



北京朗曼教学与研究中心

Peculiar



·配课标北师大版·

非常讲解

宋伯涛 总主编

八年级数学
教材全解全析(上)

张志朝 主编

天津人民出版社

北京朗曼教学与研究中心教研成果

PECULIAR EXPLANATIONS

非常讲解

八年级数学教材全解全析(上)
(配课标北师大版)

天津人民出版社

图书在版编目(CIP)数据

八年级数学教材全解全析·上/宋伯涛主编. - 天津:天津人民出版社,2005.5

配课标北师大版

ISBN 7-201-01872-8

I . 初… II . 宋… III . 数学课 - 初中 - 教学参考资料 IV . G634.603

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2004)第 046499 号

非常讲解

八年级数学教材全解全析(上)

(配课标北师大版)

张志朝 主编

天津人民出版社出版

出版人: 刘晓津

(天津市西康路 35 号 邮政编码: 300051)

北京市昌平开拓印刷厂印刷 新华书店发行

*

2005 年 5 月第 2 版 2005 年 5 月第 1 次印刷

32 开本 890×1240 毫米 11.5 印张 字数:360 千字

定价:13.00 元

ISBN 7-201-01872-8

再版前言

随着国家基础教育课程改革的深入发展，义务教育《课程标准》的实施范围正在逐步扩大，新的教育理念被越来越多的教育工作者和社会人士所接受，我国基础教育事业正经历着一次深刻的变革。这个变革的核心，对于教师来说，就是改变角色定位；对于学生来说，就是变革学习方式。本着这样的精神，同时为了适应课程改革深入发展的需要，今年再版时，我们在广泛征集专家、教师、学生和家长意见的基础上，作了较大程度的修改。

本书按照源于新教材又高于新教材的原则进行修改，对它的各个知识点以及能力要求进行全面的讲解，分析和指导，每节设如下栏目：**大纲考纲要求、教材解析、方法指引、巩固练习**等。其中教材解析为本书各节的重点，它在教材的基础上，对章节的各知识点逐个进行详细的讲解和分析，着重知识和技能的拓展与培养和规律方法的揭示与总结，通过典型常规题，创新开放题及实践应用题等让学生对教材的知识点进行探究和体验，并按以下三点进行设计：

1. 对典型例题进行全面剖析，并设以下四个栏目：①**思路点拨**：点拨解题思路，提供解题策略。②**解答**：按照解题方案，给出规范解答。③**误区剖析**：指出解题常见错误，并点击错误产生的原因，进行防错提示。④**评注**：总结解题过程的注意点，剖析解题技巧的关键处。开设以上小栏目，其目的是：开启学生思路，着眼规律方法总结。

2. 试解相关题（或变式题）。从不同角度提出与上述典型题相关或相近的问题，供学生在练习中通过模仿，达到融会贯通，举一反三的目的。

3. 每道典型题都针对教材中某一知识点，旨在通过对例题的探索，获得对教材相关内容的实践与体验。

作者在编写过程中，力求讲解教材全部内容，信息量

大,做到精讲精析精选,讲解透彻且具有深度,辨析清晰细致,讲解分析方法新颖独到,与众不同,别具一格,不落窠臼。

《非常讲解》系列丛书讲解细致,分析透彻,层次分明,条理清晰,内容丰富,对掌握教材重点、难点、疑点以及各知识点,对培养并提高理解、分析、判断、领悟、思考以及解决问题能力具有极强的实用性和指导性,是朗曼中心继《中学I+1》系列丛书后又一成功力作,两者堪称姊妹篇。其侧重点各不相同,前者偏重于对教材的讲解与分析,后者偏重于对重点及疑难问题的讲解与测试,它们既是一个整体,又互为补充,相得益彰。

学习《课程标准》,更新教育观念,有一个不断深入的过程;课程改革的实施,也需要不断地探索和积累。本书此次修改正是学习《课程标准》,改革教学内容和方法的一个具体的落实。希望我们的努力能给老师和同学们的教学活动带来切实而有效的帮助,同时也期望着来自广大师生和教育专家的批评和指教。

