

高等职业教育招生考试辅导系列用书

数 学

考试复习指导

闻达人 主编



高等教育出版社

高等职业教育招生考试辅导系列用书

数学考试复习指导

闻达人 主编

高等教育出版社

数学升学考试复习指导配套练习

内容提要

本书是为学生系统复习职业高中数学知识而编写的。全书由两部分组成:第一部分有十章,第二部分是活页试卷。每章开头有“知识网络”,然后按教学内容的顺序分为若干个节。每一节都有“原题赏析”、“考点分析”、“例题解析”、“题组训练”四个模块,每章后都有该章的“能力检测”,可用于自我评价。每套习题后附有该套练习题的答案、部分习题的提示。

本书可供各类中等职业学校的学生使用,也可供成人中专的师生参考。

图书在版编目(CIP)数据

数学考试复习指导/闻达人主编. —北京:高等教育出版社, 2005.8
ISBN 7-04-017721-8

I. 数... II. 闻... III. 数学课-专业学校-教学参考资料 IV. G634.603

中国版本图书馆CIP数据核字(2005)第094003号

策划编辑 薛春玲 责任编辑 董达英 封面设计 于涛 责任绘图 尹莉
版式设计 胡志萍 责任校对 朱惠芳 责任印制 韩刚

出版发行 高等教育出版社
社 址 北京市西城区德外大街4号
邮政编码 100011
总 机 010-58581000

购书热线 010-58581118
免费咨询 800-810-0598
网 址 <http://www.hep.edu.cn>
<http://www.hep.com.cn>

经 销 北京蓝色畅想图书发行有限公司
印 刷 廊坊市文峰档案文化用品有限公司

网上订购 <http://www.landradio.com>
<http://www.landradio.com.cn>

开 本 787×1092 1/16
印 张 18.75
字 数 450 000

版 次 2005年8月第1版
印 次 2005年8月第1次印刷
定 价 22.60元

本书如有缺页、倒页、脱页等质量问题,请到所购图书销售部门联系调换。

版权所有 侵权必究

物料号 17721-00

高等职业教育招生考试辅导系列用书编委会

主 编 俞建文

副主编 蔡慈明 陈芳惠

成 员 俞建文 蔡慈明 陈芳惠 陈云海 崔 瑾 闻达人
张国瑞 王羽军 郑富良 邬水龙 张伟彪 应必谦
顾淑群 陈 雁 童长耀 翁豪民

《数学考试复习指导》教材编写组

主 编 闻达人

编 者 丁三强 王文舜 王雨宁 仇文仲 邵依琴
张 骏 姚建平 徐慧敏

前 言

本书是为学生系统复习职业高中数学知识而编写的。主要目的是使学生通过本书更好地掌握教材的基本内容,巩固、消化已学的知识,系统把握教材的知识结构,促进数学知识的内化,提高学生分析问题和解决问题的能力,为学生顺利进入高校助一臂之力。

本书的编写力图体现以下几个特点:一是全面反映中等职业教育数学教学大纲的教学要求,紧扣高等职业学校入学考试大纲,注重复习考试的针对性、实用性;二是根据学生的思维特点和实际水平,安排“原题赏析”、“考点分析”、“例题解析”、“题组训练”四个模块,既强调学生对基础知识的掌握,又注重知识面的拓广与综合能力的培养。

全书由三部分组成:第一部分有十章,第二部分是专项知识课堂检测的测试题,第三部分是2006年高职入学考试模拟试卷。第一部分每章按教学内容的顺序分为若干个单元。全书每套习题后都附所有该套题目的答案及部分习题的提示。本书的编写得到了宁波市职教界广大同仁的大力支持,丁三强、王文舜、王雨宁、仇文仲、邵依琴、张骏、姚建平、徐慧敏等老师参与了各章的编写工作,在此表示衷心的感谢。

