

国家级骨干教师
全国中学特级教师
精心编写

全解新析

新课标·新教材

中考 金视点

ZHONGKAO
JIN SHIDIAN

八年级
数学

科学技术文献出版社

中考金视点

八年级数学

本册主编	高春艳	葛许军	崔俊英	
副主编	高庆军	么艳华	田虹	
编者	才建芝	徐红霞	王红翠	吉秀利
	史广田	刘春泳	陆雨辰	董朝霞
	高志春	张 建	周 莉	马玉红
	王 健	李子君	吴 迪	

科学技术文献出版社

Scientific and Technical Documents Publishing House

北 京

图书在版编目(CIP)数据

中考金视点·八年级数学/高春艳等主编. -北京:科学技术文献出版社, 2006.6

ISBN 7-5023-5310-0

I. 中… II. 高… III. 数学课-初中-教学参考资料 IV. G634

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2006)第 044084 号

出 版 者 科学技术文献出版社

地 址 北京市复兴路 15 号(中央电视台西侧)/100038

图书编务部电话 (010)58882909, (010)58882959(传真)

图书发行部电话 (010)68514009, (010)68514035(传真)

邮 购 部 电 话 (010)58882952

网 址 <http://www.stdph.com>

E-mail: stdph@istic.ac.cn

策 划 编 辑 科 文

责 任 编 辑 杨 光

责 任 校 对 张咧噪

责 任 出 版 王杰馨

发 行 者 科学技术文献出版社发行 全国各地新华书店经销

印 刷 者 北京国马印刷厂

版 (印) 次 2006 年 6 月第 1 版第 1 次印刷

开 本 787×1092 16 开

字 数 418 千

印 张 14.25

印 数 1~11000 册

定 价 16.00 元

© 版权所有 违法必究

购买本社图书,凡字迹不清、缺页、倒页、脱页者,本社发行部负责调换。

(京)新登字 130 号

《中考金视点》丛书编委会

主 任：张明霞 崔俊英

副主任：张 菁 何秀勤 杨福长

委 员：李宇峰 赵春蕾 杨小平 佟伟江

刘彦华 于艳淑 何敬荣 冯银平

刘国江 刘秀兰 吴 燕 吴玉华

郭彦杰 杨绍梅 宋来红 李 冰

侯凤莲 王 超 孙兰芬 苏丽静

总审定：张 菁 王立中

总 序

《中考金视点》是一套由中考命题研究专家精心策划,由来自北京海淀、朝阳等区的5所著名重点中学特高级教师主编的教辅品牌书。丛书包括语文、数学、英语、物理、化学、历史、政治七个学科,共14个分册,供7~9年级使用。编委会委托北京朝阳区张菁老师主持具体的编写工作,特别强调策划、编写与审定的三位一体,注重最新教育思想与考试大纲的合理运用;不论从栏目设计,还是内容编排,均体现出“以学生为本”的教育理念,理顺学与练、练与考、考与用的关系,强调权威性、科学性与实战性的统一,全力打造教辅用书的第一品牌。本丛书的主要栏目如下:

✱ 三维目标阐释 从新课标的角度,帮学生找准学习目标。

✱ 教材疑难点拨 对疑难问题进行重点讲解,为学生深入理解教材打下基础。

✱ 典型例题剖析 细致地分析了各种类型试题的解题思路,对学生正确解题起到了示范的作用。

✱ 思维误区警示 针对学生在学习经常出现的理解偏差或思维不到位现象,对学生提出警示,使其更快速地把握重点。

✱ 素质能力测试 针对学习中可能会遇到的各种创新

型试题,把中考中出现的最新考题融入其中,融试题于生活实践中,进而使学生达到既会学,又会用的效果。

谨以此书,献给在求学路上奋力拼搏的莘莘学子们!

丛书编委会

2006年3月于北京

目 录

上 册

第一章	勾股定理	(1)
第二章	实数	(11)
第三章	图形的平移与旋转	(24)
第四章	四边形性质探索	(39)
第五章	位置的确定	(63)
第六章	一次函数	(74)
第七章	二元一次方程组	(86)
第八章	数据的代表	(96)

下 册

第一章	一元一次不等式和一元一次不等式组	(102)
第二章	分解因式	(117)
第三章	分式	(124)
第四章	相似图形	(136)
第五章	数据的收集与处理	(160)
第六章	证明	(171)
参考答案与点拨		(192)

上册

第一章

勾股定理



1.1 探索勾股定理

✧ 三维目标阐释

1. 知识目标:

(1)掌握勾股定理的内容,初步学会应用勾股定理进行有关计算.

(2)了解利用拼图验证勾股定理的方法.

2. 能力目标:经历探索勾股定理的过程进一步发展学生的合情推理意识,主动探究的习惯;体会数学与现实生活的紧密联系,运用勾股定理解决生活中的实际问题,进一步发展学生的说理和简单的推理意识及能力.

3. 情感目标:通过对勾股定理的学习培养学生探索的精神.

✧ 教材疑难点拨

知识点 1:勾股定理的验证

名师点拨:对于勾股定理可理解为:直角三角形中,两直角边上的正方形面积的和等于斜边上的正方形的面积.采用拼图证明,想办法将两条直角边上的正方形做等积变形,把它们拼成斜边上的正方形.拼图证明,是中考中易出的题目,要从不同角度不同层面深入解析,大胆实践,勇于探索,使问题明了.

知识点 2:勾股定理的运用

名师点拨:在直角三角形中,如果知道三边中任何两边长,都可以求得第三边长的平方,求边长时,注意开方.

