

 小学数学活动课程研究丛书

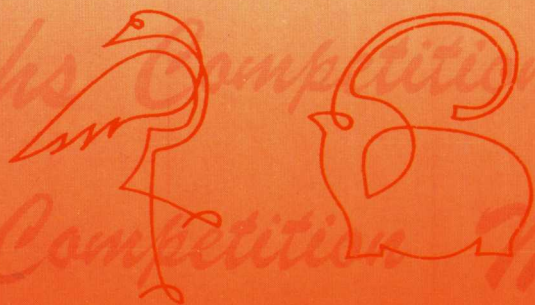
XIAO XUE SHU XUE JING SAI FU DAO



小学数学竞赛辅导

(三年级分册)

孙瑞清 主编



北京大学出版社

小学数学活动课程研究丛书

小学数学竞赛辅导

第一册（三年级分册）

孙瑞清 主编

孙瑞清 编撰

北京大学出版社

• 北 京 •

图书在版编目(CIP)数据

小学数学竞赛辅导·第一册/孙瑞清主编. —北京:北京大学出版社, 2000. 12

(小学数学活动课程研究丛书)

ISBN 7-301-04814-9

I. 小… II. 孙… III. 数学课-竞赛题-小学-解题

IV. G624.505

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2000)第 78501 号

书 名: 小学数学竞赛辅导 第一册(三年级分册)

著作责任者: 孙瑞清 主编

责任编辑: 王 艳

标准书号: ISBN 7 301 04814-9/G · 625

出 版 者: 北京大学出版社

地 址: 北京市海淀区中关村北京大学校内 100871

电 话: 出版部 62752013 发行部 62559712 编辑部 62752032

排 印 者: 北京飞达印刷厂

发 行 者: 北京大学出版社

经 销 者: 新华书店

850mm×1168mm 32 开本 6.375 印张 165 千字

2000 年 12 月第 1 版 2000 年 12 月第 1 次印刷

定 价: 8.00 元(本册)

32.00 元(全套 4 册)

前 言

为迎接信息时代的挑战,培养跨世纪的人才,加强素质教育现已成为全民的共识.这就要求数学基础教育从小学开始就要在普及的基础上,逐步提高水平,特别在提高学生的创造才能和应用意识上,进行研究.为此,我们以现行小学数学教学大纲为基础,编写了这套《小学数学竞赛辅导》丛书.

本丛书编写的目的是:

1. 为学有余力的同学,提供一套水平较高的小学数学课外读物,以利于开展小学数学活动,加强数学实践与应用;
2. 激发学生学习数学的兴趣,提高学生主动精神和数学能力,发展学生的创造才能;
3. 为扩展小学数学知识的视野,适当提供小学数学的背景材料,以利于教者、学者加深对小学数学教材的理解;
4. 为小学生参加各类小学数学竞赛,提供实用、有效的辅导材料.

为此,本丛书在编写中注意:

1. 精选例题、习题,重视激发学生的学习兴趣;
2. 在夯实基础知识与基本技能的基础上,重视渗透数学思想方法;
3. 重视练习,从数学实践中,启迪学生的数学思维,重视数学应用;
4. 精选课题,重视循序渐进地培养学生的创造才能.

本丛书具体内容共分四册,每册 20 讲,供小学三、四、五、六年级试用.在每讲中既有知识要点,又有例题精讲,并配有适当的习题,每 5 讲后配备一套自测题,每册书末有 40 个复习题,并附有习

题、自测题、复习题的答案,方便读者查阅.

读者在阅读本丛书时,最好从第一册开始,循序渐进地学习,对书中的例题要仔细体会其解题的思想和方法,并注意有些例题后的简要说明,然后再做习题和自测题.这样可以在实践的基础上,逐渐提高自己的数学才能和创造性.

参加本丛书编写工作的有:数学教育专家、数学教育博士、数学高级教师.我国著名数学教育家和数学家钟善基和王梓坤先生为本丛书的顾问,这对我们是极大的鼓舞,在此深表谢意.

在本丛书编写过程中,我们参阅了不少国内外有关资料,受益匪浅.此外,北京大学出版社的王明舟先生和王艳女士对本丛书的出版给予了很多帮助,在此,一并表示感谢.