由于编者水平有限,选题和答案难免有不当之处,恳请使用本书的师生批评指正。

编 者

2005年4月

目 录

第 一 部 分

第一章 集合与逻辑	1	第二节 三角函数式的化简、求值与证明 ...	81
第一节 集合	1	第三节 三角函数的图像和性质	95
第二节 逻辑用语	6	第四节 与三角形有关的三角函数问题 ...	102
第一章能力检测	10	第六章能力检测	107
第二章 方程与不等式	14	第七章 立体几何	112
第一节 方程与不等式	14	第一节 直线与平面	112
第二章能力检测	21	第二节 多面体与旋转体	122
第三章 函数	25	第七章能力检测	130
第一节 函数的概念和性质	25	第八章 平面解析几何	136
第二节 一元二次函数及应用	31	第一节 直线	136
第三节 指数函数和对数函数	37	第二节 曲线与方程	146
第三章能力检测	43	第三节 圆的方程	150
第四章 数列	46	第四节 椭圆、双曲线、抛物线	157
第一节 数列	46	第八章能力检测	164
第二节 等差数列	49	第九章 排列组合与二项式定理	168
第三节 等比数列	54	第一节 排列组合	168
第四章能力检测	59	第二节 二项式定理	174
第五章 平面向量	64	第九章能力检测	178
第一节 基本概念及运算	64	第十章 概率与统计初步	182
第二节 向量的坐标运算	67	第一节 概率初步	182
第五章能力检测	73	第二节 随机变量	187
第六章 三角函数	76	第十章能力检测	190
第一节 三角函数及其有关概念	76	开放题解题策略	195

目 录

第二部分 专项知识课堂检测

第一章 集合与逻辑 测试题	1
第二章 方程与不等式 测试题	2
第三章 函数 测试题	4
第四章 数列 测试题	5
第五章 平面向量 测试题	7
第六章 三角函数 测试题	9
第七章 立体几何 测试题	10
第八章 平面解析几何 测试题	12
第九章 排列组合与二项式定理 测试题	14
第十章 概率与统计初步 测试题	15

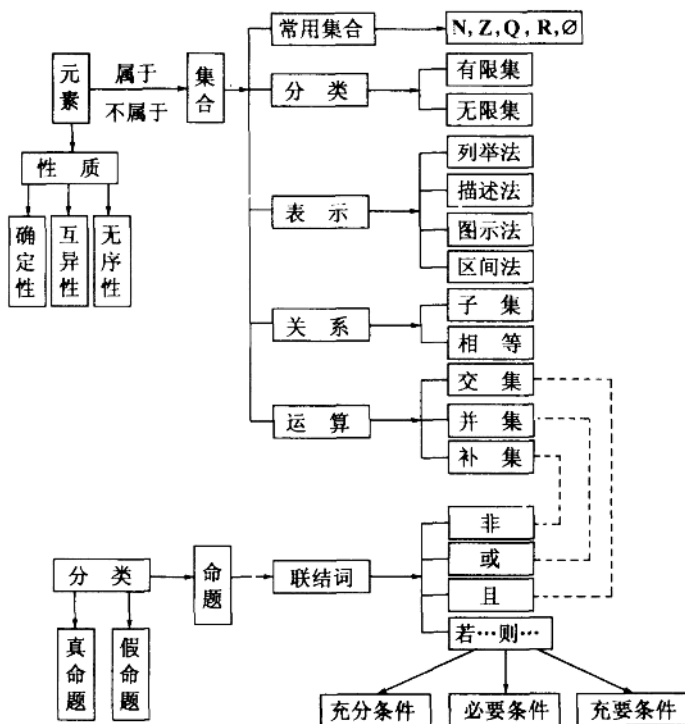
第三部分 2006 年高职入学考试模拟试卷

仿真模拟试卷一	18
仿真模拟试卷二	20
仿真模拟试卷三	23
仿真模拟试卷四	26
仿真模拟试卷五	29
仿真模拟试卷六	32
仿真模拟试卷七	35
仿真模拟试卷八	37
浙江省 2005 年高等职业技术教育招生考试 数学试卷	40

第一部分

第一章 集合与逻辑

知识网络



第一节 集合

一、原题赏析

最近五年浙江省高等职业技术教育招生考试有关“集合”的考题：

1. (2003 年第 1 题) 若集合 $P = \{1, 2, 3\}$, $S = \{2, 4, 6\}$, 则下列命题不正确的是……().