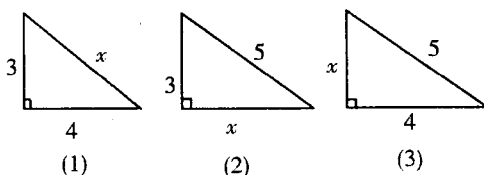
知识点 3:生活中的误区

例:一台 29 英寸(74 厘米)的电视机里的 29 英寸(74 厘米),指的是屏幕的长吗?是屏幕的宽吗?那它指什么呢?

名师点拨:指的是屏幕对角线的长.通过测量电视机长 58 厘米,宽 46 厘米,我们发现 $58^2 + 46^2 \approx 74^2$,即对角线长约为 74 厘米.

✧ 典型例题解析

例 1 如图,你能计算出下列直角三角形三角形中未知边的长吗?



解析:应用勾股定理,关键是直角边平方+直角边平方=斜边平方,其中有三个量,已知其中两个量就可求第三个量.

解:(1)由勾股定理,得 $3^2 + 4^2 = x^2$

$$\therefore x^2 = 25, \therefore x = 5$$

(2)由勾股定理,得 $3^2 + x^2 = 5^2$

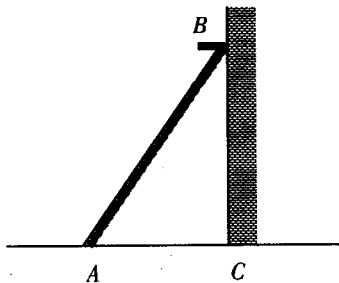
$$\therefore x^2 = 5^2 - 3^2 \quad \therefore x^2 = 16$$

$$\therefore x = 4$$

(3)由勾股定理,得 $4^2 + x^2 = 5^2$

$$x^2 = 5^2 - 4^2 \quad \therefore x^2 = 9 \quad \therefore x = 3$$

例 2 某工人拿一个 2.5 m 的梯子,一头放在离墙 1.5 m 处,另一头靠墙,以便去修理梯子另一头的有线电视分线盒.这个分线盒离地多高?



解析: 图中 $\triangle ABC$ 是直角三角形, $AC = 1.5$, $AB = 2.5$, 根据勾股定理可求出 BC 的长.

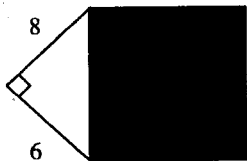
解: 在直角三角形 ABC 中, 因为 $AB^2 = AC^2 + BC^2$, 所以 $2.5^2 = 1.5^2 + BC^2$

由 $BC > 0$, 得 $BC = 2$

所以分线盒离地面 2 m.

❖ 思维误区警示

知识点 1: 三边的关系



错点警示: 如图带阴影的正方形面积容易算错. 把 8 当作了斜边.

应对策略: 实际上直角所对的边才是斜边, 阴影面积是以斜边为边长的正方形的面积, 应用勾股定理两条直角边的平方和等于斜边的平方, 即带阴影的正方形面积是 100.

正确表达: 斜边² = $6^2 + 8^2 = 100$

$\therefore$ 斜边 = 10, $S_{\text{正方形}} = \text{斜边}^2 = 100$

知识点 2: 勾股定理的应用范围

错点警示: $\triangle ABC$ 的两边为 3 和 4, 求第三边的长.

应对策略: (1) 要用勾股定理解题, 首先应具备直角三角形这个必不可少的条件, 可本题并未说明它是否是直角三角形, 所以用勾股定理就没有依据.

(2) 若告诉 $\triangle ABC$ 是直角三角形, 第三边 C 也不一定是满足 $a^2 + b^2 = c^2$, 题目中并未交待 C 是斜边.

综上所述这个题目条件不足, 第三边无法求得.

正确表达:

解: $\because \triangle ABC$ 不知是否为直角三角形

$\therefore$ 无法求得第三边的长.

❖ 素质能力测试

(一) 达标训练

选择题

1. 一个直角三角形, 两直角边长分别为 3 和 4, 下列说法正确的是()

- A. 斜边长为 25
- B. 三角形的周长为 25
- C. 斜边长为 5
- D. 三角形面积为 20

2. 小丰的妈妈买了一部 29 英寸 (74 cm) 的电视机, 下列对 29 英寸的说法中正确的是()

- A. 小丰认为指的是屏幕的长度
- B. 小丰的妈妈认为指的是屏幕的宽
- C. 小丰的爸爸认为指的是屏幕的周长
- D. 售货员认为指的是屏幕对角线的长度

3. 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle ACB = 90^\circ$, $AC = 12$, $CB = 5$, M, N 在 AB 上且 $AM = AC$, $BN = BC$ 则 MN 的长为()

- A. 2
- B. 26
- C. 3
- D. 4

4. $\triangle ABC$ 中, $AB = 15$, $AC = 13$, 高 $AD = 12$, 则 $\triangle ABC$ 的周长为()

- A. 42
- B. 32
- C. 42 或 32
- D. 37 或 33

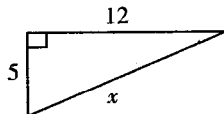
5. 若梯子的底端离建筑物 5 米, 13 米长的梯子可达到该建筑物的高度是()

- A. 12 米
- B. 13 米
- C. 14 米
- D. 15 米

填空题

6. 如果直角三角形两直角边分别为 a, b , 斜边为 c , 那么 $a^2 + b^2 =$ _____.

7. 如图所示, 直角三角形中未知边的长度 $X =$ _____.



8. $\triangle ABC$ 中, a, b, c 表示边长, $\angle C = 90^\circ$

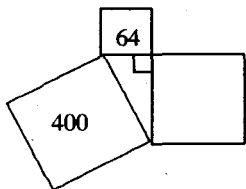
(1) 若 $a = 3$ cm, $b = 4$ cm, 则 $c =$ _____.