由于我们的水平有限,尽管我们尽了努力,但其中缺点,甚至错误,在所难免,恳请读者批评指正.

编 者

2000年8月

目 录

前言	(1)
第一讲 加法和减法中的巧算	(1)
第二讲 乘法和除法中的巧算	(8)
第三讲 高斯的故事	(14)
第四讲 想想、画画	(21)
第五讲 数字谜	(31)
自测题一	(39)
第六讲 数线段	(41)
第七讲 图形计数	(49)
第八讲 火柴棍游戏	(59)
第九讲 图形中的点和数	(67)
第十讲 有趣的一笔画	(74)
自测题二	(82)
第十一讲 观察与猜想	(84)
第十二讲 分割与拼补	(94)
第十三讲 智巧问题	(103)
第十四讲 最短线路	(109)
第十五讲 是与非	(117)
自测题三	(123)
第十六讲 逆推与图示	(125)
第十七讲 和差问题	(131)
第十八讲 倍数问题	(138)

第十九讲 鸡兔同笼.....	(145)
第二十讲 植树与队列.....	(152)
自测题四.....	(159)
复习题.....	(160)
习题、自测题、复习题解答.....	(168)

第一讲 加法和减法中的巧算

在数学学习中或日常生活中,我们会遇到大量的关于数的计算问题,如何算得快、算得巧、算得正确是非常重要的,它不仅使我们学会分析问题、解决问题的方法,还锻炼了我们的思考能力.这一讲我们就来讨论加法和减法的巧算问题.

例 1 计算下列各题:

$$(1) 83+179+17+21; \quad (2) 38+54+46+62;$$

$$(3) 199+99+9+3.$$

分析 我们先仔细观察一下上述各题中加数的特点,容易发现:在题(1)中,

$$83+17=100, \quad 179+21=200;$$

在题(2)中,

$$38+62=100, \quad 54+46=100;$$

在题(3)中,

$$199+1=200, \quad 99+1=100, \quad 9+1=10.$$

这样,我们可以调整一下各题中加数的位置,把某些加数的和凑成整10,整100,整1000,...,然后利用加法的交换律和结合律,求和就变得很方便了.

解 (1) 原式 $= (83+17) + (179+21)$

$$= 100 + 200 = 300.$$

(2) 原式 $= (38+62) + (54+46)$

$$= 100 + 100 = 200.$$

(3) 原式 $= (199+1) + (99+1) + (9+1)$

$$= 200 + 100 + 10 = 310.$$

在例1计算中,我们利用两个数的和为10,100,...这一特点,

凑整后巧算出结果的. 因此, 如果我们把能凑成 10, 100, ... 的两个数互称为补数, 那么就得到了一种多个加数求和的简便算法:

计算几个加数的和时, 运用交换律和结合律, 把互为补数的两个数先加, 然后再把补数的和相加.

同学们可能会问: 怎样看出, 或求出一个数的补数呢?

我们观察下面互为补数的两组数的特点, 就可得出求一个数的补数的方法.

① 3654 的补数是

$$\begin{array}{r}
 6 \quad 3 \quad 4 \quad 6 \\
 \hline
 3 \quad 6 \quad 5 \quad 4 \\
 + \quad + \quad + \quad + \\
 6 \quad 3 \quad 4 \quad 6 \\
 \hline
 9 \quad 9 \quad 9 \quad 10
 \end{array}$$

② 8973 的补数是

$$\begin{array}{r}
 1 \quad 0 \quad 2 \quad 7 \\
 \hline
 8 \quad 9 \quad 7 \quad 3 \\
 + \quad + \quad + \quad + \\
 1 \quad 0 \quad 2 \quad 7 \\
 \hline
 9 \quad 9 \quad 9 \quad 10
 \end{array}$$

可见, 一个数与它的补数的个位数字之和为 10, 其他对应位上的数字之和都是 9. 利用这一规律, 求一个数的补数就非常方便了. 例如 7918 的补数, 个位数字是 $10 - 8 = 2$, 十位数字是 $9 - 1 = 8$, 百位数字是 $9 - 9 = 0$, 千位数字是 $9 - 7 = 2$. 因此, 7918 的补数是 2082.

