·各个击破·

名师视点

MINGSHI SHIDIAN

初中数学

·三角形·

王曾仪　主编

双色亮丽版

东北师范大学出版社

名师视点 各个击破

名师视点

MINGSHI SHIDIAN

初中数学

·三角形·

东北师范大学出版社·长春

图书在版编目（CIP）数据

名师视点．初中数学．三角形/王曾仪主编．一长春：东北师范大学出版社，2002.6
ISBN 7-5602-3000-8

Ⅰ．名… Ⅱ．王… Ⅲ．数学课—初中—教学参考资料 Ⅳ．G634

中国版本图书馆 CIP 数据核字（2002）第 026983 号

MINGSHI SHIDIAN

□出版人：贾国祥 □策划创意：一编室
□责任编辑：王红娟 □责任校对：张 新
□封面设计：魏国强 □责任印制：张文霞

东北师范大学出版社出版发行
长春市人民大街138号 邮政编码：130024
电话：0431—5695744 5688470 传真：0431—5695734
网址：WWW.NNUP.COM 电子函件：SDCBS@MAIL.JL.CN

东北师范大学出版社激光照排中心制版
黑龙江新华印刷二厂印刷
2002年6月第1版 2002年6月第1次印刷

开本：890mm×1240mm 1/32 印张：5.25 字数：160千
印数：00 001 — 50 000 册

定价：6.50元

CHUBANZHE DE HUA

出版者的话

《名师视点》丛书的创意始于教材改革的进行，教材的不稳定使教辅图书市场一度处于混乱状态，新旧图书杂糅，读者即使有一双火眼金睛，也难辨真伪。但无论各版别的教材如何更新、变革，万变不离其宗的是，删改陈旧与缺乏新意的内容，增加信息含量，增强人文意识，创新精神，增添科技内涵，活跃思维，培养学生的创新、理解、综合分析及独立解决问题等诸多能力，而这些目标的实现均是以众多不断调整的知识版块、考查要点串连在一起的，不管教材如何更改，无论教改的步子迈得多大，这些以丰富学生头脑，开拓学生视野，提高其综合素养为宗旨的知识链条始终紧密地联系在一起，不曾有丝毫的断裂，而我们则充分关注形成这一链条的每一环节，这也是“视点”之所在。

《名师视点》丛书的出版正是基于此种理念，涵盖初高中两个重点学习阶段，以语文、英语、数学、物理、化学五个学科为线索，以各科可资选取的知识版块作为专题视点，精讲，精解，精练。该丛书主要具有以下特点：

一、以专题为编写线索

语文、英语、数学、物理、化学五主科依据初高中各年级段整体内容及各学科的自身特点，科学、系统地加以归纳、分类及整理，选取各科具有代表性的知识专题独立编写成册，并以透彻的讲解，精辟的分析，科学的练习，准确的答案为编写思路，再度与一线名师携手合作，以名师的教学经验为图书的精髓，以专题为视点，抓住学科重点、知识要点，缓解学生过重的学习负担。

二、针对性、渗透性强

“专题”，即专门研究和讨论的题目，这就使其针对性较明显。其中语文、英语两科依据学科试题特点分类，数学、物理、化学各科则以知识块为分类依据，各科分别撷取可供分析讨论的不同版块，紧抓重点难点，参照国家课程标

准及考试说明，于潜移默化中渗透知识技能，以达“润物细无声”之功效。

三、双色印刷，重点鲜明

《名师视点》丛书采用双色印刷，不仅突破以往教辅图书单调刻板的局限，而且对重点提示及需要引起学生注意的文字用色彩加以突出，使其更加鲜明、醒目。这样，学生在使用时既可以方便地找到知识重点，又具有活泼感，增添阅读兴趣。

四、适用区域广泛

《名师视点》丛书采用“专题”这一编写模式，以人教版教材为主，兼顾国内沪版、苏版等地教材，汲取多种版本教材的精华，选取专题，使得该套书在使用上适用于全国的不同区域，不受教材版本的限制。