(2)若 $a=8\text{ cm}$, $c=17\text{ cm}$, 则 $b=$ _____.

(3)若 $b=24\text{ cm}$, $c=25\text{ cm}$, 则 $a=$ _____.

9. 已知甲、乙两人从同一地点出发, 甲往东走了 4 km , 乙往南走了 3 km , 这时甲、乙两人相距_____.

10. 如图, 64 、 400 分别为所在正方形的面积, 则图中另一个正方形的面积是_____.



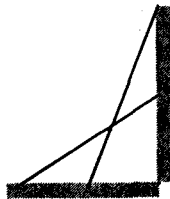
解答题

11. 小东在学习勾股定理知识时, 看到我国古代数学家有“勾三股四弦五”的说法, 他便认为直角三角形的三边长是三个连续的正整数, 你认为小东的想法对吗, 为什么?

12. 要登上 8 米高的建筑物, 为了安全需要, 需使梯子底端离建筑物 6 米, 至少需要多长的梯子?

13. 一艘轮船以 16 海里/小时的速度离开港口向东南航行, 另一艘轮船在同时同地以 12 海里/小时的速度向西南方向航行, 它们离开港口一个半小时后相距多远?

14. 如图所示, 一架长 2.5 米的梯子, 斜靠在一面竖直的墙上, 这时梯子底端离墙 0.7 米, 为了安装壁灯, 梯子顶端需离地面 2 米, 请你计算一下, 此时梯子底端应再向远离墙的方向拉多远?



(二) 创新训练

选择题

1. 直角三角形两直角边长分别为 6 cm 和 8 cm , 则连接这两条直角边中点的线段长为()

A. 10 cm B. 3 cm C. 4 cm D. 5 cm

2. 直角三角形一直角边长为 12 , 另两边长均为自然数, 则其周长为()

A. 36 B. 28 C. 56 D. 不能确定

3. 直角三角形两直角边长分别为 3 和 4 , 则它斜边上的高是()

A. 3.5 B. 2.4 C. 1.2 D. 5

4. 小刚准备测量一段河水的深度, 他把一根竹竿插到离岸边 1.5 m 远的水底, 竹竿高出水面 0.5 m , 把竹竿的顶端拉向岸边, 竿顶和岸边的水面刚好相齐, 则河水的深度为()

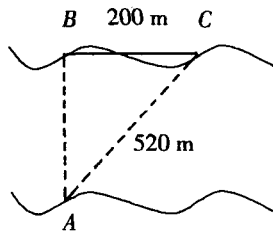
A. 2 m B. 2.5 m C. 2.25 m D. 3 m

填空题

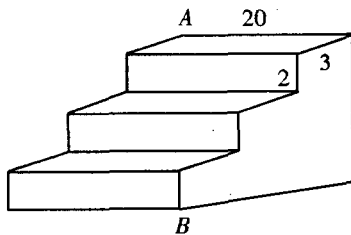
5. 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle C=90^\circ$, $BC=12\text{ cm}$, $S_{\triangle ABC}=30\text{ cm}^2$, 则 $AB=$ _____.

6. 一个直角三角形的三边为 3 个连续偶数, 则它的三边长分别是_____.

7. 如图, 某人欲横渡一条河, 由于水流的影响, 实际上岸地点 C 偏离欲到达 B 点 200 m , 结果他在水中实际游了 520 m , 求该河流的宽度为_____.



8. 如图, 是一个三级台阶, 它的每一级的长、宽和高分别为 20 dm 、 3 dm 、 2 dm , A 和 B 是这个台阶两个相对的端点, A 点有一只蚂蚁, 想到 B 点去吃可口的食物, 则蚂蚁沿着台阶面爬到 B 点最短路程是_____.

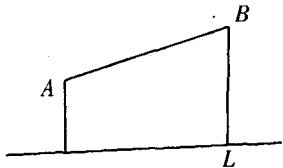


解答题

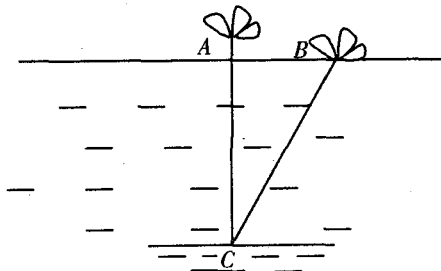
9. 飞机在空中水平飞行, 某一时刻刚好飞到一个男孩头顶正上方 4000 米处, 过了 20 秒, 飞机距离这个男孩头顶 5000 米, 飞机每小时飞行多少千米?

10. 如图, A 、 B 是笔直公路 L 同侧的两个村庄,

且两个村庄到直路的距离分别是 300 m 和 500 m, 两村庄之间的距离 d (已知 $d^2 = 400000 \text{ m}^2$), 现在要在公路上建一汽车停靠站, 使两村到停靠站的距离之和最小, 问最小是多少?



11. “引葭赴岸”问题, 是我国数学经典著作《九章算术》中的一道名题. 《九章算术》约成书于公元 1 世纪. 该书的第九章, 即勾股章, 详细讨论了用勾股定理解决应用题的方法. 内容为: 有一个方池, 每边长一丈, 池中央长了一枝荷花, 花露出水面恰好一尺. 一阵风把荷花吹倒, 花顶正触岸边, 且与水面齐. 试问水深、荷花长各多少?



1.2 能得到直角三角形吗

三维目标阐释

1. 知识目标:

- (1) 理解并掌握直角三角形的判别条件.
- (2) 应用 $a^2 + b^2 = c^2$ 这个条件判断一个三角形是直角三角形.

2. 能力目标: 经历给数据作直角三角形, 培养学生的动手操作能力和实践能力; 体会数学与现实生活的联系, 运用判定直角三角形的方法, 体会数形结合的思想.