例 2 计算下列各题:

(1) $78 + 87 + 55$;

(2) $1984 + 3999 + 24$;

(3) $3999 + 2999 + 1999 + 999 + 99 + 3$.

分析 观察以上各题, 发现每个题都没有互为补数的两个数, 如何凑整呢? 这时, 我们可以试着把其中的某个数拆成两个或两个以上的数, 使得其中的一个数或几个数是原算式中某些加数的补

数(或凑整的数),先求和,再和剩下的部分数相加,这样就可简化计算.例如,在题(1)中,78,87不动,把55拆成22,13与20的和,这样一来, $78+22=100$, $87+13=100$,就便于计算了.又如,在题(3)中,前5个加数都不变,对应每个加数分别加上1,最后把3改写成 $5-2$ 就行了.

$$\begin{aligned}\text{解 (1) 原式} &= (78+22)+(87+13)+20 \\ &= 100+100+20=220.\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{(2) 原式} &= (1984+16)+(3999+1)+7 \\ &= 2000+4000+7=6007.\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{(3) 原式} &= 3999+2999+1999+999+99+(5-2) \\ &= (3999+1)+(2999+1)+(1999+1)+(999+1) \\ &\quad + (99+1)-2 \\ &= 4000+3000+2000+1000+100-2 \\ &= 10098.\end{aligned}$$

如果有若干个彼此相近的数相加时,可以选择其中某个数作为基准数,再找出每个加数与基准数的差,大于基准数的差作为加数,小于基准数的差作为减数,把这些差累积起来,得出累积差,然后,用和式的项数乘以基准数,加上累积差,就可算出结果.

例3 某班10名学生参加一次数学竞赛,他们的成绩分别是88,89,86,91,82,90,93,91,89,91.试求:

(1) 他们的总成绩是多少分?

(2) 平均成绩是多少分?

分析 由于这10名学生的成绩都在90分上下摆动,所以我们可以选取90为基准数,找出累积差,再求和.

$$\begin{aligned}\text{解 (1) 总成绩} &= 88+89+86+91+82+90+93+91 \\ &\quad +89+91 \\ &= (90-2)+(90-1)+(90-4)+(90+1) \\ &\quad + (90-8)+90+(90+3)+(90+1) \\ &\quad + (90-1)+(90+1)\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&=90 \times 10 - 2 - 1 - 4 - 8 - 1 + 1 + 3 + 1 + 1 \\
&=90 \times 10 - (2 + 1 + 4 + 8 + 1) \\
&\quad + (1 + 3 + 1 + 1) \\
&=900 - 16 + 6 \\
&=890(\text{分}).
\end{aligned}$$

(2) 平均成绩 $= 890 \div 10 = 89(\text{分})$.

注意 选基准数时,最好选整十、整百、整千、…的数作为基准数,这样计算起来较为方便.

问题 1 简算下列各题:

(1) $61 + 63 + 59 + 62 + 64 + 58 + 60 + 67$;

(2) $96 + 92 + 95 + 98 + 97 + 101 + 100 + 98$.

问题 2 求下列各数的平均数: 62, 58, 68, 65, 64, 63, 60, 64, 65, 61.

例 4 计算下列各题:

(1) $2000 - 297 - 703$;

(2) $6374 - (374 + 287)$;

(3) $7281 - 999$;

(4) $2351 - 375 + 75$.

分析与解 (1)中两个减数互为补数,利用减法性质:从一个数中连减去几个数,等于从这个数中减去这几个数的和.用字母表示,即

$$a - b - c = a - (b + c),$$

所以

$$\text{原式} = 2000 - (297 + 703) = 2000 - 1000 = 1000.$$

(2)中,减数为两个数的和,而这两个数中有与被减数的后几位相同的数,那么,我们可以利用减法的性质:从一个数中减去几个数的和,等于从这个数中连减这几个数.用字母表示,即

$$a - (b + c) = a - b - c,$$

故

$$\begin{aligned}\text{原式} &= 6374 - 374 - 287 = (6374 - 374) - 287 \\ &= 6000 - 287 = 5713.\end{aligned}$$