作为出版者，我们力求以由浅入深、切中肯綮的讲解过程，化解一些枯燥的课堂教学，以重点、典型的例题使学生从盲目的训练中得以解脱，以实用、适量的练习减少学生课下如小山般的试卷。

我们的努力是真诚的，我们的探索是不间断的，成功并不属于某一个人，它需要我们的共同努力，需要我们携手前行。

东北师范大学出版社

第一编辑室

此为试读，需要完整PDF请访问：www.ertongbook.com

MINGSHI SHIDIAN

目录

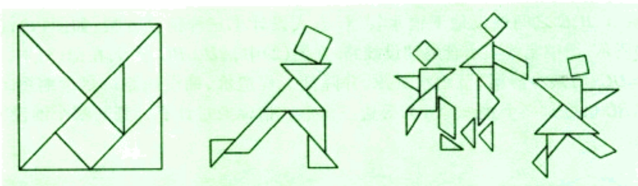
名师视点

MINGSHI SHIDIAN

名师视点

引 言

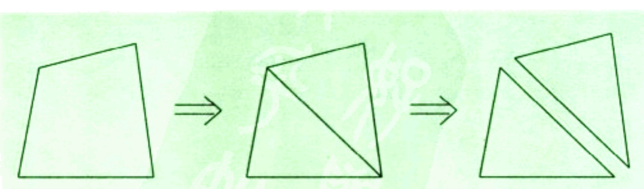
在小学里我们已经认识了三角形，三角形在我们的日常生活中有很重要的应用. 大家熟悉的七巧板就是三角形的重要应用之一，如图所示.



三角形是初中几何中的重要组成部分. 通过对三角形的学习，我们会逐渐适应日常生活、参加生产和进一步学习所必要的几何基础知识与基本技能，对于进一步培养运算能力、思维能力和空间观念会起到很大作用.

几何图形千差万别，三角形是最基本的图形. 举例来说，如果有人问四边形的内角和是多少，你也许会想，我还没学四边形，这个问题问得太没道理. 不过你也可以这样想：向我提出这么个问题，必定是与我学过的知识有关，我一定能利用学过的某些知识探索出这个问题的答案. 然后接着想，究竟是学过的什么知识与这个问题有关呢？只要你想到这里，你一定又会想到：三角形的内角和等于 180°，接下去，只要利用三角形与四边形的关系就可以了.

一个四边形可以分割成两个三角形.



所以四边形的内角和是 $2\times180^\circ=360^\circ$.

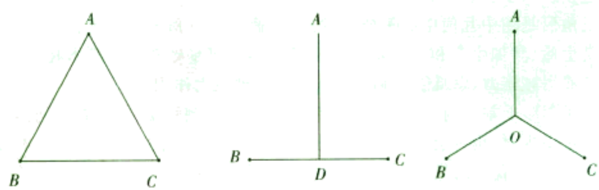
这个例子说明，学好三角形，能为学习其他图形奠定良好的基础.

学习三角形，还因为能用与三角形有关的知识解决许多实际问题.

1. 如图所示，A，B 是湖岸上的两点，它们之间的距离不能直接测量，请你设计一个测量这两点间距离的方案.

你现在很可能对这个问题感到束手无策，这没关系，在你学过有关三角形的知识，读过本书之后，你会茅塞顿开.

2. 由于水资源的缺乏，B，C 两地不得不从黄河上的扬水站 A 站引水，这就需要在 A，B，C 之间铺设地下输水管道. 有人设计了三种铺设方案：如图(1)，(2)，(3)所示，图中实线表示管道铺设线路. 在图(2)中，$AD\perp BC$ 于 D；在图(3)中，$OA=OB=OC$. 为减少渗漏，节约水资源，并降低工程造价，铺设线路应尽量缩短. 已知 $\triangle ABC$ 恰好是一个边长为 a 的等边三角形，请你通过计算，判断哪个铺设方案最好.