3. 情感目标: 通过对直角三角形判别方法的学习, 渗透数学方法的统一美.

教材疑难点拨

知识点 1: 直角三角形的判别

名师点拨: 对于直角三角形的判别可理解为: 如果三角形的三边满足两条较短边的平方的和等于较长边的平方, 那么这个三角形为直角三角形.

知识点 2: 勾股数

名师点拨: 满足 $a^2 + b^2 = c^2$ 的三个正整数, 称勾股数. 常见的勾股数组有: ① 3, 4, 5; ② 6, 8, 10; ③ 8, 15, 17; ④ 7, 24, 25; ⑤ 5, 12, 13; ⑥ 9, 12, 15. 应熟记.

典型例题剖析

例 1 若一个三角形的三边长分别为 45, 27, 36, 则此三角形是_____三角形.

解析: 验证三角形的三边是否满足

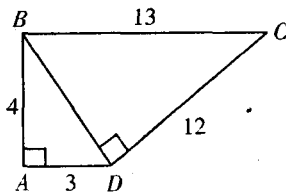
$$a^2 + b^2 = c^2, \text{ 若满足即为直角三角形.}$$

$$\text{解: } \because 27^2 + 36^2 = 729 + 1296 = 2025$$

$$45^2 = 2025 \quad \therefore 27^2 + 36^2 = 45^2$$

$\therefore$ 此三角形是直角三角形.

例 2 如图, 小明想测量一块四边形土地, 已知 $AB \perp AD$, 已测得 $AB = 4 \text{ m}$, $AD = 3 \text{ m}$, $BC = 13 \text{ m}$, $CD = 12 \text{ m}$, 问四边形土地的面积是多少?



解析: 此为求不规则图形的面积, 应分割或拼补为规则图形, 如直角三角形、等腰三角形等来解决. $S_{\triangle BAD}$ 易求, 只需求 $S_{\triangle BDC}$, 为此必须首先判定 $\triangle BDC$ 为直角三角形, 此题可解.

解: 在直角三角形 BAD 中,

$$BD^2 = BA^2 + AD^2 = 4^2 + 3^2 = 25$$

$$\therefore BD = 5$$

在 $\triangle BDC$ 中, $\because 13^2 = 12^2 + 5^2$ 即

$$BC^2 = CD^2 + BD^2$$

$\therefore \triangle BDC$ 是直角三角形

$$\therefore S_{\triangle BDC} = \frac{1}{2} \times 5 \times 12 = 30$$

$$\therefore S_{\text{四边形}ABCD} = S_{\triangle BAD} + S_{\triangle BDC}$$

$$= \frac{1}{2} \times 3 \times 4 + 30 = 36 \text{ m}^2$$

例3 如果把一个直角三角形支架的三边长同时扩大 n 倍,得到的三角形还是直角三角形吗?说明理由.

解析: 本题只需验证变形后的三角形三边是否满足两条较短边的平方和仍等于较长边的平方.

解: 设直角三角形的三边长分别为 a 、 b 、 c , c 为斜边. 则扩大后的三角形的三条边分别为 na 、 nb 、 nc .

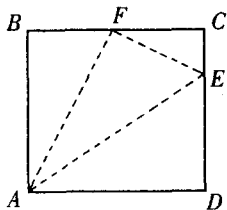
$$(na)^2 + (nb)^2 = n^2 a^2 + n^2 b^2 = n^2 (a^2 + b^2)$$

$\because a$ 、 b 、 c 是直角三角形的三边且 c 是斜边, $\therefore a^2 + b^2 = c^2$

$$(na)^2 + (nb)^2 = n^2 (a^2 + b^2) = n^2 c^2 = (nc)^2$$

$\therefore$ 得到的三角形还是直角三角形.

例4 如图,一只蚂蚁在一个正方形的纸片上爬行的路径如图虚线所示, F 为 DC 的中点, E 为 BC 上的点, $EC = \frac{1}{4} BC$, 试问蚂蚁所爬的路径是直角三角形吗?



解析: 本题只需用直角三角形的判定方法判定,即只求出 $AF^2 + FE^2 = AE^2$ 即可.

解: 设 $CE = x$, 则 $AB = BC = CD = 4x$

所以 $BE = BC - CE = 3x$

$\because F$ 为 DC 中点, $\therefore DF = CF = \frac{1}{2} DC = 2x$

在直角三角形 CFE 中,

$$EF^2 = CE^2 + CF^2 = x^2 + (2x)^2 = 5x^2$$

在直角三角形 ADF 中,

$$AF^2 = AD^2 + DF^2 = (4x)^2 + (2x)^2 = 20x^2$$

在直角三角形 ABE 中,

$$AE^2 = AB^2 + BE^2 = (4x)^2 + (3x)^2 = 25x^2$$

$$\therefore AE^2 = EF^2 + AF^2,$$

$\therefore \triangle AFE$ 为直角三角形.

❖ 思维误区警示

知识点: 直角三角形判别的正确应用

错点警示: 如图所示: 在 $\triangle ABC$ 中, $AB = 13 \text{ cm}$, $BC = 10 \text{ cm}$, BC 边上的中线 $AD = 12 \text{ cm}$, 则 $\triangle ABC$ 是等腰三角形吗? 说明理由.

解: $\triangle ABC$ 是等腰三角形
 $\because AD$ 是 BC 边上的中线

$$\therefore DC = \frac{1}{2} BC =$$

5 cm

$$\because AD = 12 \text{ cm}$$

$\therefore$ 由勾股定理得

$$AC^2 = AD^2 + DC^2 = 169$$

$$\therefore AC = 13 (\text{cm})$$

$$\therefore AB = AC$$

$\therefore \triangle ABC$ 是等腰三角形.