(3)中,把减数 999 改写成 $(1000-1)$,再利用减法的性质:一个数减去两个数的差,等于这个数减去第二个数,然后加上第三个数.用字母表示,即

$$a - (b - c) = a - b + c,$$

所以

$$\text{原式} = 7281 - (1000 - 1) = 7281 - 1000 + 1 = 6282.$$

(4)中,减数 375 与加数 75 之差刚好凑整,利用减法性质:第一个数减去第二个数加上第三个数,等于从第一个数中减去第二个数与第三个数的差.用字母表示,即

$$a - b + c = a - (b - c),$$

所以

$$\text{原式} = 2351 - (375 - 75) = 2351 - 300 = 2051.$$

从例 4 的计算中,可以看到,在加减法混合运算中,利用加法交换律、结合律,使某些数的位置交换时,必须连符号“+”、“-”一起“搬家”,计算才会正确.

问题 3 计算下列各题:

- (1) $1323 - 119 - 881$;
- (2) $1234 - (234 + 500)$;
- (3) $1678 - 998$;
- (4) $640 - 486 + 86$.

有时,为了计算简便,当有几个数进行加减法混合运算,我们运用加法交换律、结合律把等式中的某些数连同它们前面的加、减号一起调换时,要注意交换、结合的目的是便于凑整,否则就变成盲目的计算了.

例 5 计算 $98 + 101 + 97 + 100 + 99 + 103 + 102 + 100$.

解法 1 利用基准数求和.我们取 100 为基准数,则

$$\text{原式} = (100 - 2) + (100 + 1) + (100 - 3) + 100$$

$$\begin{aligned}
 &+ (100 - 1) + (100 + 3) + (100 + 2) + 100 \\
 &= 100 \times 8 + (1 + 3 + 2) - (2 + 3 + 1) \\
 &= 800.
 \end{aligned}$$

解法 2 利用互为补数凑整的方法.

$$\begin{aligned}
 \text{原式} &= (98 + 102) + (101 + 99) + (97 + 103) \\
 &\quad + 100 + 100 \\
 &= 200 + 200 + 200 + 100 + 100 \\
 &= 800.
 \end{aligned}$$

例 6 计算 $(2+4+6+\cdots+50)-(1+3+5+\cdots+49)$.

$$\begin{aligned}
 \text{解 原式} &= \underbrace{(2-1)+(4-3)+(6-5)+\cdots+(50-49)}_{25\text{项}} \\
 &= 25 \times 1 = 25.
 \end{aligned}$$

小结上面的算法,可知:加减法的简便算法,主要依据以下算律和性质:

- (1) 加法交换律: $a+b=b+a$.
- (2) 加法结合律: $(a+b)+c=a+(b+c)$.
- (3) 加减法混合运算的性质:

$$\textcircled{1} a-b-c=a-(b+c);$$

$$\textcircled{2} a-b+c=a-(b-c).$$

反过来也对.

- (4) 利用补数和基准数凑整.

问题答案:

问题 1

$$(1) \text{原式} = 60 \times 8 + (1+3-1+2+4-2+7) = 494.$$

$$(2) \text{原式} = 90 \times 8 + (6+2+5+8+7+11+10+8) = 777.$$

问题 2

$$\begin{aligned}
 \text{平均数} &= (62+58+68+65+64+63+60+64+65+61) \div 10 \\
 &= [60 \times 10 + (2-2+8+5+4+3+4+5+1)] \div 10 \\
 &= 630 \div 10 = 63.
 \end{aligned}$$

问题 3

(1) 原式 $= 1323 - (119 + 881) = 1323 - 1000 = 323$.

(2) 原式 $= (1234 - 234) - 500 = 500$.

(3) 原式 $= 1678 - (1000 - 2) = 680$.

(4) 原式 $= 640 - (486 - 86) = 240$.

习 题 一

1. 计算下列各题:

(1) $39 + 76 + 61 + 24$;

(2) $88 + 199 + 12 + 1$;

(3) $123 + 234 + 877 + 766$.

2. 计算下列各题:

(1) $460 - 120 - 80$;

(2) $2856 - (856 + 132)$;

(3) $12\,345 - 9999$;

(4) $478 - 256 + 156$.