宋伯涛
2005年4月于北师大

目录

第一章 勾股定理

本章教材分析	1
1.1 探索勾股定理	
大纲考纲要求	1
重点难点	2
教材解析	2
典例剖析	2
方法指引	5
巩固练习	6
1.2 能得到直角三角形吗	9
大纲考纲要求	9
重点难点	9
教材解析	9
典例剖析	10
方法指引	12
巩固练习	12
1.3 蚂蚁怎样走最近	14
大纲考纲要求	14
重点难点	14
教材解析	14
典例剖析	14
方法指引	15
巩固练习	16
回顾与思考	18
知识结构	18
思想方法	18
注意事项	18
解题指导	18
本章综合测试	21

第二章 实数

本章教材分析	24
2.1 数怎么又不够用了	24
大纲考纲要求	24
重点难点	24
教材解析	24
典例剖析	25
方法指引	26
巩固练习	27
2.2 平方根	28
大纲考纲要求	28
重点难点	28
教材解析	28
典例剖析	29
方法指引	32
巩固练习	33
2.3 立方根	35
大纲考纲要求	35
重点难点	35
教材解析	35
典例剖析	36
方法指引	39
巩固练习	39
2.4 公园有多宽	40
大纲考纲要求	40
重点难点	41
教材解析	41
典例剖析	41
方法指引	42

巩固练习	43	典例剖析	70
2.5 用计算器开方	44	方法指引	71
大纲考纲要求	44	巩固练习	72
重点难点	45	3.3 生活中的旋转	75
教材解析	45	大纲考纲要求	75
典例剖析	45	重点难点	75
方法指引	49	教材解析	75
巩固练习	49	典例剖析	76
2.6 实数	50	方法指引	77
大纲考纲要求	50	巩固练习	77
重点难点	50	3.4 简单的旋转作图	80
教材解析	51	大纲考纲要求	80
典例剖析	53	重点难点	80
方法指引	55	教材解析	80
巩固练习	57	典例剖析	80
回顾与思考	59	方法指引	81
知识结构	59	巩固练习	83
思想方法	59	3.5 它们是怎样变过来的	85
注意事项	60	大纲考纲要求	85
解题指导	60	重点难点	85
本章综合测试	62	教材解析	85
		典例剖析	86
		方法指引	88
		巩固练习	89
第三章 图形的平移与旋转		3.6 简单的图案设计	91
本章教材分析	65	大纲考纲要求	91
3.1 生活中的平移	65	重点难点	91
大纲考纲要求	65	教材解析	91
重点难点	65	典例剖析	93
教材解析	65	方法指引	94
典例剖析	66	巩固练习	95
方法指引	67	回顾与思考	97
巩固练习	68	知识结构	97
3.2 简单的平移作图	69	思想方法	97
大纲考纲要求	69	注意事项	97
重点难点	69		
教材解析	70		

解题指导	97	教材解析	130
本章综合测试	99	典例剖析	130
第四章 四边形性质探索		方法指引	132
本章教材分析	104	巩固练习	137
4.1 平行四边形的性质	104	4.6 探索多边形的内角和与外角和	139
大纲考纲要求	104	大纲考纲要求	139
重点难点	104	重点难点	139
教材解析	105	教材解析	139
典例剖析	105	典例剖析	140
方法指引	108	方法指引	141
巩固练习	109	巩固练习	141
4.2 平行四边形的判别	111	4.7 平面图形的密铺	142
大纲考纲要求	111	大纲考纲要求	142
重点难点	111	重点难点	143
教材解析	111	教材解析	143
典例剖析	112	典例剖析	143
方法指引	113	方法指引	143
巩固练习	114	巩固练习	144
4.3 菱 形	116	4.8 中心对称图形	145
大纲考纲要求	116	大纲考纲要求	145
重点难点	116	重点难点	146
教材解析	116	教材解析	146
典例剖析	116	典例剖析	146
方法指引	118	方法指引	147
巩固练习	119	巩固练习	148
4.4 矩形、正方形	120	回顾与思考	150
大纲考纲要求	120	知识结构	150
重点难点	120	思想方法	150
教材解析	120	注意事项	150
典例剖析	121	解题指导	150
方法指引	125	本章综合测试	152
巩固练习	126		
4.5 梯 形	129	第五章 位置的确定	
大纲考纲要求	129	本章教材分析	155
重点难点	129	5.1 确定位置	155
		大纲考纲要求	155