应对策略: 在 $\triangle ACD$ 中运用勾股定理求 AC 时, 应先说明 $\triangle ACD$ 是直角三角形.

正确表达: $\triangle ABC$ 是等腰三角形

$\because AD$ 是 BC 边上的中线

$$\therefore BD = DC = \frac{1}{2} BC = 5 \text{ cm}$$

在 $\triangle ABD$ 中, $AB = 13 \text{ cm}$, $AD = 12 \text{ cm}$, $BD = 5$

cm

$$\therefore AD^2 + BD^2 = 12^2 + 5^2 = 169$$

$$\because AB^2 = 13^2 = 169$$

$$\therefore AD^2 + BD^2 = AB^2$$

$\therefore \triangle ABD$ 是直角三角形

$\therefore AD \perp BC$

在直角三角形 ACD 中

$$AC^2 = AD^2 + DC^2 = 12^2 + 5^2 = 169$$

$$\therefore AC = 13 \text{ cm} \quad \therefore AB = AC$$

$\therefore \triangle ABC$ 是等腰三角形

❖ 素质能力测试

(一) 达标训练

选择题

1. 下列各组数不能构成直角三角形的是 ()

A. 12, 5, 13 B. 10, 16, 20

C. 7, 24, 25 D. 40, 9, 41

2. 下列各组数是勾股数的是 ()

A. 24, 10, 27 B. 5, 8, 10

C. 0.2, 0.3, 0.4 D. 0.3, 0.4, 0.5

3. 一个三角形的三边长分别是 20, 25, 15, 那么这个三角形最大边上的高为()

- A. 9 B. 12 C. 12.5 D. 20

4. 如果 $\triangle ABC$ 中, $\angle A : \angle B : \angle C = 1 : 2 : 3$, 那么这个三角形是()

- A. 锐角三角形 B. 直角三角形
C. 钝角三角形 D. 等腰三角形

5. 等腰三角形底边上的高为 4 cm, 周长为 16 cm, 则三角形面积分别为()

- A. 14 cm^2 B. 12 cm^2
C. 10 cm^2 D. 6 cm^2

填空题

6. 若有两条较短线段分别为 3, 4, 第三条线段为_____时, 才能组成一个直角三角形.

7. 测得一个三角形花坛的三边长分别为 6 m, 8 m, 10 m, 则这个花坛的面积是_____.

8. 在 $\triangle ABC$ 中, $AB = 5$, $BC = 12$, $AC = 13$, 则 AC 边上的高为_____.

9. 若 $\triangle ABC$ 中, $AB = 5 \text{ cm}$, $BC = 6 \text{ cm}$, BC 边上的中线 $AD = 4 \text{ cm}$, 则 $\angle ADC$ 的度数是_____度

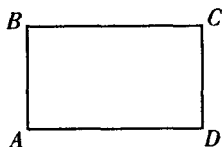
10. 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, a, b 为直角边, c 为斜边, 若 $a^2 + b^2 = 16$, 则 $c =$ _____.

解答题

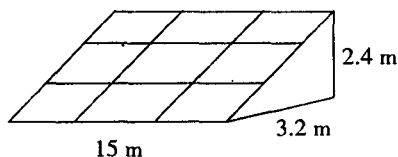
11. 老师要求同学测量课桌的桌角是否是直角, 工具只能用一根绳子, 小明马上说出了方法, 你知道方法是什么吗?

12. 探险队 A 组由驻地出发, 以 12 千米/小时的速度前进, 同时 B 组也由驻地出发, 以 9 千米/小时的速度向另一方向前进, 2 小时后同时停下来, 这时 A、B 两组相距 30 千米, 那么 A、B 两组行驶的方向成直角吗? 说明理由.

13. 如图, 已知一长方形窗子 $ABCD$, 小英想测一下, AB 与 AD 边是否垂直, 她利用卷尺测得 $AB = 9 \text{ cm}$, $AD = 40 \text{ cm}$, B, D 两点之间的距离为 41 cm, 由此小英判断出 AB 与 AD 垂直, 你知道这是为什么吗?



14. 建一个如图的塑料大棚, 请你根据图中给出的尺寸, 计算一下覆盖在顶上的塑料薄膜要多少平方米?



(二) 创新训练

选择题

1. 下列叙述中, 正确的是()

A. 直角三角形中, 两边的平方和等于第三边的平方

B. 如果一个三角形中两边的平方差等于第三边的平方, 那么这个三角形是直角三角形

C. $\triangle ABC$ 中, $\angle A, \angle B, \angle C$ 的对边分别为 a, b, c , 若 $c^2 - a^2 = b^2$, 则 $\angle B = 90^\circ$

D. 因为 $3^2 + 5^2 \neq 4^2$, 所以以 3, 4, 5 为边的三角形不是直角三角形

2. 直角三角形的两直角边同时扩大到原来的 2 倍, 其斜边扩大到原来的()

- A. 2 倍 B. 3 倍
C. 4 倍 D. 不变

3. $\triangle ABC$ 中, $\angle A : \angle B : \angle C = 1 : 1 : 2$; 则 $\angle A, \angle B, \angle C$ 的对边 a, b, c 的关系为()

- A. $b^2 + c^2 = a^2$ B. $c^2 = 3b^2$
C. $3a^2 = 2c^2$ D. $c^2 = 2b^2$

4. $\triangle ABC$ 的三边分别为 $BC = 3, AC = 4, AB = 5$, 沿最长边 AB 翻转成 $\triangle ABC'$, 则 CC' 等于()

- A. $\frac{12}{5}$ B. $\frac{5}{12}$ C. $\frac{5}{6}$ D. $\frac{24}{5}$

5. 下列各组数中, 以 a, b, c 为边长的三角形不是直角三角形的是()

- A. $a = 1.5, b = 2, c = 3$ B. $a = 7, b = 24, c = 25$
C. $a = 6, b = 8, c = 10$ D. $a = 3, b = 4, c = 5$

填空题

6. 在 $\triangle ABC$ 中, $a : b : c = 40 : 41 : 9$, 则 $\triangle ABC$ 是_____三角形.