(1)　　(2)　　(3)

这类实际应用题很多，学习完本书知识以后，我们会很轻松地解答上述问题.

第一章 有关概念和基本性质

第一节 三角形中的重要线段

知识技能

1 三角形的角平分线

三角形一个角的平分线与这个角的对边相交，这个角的顶点和交点之间的线段叫做三角形的角平分线.

2 三角形的中线

在三角形中，连结一个顶点和它的对边中点的线段叫做三角形的中线.

3 三角形的高

从三角形一个顶点向它的对边画垂线，顶点和垂足间的线段叫做三角形的高线，简称三角形的高.

4 三角形的中位线

是指三角形中两边中点的连线.

三角形的角平分线上的点到这个角两边的距离相等.

三角形中任何一边上的中线都把三角形分成面积相等的两部分. 利用"等底等高的三角形面积相等"很容易说明这是一个真命题.

三角形的任何一边上的高都垂直于该边. 三角形的三条高未必都在三角形的内部.

三角形的角平分线、中线和高又有相同之处：在同一个三角形中，无论是三条角平分线，还是三条中线，或者三条高，它们都相交于一点.

典型示例

例1 老师要求学生先画一个三角形，然后画出它的三条中线. 有几位同学是这样画的：画出三角形之后，先借助刻度尺画出每条边的中点，然后画连结每边中点到所对顶点的线段.

请问：(1)这些同学的画法正确吗？(2)是否可以改进？

解析 根据三角形中线的定义可知，这些同学的画法正确. 不过，利用同一三角形的三条中线交于一点的性质，可以使画法更简单些.

(1)画法正确.

(2)可以改进. 设所画三角形为$\triangle ABC$，先用题中所说的办法画出两条中线AD,BE，设AD与BE交于点G，然后连结CG，并延长交AB于F，则AD,BE,CF即为所求. 画图过程如图1 - 1所示.

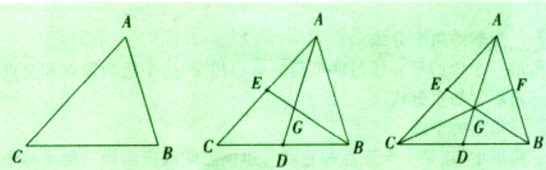


图1 - 1

例2 如图1 - 2所示，在$\triangle ABC$中，D,E分别是AB边和AC边的中点.

求证：$S_{\triangle ADE}=\frac{1}{4}S_{\triangle ABC}$.

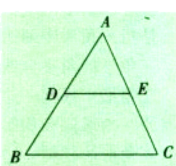


图1 - 2

解析 本题欲证的是关于三角形面积的一条结论. 在三角形的重要线段中，中线和高都与三角形的面积有关. 三角形的中线与三角形面积的关系是：三角形的一条中线把三角形分成面积相等的两部分. 从题目的已知条件和图形来看，虽然没有中线，却有两个中点，这似乎暗示我们要利用三角形的中线来解题.

此为试读，需要完整PDF请访问：www.ertongbook.com

证明：连结 BE. 在 $\triangle ABC$ 中，

$\because AE=EC$，$\therefore S_{\triangle ABE}=S_{\triangle CBE}$，即 $S_{\triangle ABE}=\frac{1}{2}S_{\triangle ABC}$.

在 $\triangle ABE$ 中，$\because AD=DB$，$\therefore S_{\triangle ADE}=S_{\triangle BDE}$，即 $S_{\triangle ADE}=\frac{1}{2}S_{\triangle ABE}$.

$\therefore S_{\triangle ADE}=\frac{1}{2}S_{\triangle ABE}=\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}S_{\triangle ABC}=\frac{1}{4}S_{\triangle ABC}$.