重点难点	155	重点难点	197
教材解析	155	教材解析	197
典例剖析	156	典例剖析	198
方法指引	158	方法指引	200
巩固练习	159	巩固练习	202
5.2 平面直角坐标系	161	6.3 一次函数的图象	204
大纲考纲要求	161	大纲考纲要求	204
重点难点	161	重点难点	204
教材解析	161	教材解析	205
典例剖析	163	典例剖析	208
方法指引	167	方法指引	211
巩固练习	169	巩固练习	213
5.3 变化的鱼	172	6.4 确定一次函数表达式	214
大纲考纲要求	172	大纲考纲要求	214
重点难点	172	重点难点	215
教材解析	172	教材解析	215
典例剖析	173	典例剖析	215
方法指引	175	方法指引	218
巩固练习	177	巩固练习	221
回顾与思考	179	6.5 一次函数图象的应用	222
知识结构	179	大纲考纲要求	222
思想方法	179	重点难点	222
注意事项	180	教材解析	223
解题指导	180	典例剖析	223
本章综合测试	183	方法指引	224
		巩固练习	226
第六章 一次函数		回顾与思考	229
本章教材分析	186	知识结构	229
6.1 函数	186	思想方法	229
大纲考纲要求	186	注意事项	230
重点难点	187	解题指导	230
教材解析	187	本章综合测试	232
典例剖析	188		
方法指引	193	第七章 二元一次方程组	
巩固练习	194	本章教材分析	236
6.2 一次函数	197	7.1 谁的包裹多	237
大纲考纲要求	197	大纲考纲要求	237

重点难点	237	7.6 二元一次方程与一次函数	267
教材解析	237	大纲考纲要求	267
典例剖析	238	重点难点	267
方法指引	241	教材解析	267
巩固练习	241	典例剖析	267
7.2 解二元一次方程组	243	方法指引	269
大纲考纲要求	243	巩固练习	270
重点难点	243	回顾与思考	271
教材解析	244	知识结构	271
典例剖析	245	思想方法	271
方法指引	249	注意事项	271
巩固练习	252	解题指导	272
7.3 鸡兔同笼	254	本章综合测试	276
大纲考纲要求	254		
重点难点	254	第八章 数据的代表	
教材解析	254	本章教材分析	279
典例剖析	254	8.1 平均数	279
方法指引	256	大纲考纲要求	279
巩固练习	257	重点难点	279
7.4 增收节支	259	教材解析	280
大纲考纲要求	259	典例剖析	281
重点难点	259	方法指引	283
教材解析	259	巩固练习	284
典例剖析	259	8.2 中位数与众数	287
方法指引	260	大纲考纲要求	287
巩固练习	261	重点难点	287
7.5 里程碑上的数	263	教材解析	287
大纲考纲要求	263	典例剖析	288
重点难点	263	方法指引	289
教材解析	263	巩固练习	291
典例剖析	264	8.3 利用计算器求平均数	293
方法指引	264	大纲考纲要求	293
巩固练习	265	重点难点	293

教材解析	293
典例剖析	294
方法指引	295
巩固练习	296
回顾与思考	297
知识结构	297
思想方法	297
注意事项	297
解题指导	297
本章综合测试	300
参考答案	303



第一章 勾股定理

本章教材分析

本章的主要内容是探索勾股定理,能得到直角三角形吗(直角三角形的判别条件即勾股定理的逆定理),蚂蚁怎样走最近(勾股定理逆定理的应用).

勾股定理是几何中最重要的定理之一,它的最重要性在于:

1. 勾股定理是联系数学中最基本也是最原始的两个对象——数与形的第一定理;

2. 勾股定理导致无理数的发现,这就是所谓第一次数学危机;

3. 勾股定理开始把数学由计算与测量的技术转变为证明与推理的科学;

4. 勾股定理中的公式是第一个不定方程,有许许多多组数满足这个方程,也是最早得出完整解答的不定方程,它一方面引导各式各样的不定方程,包括著名的费马大定理,另一方面也为不定方程的解题程序树立了一个范式.

勾股定理是直角三角形的重要性质,它把三角形有一个直角的“形”的特点,转化为三边之间的“数”的关系,它是数形结合的典范.

它可以解决许多直角三角形中的计算问题,它是直角三角形特有的性质,在其他三角形中不存在这种关系,所以在利用勾股定理进行计算与证明中,无直角的情况下,可作垂线构造直角三角形,从而,有利于运用勾股定理解决实际问题.

在本章的学习中要训练计算的正确性和熟练程度,培养严密的逻辑推理能力及简明、准确的书面表达能力.