7. 若直角三角形两直角边的比是 3 : 4, 则斜边上的高是_____份.

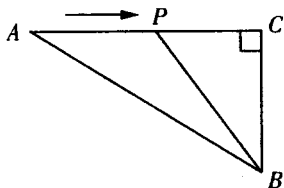
8. $\triangle ABC$ 中, $\angle C = 90^\circ$, 周长为 60 cm, 且两直角边 $BC : AC = 5 : 12$, 则 $\triangle ABC$ 的面积等于

9. $\triangle ABC$ 三边之比为 3:4:5, 则它们的对应高之比为_____.

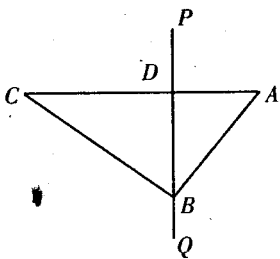
10. 已知三角形的三边长分别为 $n+1, n+2, n+3$, 当 $n=$ _____时, 这个三角形是直角三角形.

解答题

11. 在 $\triangle ABC$ 中, 若 $AC = 50$ cm, $BC = 30$ cm, $\angle C = 90^\circ$, 点 P 从点 A 开始沿 AC 边向点 C 以 2 cm/s 的速度移动, 则几秒钟后, $\triangle PCB$ 的面积等于 450 cm^2 ?



12. 如图, 南北线 PQ 为我国的领海线, PQ 以东为我国领海, 以西为公海, 晚上 11 点 28 分, 我边防反偷渡巡逻艇 112 号在 A 处发现其正西方向有可疑船只 C 向我国领海靠近, 便立即通知正在 PQ 上 B 处巡逻的 113 号艇注意其动向, 经观测发现, A 艇与可疑船只 C 之间的距离为 10 海里, A, B 两艇之间的距离为 6 海里, B 艇与可疑船只 C 之间的距离为 8 海里. 若可疑船只航行的速度为 12.8 海里/小时, 问该可疑船只最早在何时进入我国领海?



1.3 蚂蚁怎样走最近

✧ 三维目标阐释

1. 知识目标: 能运用勾股定理及直角三角形的判别条件解决简单的实际问题.

2. 能力目标: 在解决实际问题的过程中, 进一

步培养从“形”到“数”和从“数”到“形”的转化, 培养学生的转化、推理能力; 从空间到平面的想象能力和运用数学方法解决实际问题的创新能力及探究意识.

3. 情感目标: 通过研究勾股定理的历史, 了解中华民族的发展对数学发展的贡献, 激发学生的爱国热情和感知数学在实际中的运用.

✧ 教材疑难点拨

知识点 1: 最短路径

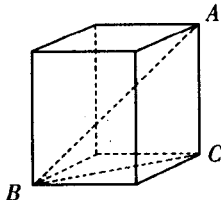
名师点拨: 最短路径是指两点之间线段的长度, 立体图形中找最短路径要使用它的平面展开图来找.

知识点 2: 数形结合

名师点拨: 数形结合就是指在实际问题当中, 有时单纯用代数方法难以解决或有时单纯用几何方法也难以解决, 这时把数和图形有机结合起来, 会使复杂问题简单化.

✧ 典型例题剖析

例 1 如图, 王利家住高楼的 15 层, 一天他去买竹竿, 如果电梯的长、宽、高分别是 1.2 m, 1.2 m, 2.1 m, 那么能放入电梯内的竹竿的最大长度是多少?



解析: 所放竹竿的最大长度应是图中线段 AB 的长度, 故利用勾股定理即可求解.

解: 连接 AB, BC , 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中,

$$BC^2 = 1.2^2 + 1.2^2 = 2.88,$$

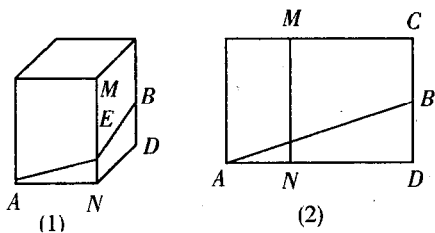
$$AC^2 = 2.1^2 = 4.41,$$

$$\therefore AB^2 = BC^2 + AC^2 = 2.88 + 4.41 = 7.29$$

$$\therefore AB = 2.7(\text{m}).$$

$\therefore$ 能放入电梯内的竹竿的最大长度是 2.7 m.

例 2 如图, 图(1)中一块砖的宽 $AN = 5$ cm, 长 $ND = 10$ cm, CD 上的点 B 距地面的高 $BD = 8$ cm. 地面上 A 处的一只蚂蚁要到 B 处吃食, 需要爬行的最短路径是多少?



解析:此题关键是要把图形展开,变成平面图形,再利用两点连线、线段最短的性质和勾股定理解题.

解:在砖的侧面展开图上,连接 AB , 则 AB 的长即为蚂蚁从 A 处到 B 处的最短路径.

在 $\text{Rt}\triangle ABD$ 中,

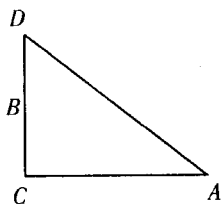
$$\because AD = AN + ND = 5 + 10 = 15, BD = 8$$

$$\therefore AB^2 = AD^2 + BD^2 = 15^2 + 8^2 = 289$$

$$\therefore AB = 17(\text{cm}).$$

因此蚂蚁爬行的最短路径为 17 cm.