A. $2 \in P$ B. $P \cup S = \{1, 2, 3, 4, 6\}$ C. $P \cap S = \{2\}$ D. $\emptyset$ 不包含于 P

2. (2002 年第 1 题) 下列四个关系中, 正确的是 …………… ().

A. $\emptyset \in \{a\}$ B. $a \subset \{a\}$ C. $\{a\} \in \{a, b\}$ D. $a \in \{a, b\}$

点评 这两题考查了元素与集合之间的关系, 集合与集合之间的关系, 集合的交、并运算和空集的概念, 特别要注意“属于”和“包含于”区别. 参考答案: 1. D 2. D

3. (2001 年第 1 题) 集合 $M = \{-3, -1, 0, 1, 3\}$, $N = \{-1, 0, 1, 2\}$, 则 $M \cap N = \dots$ ().

A. M B. N C. $\{-1, 0, 1\}$ D. $\{-3, -1, 0, 1, 2, 3\}$

4. (2000 年第 1 题) 设全集 $U = \mathbf{R}$, 集合 $M = \{x | -1 \leq x \leq 10\}$, $N = \{x | x > 7 \text{ 或 } x < 1\}$, 则 $M \cap N$ 等于…………… ().

A. $(7, 10]$ B. $[-1, 1) \cup (7, 10]$ C. $[-1, 1]$ D. $(1, 10]$

点评 这两题是集合的运算, 是两类典型的集合运算, 分别是用列举法表示的有限集和用区间法表示的无限集. 参考答案: 3. C 4. B

5. (2004 年第 22 题) 若集合 $A = \{a, b, c\}$, 试写出集合 A 的所有子集.

点评 2004 年考到了子集的概念, 写出所有子集时要注意到空集和集合本身, 还应注意子集与真子集的区别. 参考答案: 集合 A 的所有子集是 $\emptyset, \{a\}, \{b\}, \{c\}, \{a, b\}, \{a, c\}, \{b, c\}, \{a, b, c\}$.

二、 考点分析

《浙江省 2005 年高等职业技术教育招生数学考试大纲》对“集合”的要求是:

1. 了解集合的意义及其表示方法.

2. 了解空集、全集、子集、交集、并集、补集的概念及表示方法, 了解符号 $\subseteq, \subset, =, \in, \notin$ 的含义, 并能运用这些符号表示集合与集合、元素与集合的关系, 会求一个非空集合的子集.

3. 掌握集合的交、并、补运算.

在学习集合知识时, 要注意充分运用文氏图来揭示集合与集合、元素与集合的关系.

三、 例题解析

例 1 下列结论正确的是…………… ().

A. $\mathbf{N} \subseteq \mathbf{Z} \subseteq \mathbf{R} \subseteq \mathbf{Q}$ B. $\mathbf{N} \subseteq \mathbf{Z} \subseteq \mathbf{Q} \subseteq \mathbf{R}$ C. $\mathbf{Z} \subseteq \mathbf{N} \subseteq \mathbf{Q} \subseteq \mathbf{R}$ D. $\mathbf{Q} \subseteq \mathbf{N} \subseteq \mathbf{Z} \subseteq \mathbf{R}$

解 $\mathbf{N}, \mathbf{Z}, \mathbf{Q}$ 和 $\mathbf{R}$ 分别表示自然数集、整数集、有理数集和实数集. 选 B.

例 2 设集合 $A = \{(x, y) | x + y = 3\}$, 下列说法正确的是…………… ().

A. $\{(1, 2)\} = A$ B. $(1, 2) \subseteq A$ C. $\{(1, 2)\} \in A$ D. $(1, 2) \in A$

解 集合中代表性元素 (x, y) 是点的坐标, 集合 A 是一个点集. 选 D.

例 3 用适当的符号填空:

$0 \underline{\hspace{1cm}} \{0\}$, $0 \underline{\hspace{1cm}} \emptyset$, $\{0\} \underline{\hspace{1cm}} \emptyset$, $\emptyset \underline{\hspace{1cm}} \mathbf{R}$, $\{a\} \underline{\hspace{1cm}} \{a, b\}$, $a \underline{\hspace{1cm}} \{a, b\}$,
 $\{3\} \underline{\hspace{1cm}} \{x | x^2 - 1 > 0\}$, $\{2, -2\} \underline{\hspace{1cm}} \{x | x^2 - 4 = 0\}$, $\mathbf{N} \underline{\hspace{1cm}} \mathbf{Q}$, $\mathbf{R} \underline{\hspace{1cm}} \mathbf{Z}$.