说明　本题的证明是从连结 BE 开始的. 在几何中，根据解题需要常常要作一些原图中没有的线段，这些线段就是辅助线. 在几何证明中，常用到辅助线.

例 3　在图 1 - 3 的每个三角形内画线段，将三角形分成面积相等的四部分，要求画法各不相同.

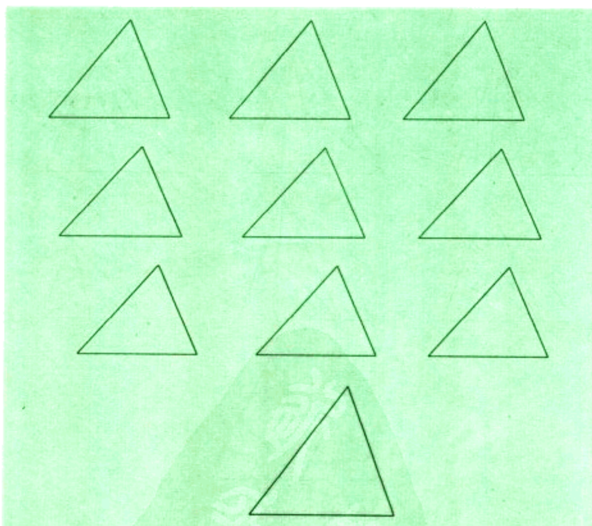


图 1 - 3

解析　三角形的中线把三角形分成面积相等的两部分，中线的这一特殊性质恰好能用来解决此题.

因为三角形的一条中位线截原三角形所得的小三角形的面积是原三角形面

积的$\frac{1}{4}$. 如果画出三角形的三条中位线, 得到三个面积为原三角形面积$\frac{1}{4}$的小三角形, 则剩余部分的面积$\left(1-3\times\frac{1}{4}\right)$恰好是原三角形面积的$\frac{1}{4}$.

等底等高的三角形面积相等, 这一命题可以成为我们解题的出发点. 画法如图 1 - 4 所示.

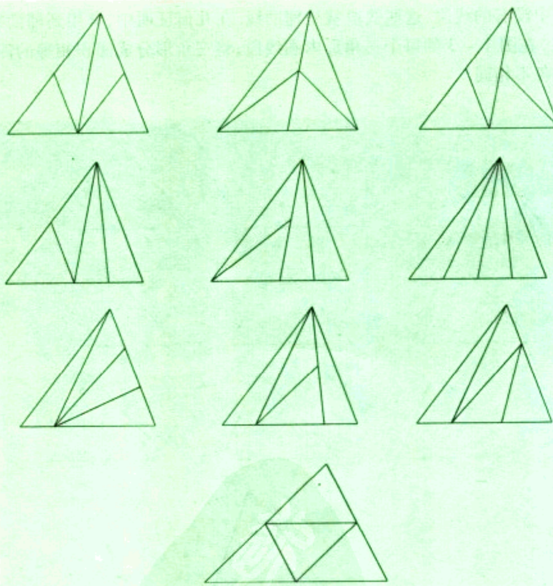


图 1 - 4

能力检测

一、填空题

1. 任意画一个锐角三角形，并画出它的两条高，在这样的图形中，共有 ________ 个三角形，其中有 ________ 个直角三角形.

2. 在 $\triangle ABC$ 中，$\angle BAC=19°18'$，AD 是中线，AE 是角平分线，则线段 ______ 与 ______，________ 与 ______ 的比均为 2:1，$\angle BAE=\angle$ ________ = ________.

3. 如果 AD 是 $\triangle ABC$ 的中线，AE 是 $\triangle ADC$ 的中线，那么 $DE=$ ________ $BD=$ ________ BC.

二、选择题

1. 下列命题不正确的是(　　).