例 3 在一棵树的 10 m 高处有两只猴子爬下树走到离树 20 m 的池塘 A 处,另一只爬到树顶后直接跃向池塘的 A 处,如果两只猴子所经过的距离相等,试问这棵树有多高?



解析:如图所示,一只猴子从 $B \rightarrow C \rightarrow A$ 共走了 30 m,另一只猴子从 $B \rightarrow D \rightarrow A$ 也走了 30 m,且树垂直于地面,于是此问题可以转化到直角三角形中,利用勾股定理解决.

解:如图,设 $BD = X$,

$$\text{则 } CD = BD + BC = X + 10$$

$$\because BC + CA = BD + DA = 30,$$

$$\therefore AD = 30 - BD = 30 - X.$$

在 $\text{Rt}\triangle ADC$ 中, $AD^2 = CD^2 + AC^2$

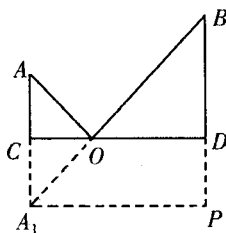
$$\therefore (30 - x)^2 = (x + 10)^2 + 20^2$$

$$\text{解得 } X = 5, \therefore CD = X + 10 = 15 \text{ m}.$$

答:这棵树高 15 m.

例 4 如图, A 、 B 两个村庄在河 CD 的同侧, A 、 B 两村到河的距离分别是 $AC = 1$ (千米), $BD = 3$ (千米), $CD = 3$ (千米). 现在在河边 CD 上建一水厂

向 A 、 B 两村输送自来水,铺设水管的工程费用为每千米 2 万元. 请你在 CD 上选择水厂的位置 O , 使铺设水管的费用最省, 并求出铺设水管的总费用.



解析:找到 A 关于 CD 的对称点 A_1 , 连接 A_1B , 与 CD 的交点就是 O 的位置.

解:作 $A_1P \perp BP$, P 为垂足.

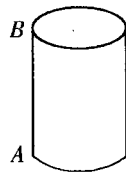
$$\text{Rt}\triangle A_1PB \text{ 中, } A_1P = 3, BP = 4$$

由勾股定理得 $A_1B = 5$

所以最短路径为 5 千米, 最少费用为 10 万元.

❖ 思维误区警示

知识点: 最短距离



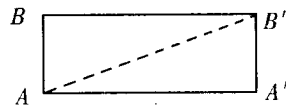
错点警示:有一个圆柱形油罐, 底面周长是 12 米, 高是 5 米, 现在从油罐底部 A 点环绕油罐建梯子, 正好到 A 点的正上方 B 点, 问梯子最短需多少米?

若答梯子最短 5 米, 就错了.

应对策略:环绕油罐建梯子, 想到将圆柱沿 AB 展开, 得到一个长方形, 由两点之间, 线段最短, 构成直角三角形, 再利用勾股定理解题.

正确表达:

解:如图所示, 将圆柱体的侧面沿 AB 展开, 得到长方形 $AA'B'B$,



则 $AB = A'B' = 5$ (米),

$AA' = BB' = 12$ (米), $\angle A' = 90^\circ$,

因此沿 AB' 建梯子, 梯子最短.

在 $\text{Rt}\triangle AA'B'$ 中,

$$AB'^2 = AA'^2 + A'B'^2 = 169$$

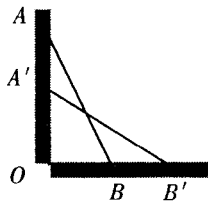
$$\therefore AB' = 13(\text{米}).$$

答: 梯子最短需 13 米.

知识点 2: 数形结合的应用

错点警示: 如图, 一架

2.5 m 的梯子, 斜靠在一竖直的墙上, 此时梯足距墙底端 0.7 m, 如果梯子的顶端沿墙下滑 0.4 m, 那么梯足将滑出多远? 梯子将滑出 0.4 m 吗?



应对策略: 注意到在此滑动过程中梯子的长度并未改变, 这一点是关键, 由题意知, 要求的是 BB' 的长度, 又须知 OB' , 即应解 $\text{Rt}\triangle AOB$, 但又不知 OA' 的长度, 无法求 OB' , 故应先求 OA' 的长度. 知 $AA' = 0.4$, 故求出 OA 即可, 而 OA 显然可求.

正确表达: 在 $\text{Rt}\triangle AOB$ 中,

$$AB^2 = AO^2 + OB^2$$

$$\text{即 } 2.5^2 = AO^2 + 0.7^2 \quad AO = 2.4 \text{ m.}$$

$$OA' = AO - AA' = 2.4 - 0.4 = 2 \text{ m.}$$

$\therefore$ 在 $\text{Rt}\triangle OA'B'$ 中,

$$A'B'^2 = OA'^2 + OB'^2, \text{ 即}$$

$$2.5^2 = 2^2 + OB'^2$$

$$\therefore OB' = 1.5 \text{ m.}$$

$$\therefore B'B = OB' - OB = 1.5 - 0.7 = 0.8 \text{ m.}$$

答: 梯足将滑出 0.8 m.

