小数题目的常用基本方法。

(二)循环小数化分数的方法是：

1. 纯循环小数的小数部分可以化成分数，这个分数的分子是一个循环节表示的数，分母的各位数都是9，9的个数与一个循环节的位数相同，最后能约分的再约分；

2. 混循环小数的小数部分也可以化成分数，这个分数的分子就是第二个循环节以前的小数部分的数字所组成的数减去小数部分中不循环部分的数字所组成的数而得到的差，分母的头几位数字是9，末几位数字是0，9的个数和一个循环节的位数相同，0的个数和不循环部分的位数相同。

$$1 - 9 \frac{\frac{2}{3} + \left(1 \frac{2}{3} - \frac{7}{12}\right)}{\left(0.25 + \frac{2}{7}\right) \times 4} =$$

(1993年小学数学奥林匹克初赛题B卷)

【分析一】按照运算顺序及繁分数的化简方法进行计算，先分别求出分子和分母，最后求出商。

一
计
算
题