3. 计算下列各题:

(1) $804 - 600 - 400 + 250 + 196 + 750$;

(2) $(1 + 2 + 3 + \cdots + 20) - (1 + 2 + 3 + \cdots + 10)$.

4. 求下列各数的平均数:

$$52, 49, 51, 53, 48, 47, 54, 46, 45, 55.$$

第二讲 乘法和除法中的巧算

我们已经学过的运算定律是乘除法混合运算简便算法的主要依据.

(1) 乘法交换律. 两个数相乘, 交换两个乘数的位置, 它们的积不变, 即

$$a \times b = b \times a.$$

(2) 乘法结合律. 三个数相乘, 先把前两个数相乘, 再乘以第三个数; 或先把后两个数相乘, 再与第一个数相乘, 它们的乘积不变, 即

$$(a \times b) \times c = a \times (b \times c).$$

(3) 乘法分配律. 两个数的和与一个数相乘, 可以把两个数分别与这个数相乘, 再把两个积相加, 所得的结果不变, 即

$$(a + b) \times c = a \times c + b \times c,$$

或

$$c \times (a + b) = c \times a + c \times b.$$

此外, 乘法与除法的运算性质在巧算中也起很大作用.

例 1 巧算下列各题:

- (1) 125×56 ; (2) 75×32 ;
(3) $72 \times 14 \times 125$; (4) $25 \times 36 \times 9$.

分析与解 (1) 题中 125 与 8 相乘为 1000, 而 56 可分解为 7×8 , 再利用交换律与结合律, 即可得到简便算法.

$$\begin{aligned} 125 \times 56 &= 125 \times (7 \times 8) = (125 \times 8) \times 7 \\ &= 1000 \times 7 = 7000. \end{aligned}$$

(2) 题中 75 可分解为 3×25 ; 32 可分解为 4×8 , 而 25 乘以 4 为 100, 因此先对 75, 32 进行分解, 再运用交换律、结合律, 可使求积运算简便.

$$\begin{aligned}75 \times 32 &= (3 \times 25) \times (4 \times 8) = (3 \times 8) \times (25 \times 4) \\&= 24 \times 100 = 2400.\end{aligned}$$

(3)题中 125 与 8 相乘为 1000,虽然式中没有乘数 8,但 72 可以分解成 8×9 ,因此可以得到以下简便算法.

$$\begin{aligned}72 \times 14 \times 125 &= (8 \times 9) \times 14 \times 125 = (8 \times 125) \times 14 \times 9 \\&= 1000 \times 126 = 126000.\end{aligned}$$

(4)题中,把 36 分解为 4×9 ,然后先求 4×25 的积,再乘以 9×9 ,运算就简便了.

$$\begin{aligned}25 \times 36 \times 9 &= 25 \times (4 \times 9) \times 9 = (25 \times 4) \times 9 \times 9 \\&= 100 \times 81 = 8100.\end{aligned}$$

例 2 用简便算法计算下列各题:

(1) $87 \times 64 + 36 \times 87$;

(2) $123 \times 37 + 42 \times 123 + 123 \times 21$;

(3) $5600 + 30 \times 80$;

(4) $125 \times (80 + 160)$.

分析与解 (1)题中,运用交换律与分配律,可简算为:

$$\begin{aligned}87 \times 64 + 36 \times 87 &= 87 \times (64 + 36) \\&= 87 \times 100 = 8700.\end{aligned}$$

(2)题中,可把乘法分配律推广到几个加数与一个数的乘积中,便可得到简便算法.

$$\begin{aligned}123 \times 37 + 42 \times 123 + 123 \times 21 \\&= 123 \times (37 + 42 + 21) \\&= 123 \times 100 = 12300.\end{aligned}$$

(3)题中,可把 5600 分解为 80×70 ,再利用分配律,可使计算简便.

$$\begin{aligned}5600 + 30 \times 80 &= 70 \times 80 + 30 \times 80 \\&= 80 \times (70 + 30) \\&= 80 \times 100 = 8000.\end{aligned}$$

此外,也可把 5600 分解为 56×100 ,令 $30 \times 80 = 24 \times 100$,再