解 $\in, \notin, \supseteq, \subset, \supset, \subseteq, \in, \supseteq, =, \neq, \varnothing$.

例 4 已知全集 $U = \{0, 1, 3 - x^2\}$, $A = \{0, x^2 + x - 1\}$, 且 $\complement_U A = \{-1\}$, 求 x 的值.

解 由题意知: $-1 \in U$, 则 $3 - x^2 = -1$, 解得 $x = \pm 2$, 取 $x = 2$ 时, $x^2 + x - 1 = 5 \notin U$, 取 $x = -2$ 时, 符合题意, 因此 $x = -2$.

例 5 设集合 $A = \{x \mid |x - 1| \geq 2\}$, $B = \{x \mid ax - 1 \geq 0\}$, a 取何值时 $B \subseteq A$?

解 解不等式 $|x - 1| \geq 2$ 得

$$x \leq -1 \text{ 或 } x \geq 3,$$

则 $A = (-\infty, -1] \cup [3, +\infty)$.

对于集合 B :

① 当 $a > 0$ 时,

$$x \geq \frac{1}{a}.$$

为使 $B \subseteq A$, 必须 $\frac{1}{a} \geq 3$, 得 $a \leq \frac{1}{3}$. 因此, $0 < a \leq \frac{1}{3}$.

② 当 $a = 0$ 时, $B = \emptyset$, 符合 $B \subseteq A$.

③ 当 $a < 0$ 时, 由 $ax - 1 \geq 0$ 得

$$x \leq \frac{1}{a}.$$

为使 $B \subseteq A$, 必须 $\frac{1}{a} \leq -1$, 得 $a \geq -1$. 因此, $-1 \leq a < 0$.

综上所述, $a \in \left[-1, \frac{1}{3}\right]$ 时, $B \subseteq A$.

点评 解决此类问题时, 应把集合在数轴上直观地表示出来, 以便求解.

四、 题组训练

(一) 选择题

- 下列不能构成集合的是 ().
A. 大于 0 的数 B. 小于 0 的数 C. 无理数 D. 接近于 0 的数
- 集合 $\{a, b, c\}$ 的真子集个数是 ().
A. 6 个 B. 7 个 C. 8 个 D. 9 个
- 设全集 $U = \{0, 1, 2, 3, 4\}$, $A = \{0, 1, 2, 3\}$, $B = \{2, 3, 4\}$, 则 $(\complement_U B) \cup A$ 是 ().
A. $\{0\}$ B. $\{0, 1, 2, 3, 4\}$ C. $\{0, 1, 2, 3\}$ D. $\{0, 1\}$
- 数集 $A = \{1, 2, x\}$, $B = \{1, x^2\}$, 且 $A \cup B = A$, 则满足条件的实数 x 有 ().
A. 1 个 B. 2 个 C. 3 个 D. 4 个
- 集合 $\{x \in \mathbf{N} \mid -2 < x < 3\}$ 用列举法表示为 ().
A. $\{0, 1, 2\}$ B. $\{1, 2\}$ C. $\{-1, 0, 1, 2\}$ D. $\{-1, 1, 2\}$
- 集合 $\{(x, y) \mid xy = 0, x, y \in \mathbf{R}\}$ 表示 ().
A. $\{0\}$ B. 坐标轴上的点 C. 坐标原点 D. $\{(0, 0)\}$
- 设集合 $A = \{x \mid x \leq 3\sqrt{2}\}$, $a = 2\sqrt{3}$, 则 ().

- A. $a \notin A$ B. $\{a\} \subseteq A$ C. $\{a\} \in A$ D. $a \subseteq A$

8. 集合 $\{0\}$ 与 $\emptyset$ 的关系是 ().

- A. $\{0\} = \emptyset$ B. $\{0\} \in \emptyset$ C. $\emptyset \in \{0\}$ D. $\emptyset \subseteq \{0\}$

9. 设集合 $M = \{(x, y) | x + y = 3\}$, $N = \{(x, y) | x - y = 1\}$, 则 $M \cap N$ 是 ().