1.1 探索勾股定理



大纲考纲要求

- 经历用数格子的办法探索勾股定理的过程,进一步发展学生的合情推理意识,主动探究的习惯,进一步体会数学与现实生活的紧密联系.
- 探索并理解直角三角形的三边之间的数量关系,进一步发展学生的说理和简单推理的意识及能力.

**重点难点**

重点:了解勾股定理的由来并能用它解决一些简单问题.

难点:勾股定理的发现.

**教材解析****1. 勾、股、弦的概念.**

你听说过“勾广三，股修四，经隅五”的说法吗？在我国古代，人们把直角三角形中的较短的直角边叫做勾，较长的直角边叫做股，斜边叫做弦。

2. 勾股定理

勾股定理：直角三角形两直角边的平方和等于斜边的平方，即 $c^2 = a^2 + b^2$ (c 为斜边， a, b 为直角边)。

勾股定理的作用：(1)已知直角三角形的两边求第三边。(2)已知直角三角形的一边，求另两边的关系。(3)可用来证明线段平方关系的问题。(4)利用勾股定理，可作出长为 \sqrt{n} 的线段。

勾股定理的各种表达式：在 $Rt\triangle ABC$ 中， $\angle C = 90^\circ$ ， $\angle A, \angle B, \angle C$ 的对边分别为 a, b, c ，则 $c^2 = a^2 + b^2$ ， $a^2 = c^2 - b^2$ ， $b^2 = c^2 - a^2$ ， $c = \sqrt{a^2 + b^2}$ ， $a = \sqrt{c^2 - b^2}$ ， $b = \sqrt{c^2 - a^2}$ 。

勾股定理的面积法证明：把四个全等的直角三角形拼成正方形如下：

如图 1.1-1(1)、(2)

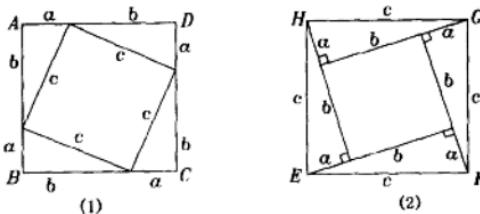


图 1.1-1

图(1)中 $S_{正方形ABCD} = (a+b)^2 = c^2 + 4 \times \frac{1}{2}ab$ 。 ∴ $a^2 + b^2 = c^2$ 。

图(2)中 $S_{正方形EFGH} = c^2 = (b-a)^2 + 4 \times \frac{1}{2}ab$ 。 ∴ $c^2 = a^2 + b^2$ 。

**典例剖析**

【例 1】 如图 1.1-2，求字母所代表的正方形的面积：

(1)若字母B所代表的正方形的面积为64,字母C所代表的正方形的面积为225,求字母A所代表的正方形的面积.

(2)若字母A所代表的正方形的面积为1156,字母B所代表的正方形的面积为256,求字母C所代表的正方形的面积.

思路点拨 由勾股定理,我们知道,在直角三角形中,两直角边的平方和等于斜边的平方,而斜边的平方恰好等于字母A所代表的正方形的面积,两直角边的平方分别等于字母B和C所在的正方形的面积,从而,有字母A所在的正方形的面积等于字母B和C所在的正方形的面积之和.

解:(1)字母A所在的正方形的面积为:

$$64 + 225 = 289$$

(2)字母C所在的正方形的面积为:

$$1156 - 256 = 900$$

误区剖析 在本例的求解中,若不掌握勾股定理,也就不清楚A、B、C之间的关系,从而就无法展开求解.

评注:我们应该通过对勾股定理的应用,加深对勾股定理的理解.

试解相关题

1-1 在图1.1-2中,若标有字母A的正方形的周长为20,标有字母B的正方形的周长为12,则标有字母C的正方形的边长为_____.

1-2 如图1.1-3,标有字母A、B、C的三个半圆的面积分别为A、B、C,则这些面积间的关系为()

A. $B+C=A$ B. $B^2+C^2=A^2$

C. $\pi B+\pi C=A$ D. $\pi B^2+\pi C^2=A^2$

【例2】如图1.1-4,已知 $\triangle ABC$ 中, $\angle C=90^\circ$, $\angle 1=\angle 2$, $CD=1.5$, $BD=2.5$.求AC的长.

思路点拨 AC是Rt $\triangle ABC$ 的直角边,先由已知条件求BC、BE,然后由于AC=AE,设未知数AC为x,由勾股定理 $AC^2+BC^2=AB^2$ 得方程,解之即可.