   A. 如果一个三角形有一条高在它的外部，那么必定还有一条高也在它的外部

   B. 三角形的高一定小于同一三角形中的中线和角平分线

   C. 任何三角形都有三条角平分线、三条中线和三条高

   D. 任何三角形的三条中线都交于一点

2. 把三角形的面积二等分的线段是(　　).

   A. 三角形的角平分线　　B. 三角形的中线

   C. 三角形的高　　D. 三角形的角平分线和中线

3. 把三角形的面积二等分的线段一定是(　　).

   A. 三角形的高　　B. 三角形的中线

   C. 三角形的角平分线　　D. 以上结论都不正确

三、画图，并根据所画图形填空

1. 画 $\triangle ABC$，使 $\angle ACB=90°$，并画出它每条边上的高.

   (1)这个三角形 BC 边上的高是 ________，AC 边上的高是 ________；

   (2)这个三角形的三条高交于一点，交点是 ________；

   (3)所画三角形的面积 $S=\frac{1}{2}AC\cdot$ ________.

2. 任意画三角形，然后在它的内部画两条线段，将三角形的面积三等分.

   画这样的图形可以利用 ________ 等高的三角形面积相等，还可以在把原三角形的面积分为 1:2 的两部分之后，再利用三角形的 ________ 线把三角形的面积二等分.

参考答案

一、1. 8　6　2. BC　BD　BC　CD　CAE　$9°39'$　3. $\frac{1}{2}$　$\frac{1}{4}$

二、1. B　2. B　3. D

三、1. (1)AC　BC　(2)顶点 C　(3)BC　2. 等底　中

第二节　三角形边角之间的关系

知识技能

每个三角形都有三条边和三个角，它们是互相联系、互相制约的，这体现在以下几个方面.

1. 边与边之间的关系：两边之和大于第三边.
2. 角与角之间的关系：三个内角的和等于 180°.
3. 边与角之间的关系：在同一三角形中相等的边所对的角相等；相等的角所对的边相等；较大的边所对的角较大；较大的角所对的边较大.

从理论上说明三角形的两边之和大于第三边是很容易的，其依据是两点之间线段最短. 而要说明三角形的内角和等于 180°，对于初学几何的人来说比较困难，需要引辅助线进行推理. 如图 1 - 5 所示，图中虚线是为完成证明而作的辅助线，分别平行于 AB 和 BC.

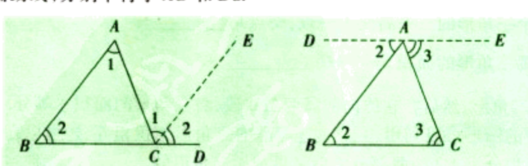


图 1 - 5

典型示例

例 1 有长为如下数值的几组线段：

(1)3,4,5；(2)$3^2,4^2,5^2$；(3)$\frac{1}{3},\frac{1}{4},\frac{1}{5}$；(4)$\frac{1}{3^2},\frac{1}{4^2},\frac{1}{5^2}$.

其中能组成三角形的有（ ）.

A. 1 组　　B. 2 组　　C. 3 组　　D.4 组

解析 只要看每组线段中较短的两条之和是否大于最长的线段即可.

(1)$3+4>5$,(2)$3^2+4^2=5^2$,(3)$\frac{1}{5}+\frac{1}{4}>\frac{1}{3}$,(4)$\frac{1}{4^2}+\frac{1}{5^2}<\frac{1}{3^2}$,

其中只有(1),(3)两组符合“两边之和大于第三边”,故选 B.

说明 (1)如果计算了$\frac{1}{3}$与$\frac{1}{4}$之和或者$\frac{1}{3^2}$与$\frac{1}{4^2}$之和,说明对知识点的理解不够全面.

(2)得出$\frac{1}{4^2}+\frac{1}{5^2}=\frac{41}{400}$后,应能立即断定$\frac{41}{400}<\frac{1}{9}$,不必再进行计算.