- A. $(2, 1)$ B. $\{2, 1\}$ C. $\{(2, 1)\}$ D. $(\{2, 1\})$

10. 已知 $x \in \{1, 2, x^2\}$, 则 ().

- A. $x = 0$ 或 $x = 2$ B. $x = 1$ 或 $x = 2$ C. $x = 0$ 或 $x = 1$ D. $x = 1$

11. 已知全集 $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$, $A = \{3, 4, 5\}$, $B = \{1, 3, 6\}$, 那么集合 $\{2, 7, 8\}$ 是

..... ().

- A. $A \cup B$ B. $A \cap B$ C. $(\complement_U A) \cup (\complement_U B)$ D. $(\complement_U A) \cap (\complement_U B)$

12. 已知集合 $A = \{1, 2\}$, $B = \{x | x \subseteq A\}$, 则 A 与 B 的关系是 ().

- A. $A \in B$ B. $A \subseteq B$ C. $B \subseteq A$ D. $A = B$

(二) 填空题

13. -2 _____ $\mathbf{N}$, -2 _____ $\mathbf{Z}$, -2 _____ $\mathbf{Q}$, -2 _____ $\mathbf{R}$.

14. 0 _____ $\mathbf{R}^+$, 0 _____ $\mathbf{N}$, 0 _____ $\mathbf{R}_+$, 0 _____ $\mathbf{Z}$.

15. $\mathbf{N}$ _____ $\mathbf{Z}$, $\mathbf{Z}^+$ _____ $\mathbf{N}$, $\mathbf{R}$ _____ $\mathbf{Q}$, $\mathbf{R}^+$ _____ $\mathbf{R}^*$.

16. $\{2\}$ _____ $\{1, 2\}$, 2 _____ $\{1, 2\}$, $\emptyset$ _____ $\{1, 2\}$, $\{1, 2\}$ _____ $\{2, 1\}$.

17. $A \cup \emptyset =$ _____, $A \cap \emptyset =$ _____, $A \cup \complement_U A =$ _____, $A \cap \complement_U A =$ _____.

18. $\{1, -1\}$ _____ $\{x | x^2 = 1\}$, $\{n | n = 4m, \text{且 } m \in \mathbf{Z}\}$ _____ $\{n | n = 2m, \text{且 } m \in \mathbf{Z}\}$.

19. $\{x | x^2 + 1 = 0\}$ _____ $\emptyset$, $\{x | x \geq 1\}$ _____ $\{x | x \geq 0\}$.

20. 设 $A = \{1, 2, 3\}$, $B = \{1, 3, 5\}$, 则 $A \cap B =$ _____, $A \cup B =$ _____.

21. 全集 $U = \mathbf{R}$, $A = \{x | x < 0\}$, 则 $\complement_U A =$ _____.

22. $|A \cup B| = |A| + |B| -$ _____.

23. 若 $A \subseteq B$, 则 $A \cap B =$ _____, $A \cup B =$ _____.

24. 如果 $A = \{2, 3\}$, $B = \{1, 5\}$, 全集 $U = \{1, 2, 3, 5\}$,

那么 $A \cap B =$ _____, $A \cup B =$ _____, $\complement_U A =$ _____, $(\complement_U A) \cap (\complement_U B)$

$=$ _____.

25. 全集 $U = \mathbf{N}$, $A = \{x \in \mathbf{N} | x > 4\}$, 则 $\complement_U A =$ _____, $|\complement_U A| =$ _____.

26. 设集合 $A = \{x | x = 2k, k \in \mathbf{Z}\}$, $B = \{y | y = 3k, k \in \mathbf{Z}\}$, 则 $A \cap B$

$=$ _____.

27. 设 $A = \{(x, y) | y = (x + 1)^2\}$, $B = \{(x, y) | y = (x - 1)^2\}$, 则 $A \cap B =$ _____.

28. 设 $A = \{y | y = x^2\}$, $B = \{y | y = x^2 - 1\}$, 则 $A \cap B =$ _____.