解:作 $DE \perp AB$ 于E.

$$\because \angle 1=\angle 2, \angle C=90^\circ,$$

$\therefore DC=DE$ (角平分线上的点到这个角的两边距离相等).

$$\therefore AD=AD,$$

$\therefore \text{Rt}\triangle ADC \cong \text{Rt}\triangle ADE(\text{HL})$.

$$\therefore AC=AE.$$

$$\therefore CD=1.5, BD=2.5,$$

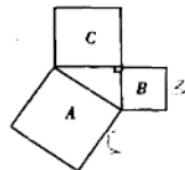


图 1.1-2

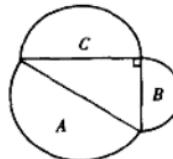


图 1.1-3

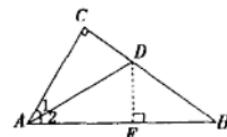


图 1.1-4



$$\therefore CB = 1.5 + 2.5 = 4, DE = 1.5.$$

在 $\text{Rt}\triangle BED$ 中 $BE = \sqrt{BD^2 - DE^2} = \sqrt{4} = 2$.

在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, 设 AC 为 x , 则 AB 为 $x+2$.

由勾股定理, 得 $AC^2 + BC^2 = AB^2$,

即 $x^2 + 4^2 = (x+2)^2$. 解得 $x=3$.

$\therefore AC$ 为 3.

误区剖析 同学们虽然也能过 D 作 $DE \perp AB$ 于 E , 但不经过推理, 就直接使用 $AC=AE$ 这个条件. 另外, 同学们也想不到设出 AC 的长, 通过勾股定理用方程的思想, 求出 AC 的长.

评注: 几何计算题中, 常根据勾股定理来列方程求解.

试解相关题

2-1 如图 1.1-5, 已知在 $\triangle ABC$ 中, $\angle ACB = 90^\circ$, $CD \perp AB$, 垂足为 D , 若 $\angle B = 30^\circ$, $CD = 6$, 求 AB 的长.

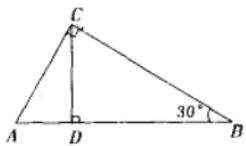


图 1.1-5

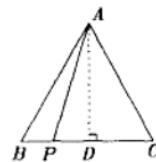


图 1.1-6

【例 3】 如图 1.1-6, 在 $\triangle ABC$ 中, $AB=AC=5$, P 为 BC 边上任意一点.

求证: $AP^2 + PB \cdot PC = 25$.

思路点拨 需证的结论中出现线段的平方项联想到勾股定理, 因此作辅助线构造直角三角形是通法, 即作 $AD \perp BC$ 于 D .

证明: 过 A 作 $AD \perp BC$ 于 D , 则有 $BD=CD$ (等腰三角形性质).

在 $\text{Rt}\triangle APD$ 中, $AP^2 = AD^2 + PD^2$ (勾股定理).

又: $AD^2 = AB^2 - BD^2$ (勾股定理),

$\therefore AP^2 = AB^2 - BD^2 + PD^2$

$$= 5^2 + (PD+BD)(PD-BD)$$

$$= 25 + (PD+CD) \cdot (PD-BD) = 25 - PC \cdot BP.$$

$\therefore AP^2 + PB \cdot PC = 25$.

误区剖析 本题的误区是不能作出辅助线 AD 来构造 $\text{Rt}\triangle APD$ 和 $\text{Rt}\triangle ABD$, 从而通过勾股定理得出 $AP^2 = AD^2 + PD^2$, $AD^2 = AB^2 - BD^2$, 进一步推出 $AP^2 = 25 - PC \cdot BP$.

评注: 当涉及到有关线段长的平方关系式或计算时, 常通过作高构造直角三角形, 利用勾股定理解题.

 **试解相关题**

3-1 如图 1.1-7, 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle C=90^\circ$, D 是 BC 的中点, $DE \perp AB$ 于 E ,

求证: $AE^2 = BE^2 + AC^2$.

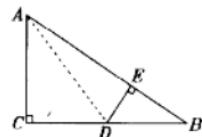


图 1.1-7

 **方法指引**

利用勾股定理,我们可以解决已知直角三角形的二边求出它的第三边的问题,而这样的问题在现实生活中是普遍存在的,所以勾股定理的应用十分广泛.