例 2 一个三角形三个内角的度数之比为 1:3:5,试判断该三角形是锐角三角形、直角三角形还是钝角三角形.

解析 根据三角形的内角和为 180°这一性质,求出三角形的最大内角.

由题意可设三个内角的度数分别为 k,$3k$,$5k$,则 $k+3k+5k=180$,

由此得 $k=20$,这个三角形的最大内角等于 $5\times20°=100°$,所以这个三角形是钝角三角形.

说明 此题不必计算三角形中两个较小的角的度数.

观察上面解题过程,可以发现由已知“1:3:5”中 1,3,5 三个数有 $5>1+3$ 的关系,便可断定这个三角形是钝角三角形.

这里使用 k 的办法具有普遍性,在已知条件中有几个数的比的题目,都可以考虑使用该方法.

例 3 下列数组中,各数都表示线段的长度,试判断以各组线段为边,是否一定能组成三角形.

(1) $a-5,a,5(a>5)$； (2) $a,a+1,a+2(a>0)$；

(3) $a,a,1(a>0)$； (4) $a,a,a-\frac{1}{2}\left(a>\frac{1}{2}\right)$.

解析 利用三角形三边之间的关系进行判断.

(1)$\because (a-5)+5=a$,$\therefore$ 以 $a-5,a,5$ 为边不能组成三角形.

(2) 当 $a=1$ 时,这三条线段的长分别为 1,2,3,它们不能组成三角形,可见长为 $a,a+1,a+2$ 的三条线段不一定能组成三角形.

(3) 当 $a\leqslant 0.5$ 时,$a+a\leqslant 1$,可见长为 $a,a,1$ 的三条线段也不一定能组成三角形.

(4)当 $a>\frac{1}{2}$ 时,$a+\left(a-\frac{1}{2}\right)>a$,所以长为 $a,a,a-\frac{1}{2}\left(a>\frac{1}{2}\right)$的三条线段一定能组成三角形.

说明 本题表明:三角形三边关系定理为我们提供了利用代数方法(解不等式等)解决一些几何问题的途径.

上面对(2)与(3)的否定运用了举反例的方法,这种方法在初一几何学习中就已经使用过了.

判断三条线段中的任意两条之和是否都大于第三条,只要看三条线段中比较短的两条线段之和是否大于最长的一条即可.

例4 已知在$\triangle ABC$ 中,$\angle A=\frac{1}{2}\angle B=\frac{1}{3}\angle C$,试判断该三角形的类型.

解析 由题设知,在$\triangle ABC$ 中,$\angle C$ 最大,只要弄清$\angle C$ 是锐角、直角或钝角就可以了.

$\because \angle A=\frac{1}{2}\angle B=\frac{1}{3}\angle C$,$\therefore \angle A=\frac{1}{3}\angle C$,$\angle B=\frac{2}{3}\angle C$.

又 $\because \angle A+\angle B+\angle C=180^\circ$,$\therefore \frac{1}{3}\angle C+\frac{2}{3}\angle C+\angle C=180^\circ$.

解得$\angle C=90^\circ$.$\therefore \triangle ABC$ 是直角三角形.

例5 三边长均为整数、周长为 13 的不等边三角形的三条边的长有(　　).

A. 1 种情况　　B. 2 种情况　　C. 3 种情况　　D. 4 种情况

解析 设此三角形的三边长为 a,b,c,且 $a<b<c$. 若 $a=1$,由于两个相邻整数的差为 1,则 $c-b\geqslant 1$,$c-b\geqslant a$,所以 $a+b\leqslant c$,不能构成三角形.

故 $a>1$,另外 $a<\frac{13}{3}$,所以

$2\leqslant a\leqslant 4$　　①

同样 $c>\frac{13}{3}$,又由 $c<a+b$ 知 $c<\frac{13}{2}$,所以

$5\leqslant c\leqslant 6$　　②

此为试读,需要完整PDF请访问: www.ertongbook.com