❖ 素质能力测试

(一) 达标训练

选择题

1. 若一直角三角形的斜边长比一直角边长大 2, 另一直角边为 6, 则斜边()

A. 8 B. 10 C. 12 D. 14

2. 下列几组数中, 不能作为直角三角形三边的是()

A. $a=7, b=24, c=25$

B. $a=1.5, b=2, c=2.5$

C. $a=2, b=1, c=4$

D. $a=15, b=8, c=17$

3. 长度分别为 9 cm, 12 cm, 15 cm, 36 cm, 39 cm

的 5 根木棍(首尾连接)最多可搭成的直角三角形的个数为()

A. 1 个 B. 2 个 C. 3 个 D. 4 个

4. 小红量得家里的彩电荧光屏的长为 58 cm, 宽为 46 cm, 则这台电视机的尺寸是(实际测量的误差可忽略不计)()

A. 9 英寸(23 mm) B. 21 英寸(54 mm)

C. 29 英寸(74 mm) D. 34 英寸(87 mm)

5. 在某一时刻, 一根直立的长 1.5 米的竹竿影长 0.8 米, 此时一根电线杆的影长为 4.8 米, 则电线杆的高度为()

A. 8 米 B. 9 米 C. 10 米 D. 11 米

填空题

6. 木工做一个长方形桌面, 量得它的长为 80 分米, 宽为 60 分米, 对角线的长为 100 分米, 则这个桌面_____ (填“合格”或“不合格”)

7. 一艘帆船由于风向的原因先向正东方向航行了 160 千米, 然后又向正北方向航行了 120 千米, 这时它离出发点的距离是_____.

8. 斜边长 25 cm, 一条直角边长为 7 cm, 则这样的直角三角形的面积为_____ cm^2 .

9. 在一个长 6 米, 宽 3 米, 高 2 米的房间里放进一根竹竿, 则竹竿最长是_____.

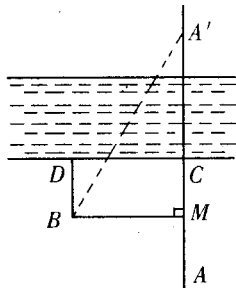
10. 正方形的面积为 8 cm^2 , 则正方形对角线长为_____.

解答题

11. 要登上 24 米高的建筑物, 为了安全需要, 需使梯子底端离建筑物 7 米, 至少需要多长的梯子?

12. 一楼房不幸在距地面 15 米的地方着火, 消防队员想用 17 米长的梯子爬上楼救火, 问梯子的底部与墙根的距离至多是多少米?

13. 如图, 一牧童在 A 处牧马, 牧童家在 B 处,



A、B 处距河岸的距离 AC 、 BD 的长分别是 70 m 和 50 m, 且 CD 的距离为 50 m, 天黑前牧童从 A 点将

马牵到河边去饮水,再赶回家,你能知道牧童怎样走路程最短吗? 最短的路程是多少?

(二)创新训练

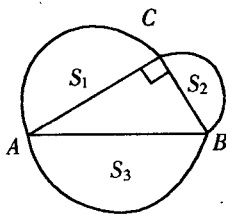
选择题

1. 有两个正方形,如果第一个正方形的边长和第二个正方形的对角线相等,那么第一个正方形的面积是第二个正方形面积的()

- A. 1倍 B. 2倍 C. 4倍 D. 8倍

2. 如图,直角三角形三边上的半圆面积从小到大依次为 S_2 、 S_1 、 S_3 ,则 S_1 、 S_2 、 S_3 之间的关系是()

- A. $S_1 + S_2 = S_3$ B. $S_1 + S_2 > S_3$
C. $S_1 + S_2 < S_3$ D. $S_1 + S_2 = S_3^2$

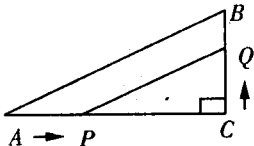


3. 一旗杆在离地面 4.5 米的地方折断,旗杆顶端落在离旗杆底部 6 米处,则旗杆折断前高()

- A. 10.5 米 B. 7.5 米
C. 12 米 D. 8 米

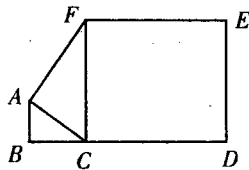
4. 如图,在 $\triangle ABC$ 中, $\angle C = 90^\circ$, $AC = 11$ 厘米,点 P 从 A 出发沿 AC 以 1 厘米/秒的速度移动,点 Q 从 C 出发沿 CB 以 2 厘米/秒的速度移动. 如果 P 、 Q 分别从 A 、 C 同时出发,当它们相距 10 厘米时所行驶的时间是()

- A. 3 秒 B. 1.4 秒
C. 5 秒 D. 3 秒或 1.4 秒

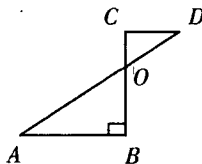


填空题

5. 如图, $AB \perp BC$, $AF \perp AC$, $AB = 1$ cm, $BC = 2$ cm, $AF = 3$ cm, 则正方形 $CDEF$ 的面积 = _____.



6. 如图, $AB \parallel CD$, $AB \perp CB$, AD 交 BC 于点 O , $AB = 12$, $CD = 8$, $BC = 15$, 则 $AD =$ _____.



7. 一个直角三角形的三边长为连续整数,则它的各边长为_____.

解答题

8. 桌上有一个圆柱形玻璃杯(无盖),高为 12 厘米,底面周长 18 厘米,在杯口内壁离杯口 3 厘米的 A 处有一滴蜜糖,一只小虫从桌上爬至杯子外壁,当它正好爬至蜜糖相对方向离桌面 3 厘米的 B 处时,突然发现了蜜糖. 问小虫至少爬多少路才能到达蜜糖所在的位置?

9. 如图:公路 MN 和公路 PQ 在 P 点处交汇,且 $\angle QPN = 30^\circ$. 在 A 处有一所中学, $AP = 160$ 米,拖拉机在公路 MN 上沿 PN 方向行驶,假设拖拉机行驶时周围 100 米以内有噪音影响,那么学校是否会受到影响? 请说明理由,如果受到影响,学校受影响的时间有多少秒? (已知拖拉机的速度为 5 米/秒).