【例 4】 如图 1.1-8, 甲渔船以 8 海里/小时的速度离开海港 O 向东北方向航行, 乙渔船以 6 海里/小时的速度离开海港 O 向西北方向航行, 它们同时出发, 一个半小时后, 甲、乙两渔船相距多少海里?

思路点拨 根据 OA 、 OB 两方向的夹角是 90° , 从而应用勾股定理求出 A 、 B 的距离.

解: 因为甲、乙两渔船的速度分别是 8 海里/小时、6 海里/小时, 而且它们都行驶了 1.5 小时, 所以 $OA=8\times 1.5=12$, $OB=6\times 1.5=9$. 又甲、乙两船行驶的方向分别是东北、西北方向, 则 $\angle AOB=90^\circ$, 根据勾股定理得, $AB^2=OA^2+OB^2=12^2+9^2=225=15^2$. $\therefore AB=15$ (海里)

答: 一个半小时后, 甲、乙两渔船相距 15 海里.

误区剖析 本题的误区是不能发现 $\angle AOB$ 的大小, 从而不能用勾股定理求出 A 、 B 的距离.

评注: 求 A 、 B 之间的距离, 关键是将其放在直角三角形 AOB 中, 通过勾股定理理解三角形.

 **试解相关题**

4-1 如图所示 1.1-9, 一艘船在岛 A 正南 30 千米的 B 处, 它向东以每小时 20 千米的速度航行 2 小时后到达 C 点, 求 AC 之间的距离.

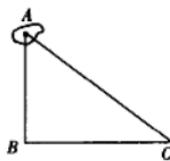


图 1.1-9

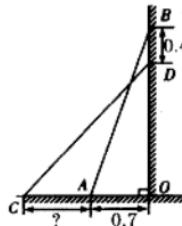


图 1.1-10

【例 5】 一架长 2.5 米的梯子，斜立在一竖直的墙上，这时梯子底端距离底墙 0.7 米（如图 1.1-10）。如图梯子的顶端沿墙下滑 0.4 米，那么梯子底端将向左滑动多少米？

思路点拨 利用勾股定理，先求 OB 的长，从而得 OD 的长，再由勾股定理，求 OC 长，从而就可得 AC 的长。

解：在直角 $\triangle OAB$ 中， $\angle AOB=90^\circ$ ，由勾股定理，可以得

$$AB^2=OA^2+OB^2 \text{，即 } 2.5^2=0.7^2+OB^2 \text{，所以得 } OB=2.4 \text{ (米)，}$$

从而 $OD=OB-BD=2.4-0.4=2$ (米)。

在直角 $\triangle OCD$ 中，由勾股定理，可以得

$$CD^2=OC^2+OD^2 \text{，即}$$

$$2.5^2=OC^2+2^2 \text{，所以得 } OC=1.5 \text{ (米)，}$$

$$\text{所以 } AC=OC-OA=1.5-0.7=0.8 \text{ (米).}$$

答：梯子底端将向左滑动 0.8 米。

误区剖析 这里由于梯子底端的滑动，导致了直角三角形 AOB 演变成了直角三角形 COD 。若不能掌握在这两个直角三角形中，斜边不变及直角边 OB 与 OD 的改变情况，就在无法利用勾股定理进行求解。

评注：由梯子的长度不变，而获得直角三角形斜边长也不变，是本题获解的关键。

试解相关题

试解相关题 5-1 如图 1.1-11，已知在 $\triangle ABC$ 中， $\angle B=90^\circ$ ， E 、 D 分别为 AB 、 BC 上的任意一点，请说明 $AD^2+CE^2=AC^2+DE^2$ 。

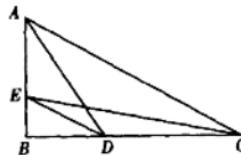


图 1.1-11



巩固练习

一、选择题

- 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中， $\angle C=90^\circ$ ， $AC=6$ ， $BC=8$ ，则该三角形的周长为 ()
A. 20 B. 22 C. 24 D. 26
- 如图所示， $\angle A=\angle D=90^\circ$ ， AC 与 BD 交于 O ， $AB=CD=4$ ， $AO=3$ ，则 BD 的长为 ()
A. 6 B. 7 C. 8 D. 10
- 如图所示， $\angle B=\angle D=90^\circ$ ， $AB=AD=4$ ， $AC=5$ ，则四边形 $ABCD$ 的面积为 ()
A. 15 B. 12 C. 7.5 D. 7