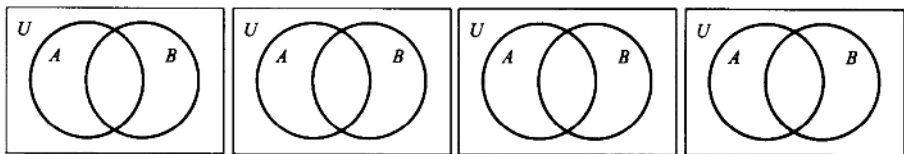
29. 数集 $\{2a, a^2 - a\}$ 中实数 a 的取值为 _____.

30. 若集合 $A = \{x \in \mathbf{N} | x \leq 2\}$, $B = \{x \in \mathbf{N} | x \geq 1\}$, 则 $A \cap B =$ _____, $A \cup B$

$=$ _____.

31. 若集合 $A = \{x | x \leq 2\}$, $B = \{x | x \geq 1\}$, 则 $A \cap B =$ _____, $A \cup B =$ _____.

32. 在下图中用斜纹表示集合: $A \cap \complement_U B$, $\complement_U A \cap \complement_U B$, $\complement_U (A \cap B)$, $(A \cap B) \cup \complement_U (A \cup B)$.



(三) 解答题

33. 设全集 $U = \{1, 2, 3, \dots, 10\}$, $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$, $B = \{2, 4, 6, 8, 10\}$, 求 $B \cap \complement_U A$.

34. 设全集 $U = \{x | 0 \leq x \leq 10\}$, $A = \{x | 0 \leq x < 5\}$, $B = \{x | 5 < x \leq 10\}$, 求: $\complement_U A$, $A \cap B$, $\complement_U (A \cup B)$.

35. 设全集 $U = \{2, 4, a^2 - 5a\}$, $P = \{a - 2, 2\}$, $\complement_U P = \{6\}$, 求 a 的值.

36. 已知集合 $A = \{x | -1 < x < 1\}$, $B = \{x | x - a < 0\}$, 当 a 取何值时 $A \subseteq B$?

37. 设 $A = \{(x, y) | 4x + y = 6\}$, $B = \{(x, y) | 3x + 2y = 7\}$, 求 $A \cap B$.

38. 设全集 $U = \{x | 0 < x < 10\}$, $A = \{x | 0 < x \leq 5\}$, $B = \{x | 5 \leq x < 10\}$, 求 $\complement_U A$, $\complement_U B$, $A \cap B$, $\complement_U (A \cup B)$.

39. 设全集 $U = \{x | x \leq 10, \text{且 } x \in \mathbf{N}^*\}$, $A = \{1, 4, 5, 9\}$, $B = \{4, 6, 7, 8, 10\}$, 求 $(\complement_U A) \cap (\complement_U B)$.

40. 已知: $A = \{x | |x - a| < 1\}$, $B = \{x | x^2 - 5x + 6 \geq 0\}$, 且 $A \cup B = \mathbf{R}$, 求 a 的范围.

41. 已知集合 $A = \{x | |x - 1| < a, a > 0\}$, $B = \{x | |x - 3| > 4\}$, 且 $A \cap B = \emptyset$, 求 a 的取值范围.

42. 若集合 $A = \{a, b, c\}$, 试写出集合 A 的所有真子集.

43. 已知集合 $A = \{1, 2\}$, $B = \{3, x^2\}$, 且 $A \cap B \neq \emptyset$, 求实数 x .

44. 已知集合 $A = \{0, 1, x\}$, $B = \{x+1, x-1\}$, 且 $A \cap B = \{1\}$, 求实数 x .

45. 设全集 $U = \mathbf{R}$, $A = \{x | x - a > 0\}$, $B = \{x | 0 < x - 2 < 3\}$, 当 $A \cap B = \emptyset$ 时, 求 a 的取值范围.

46. 已知全集 $U = \{x | x \in \mathbf{N}, \text{ 且 } x \leq 10\}$, 且 $(\complement_U B) \cap A = \{1, 3\}$, $(\complement_U A) \cap B = \{4, 6, 8\}$, $(\complement_U A) \cap (\complement_U B) = \{5, 7, 9\}$, 求 A, B .

47. 学校举办艺术节, 某班级选派 20 人参加书画比赛, 其中参加书法比赛的有 12 人, 参加绘画比赛的有 13 人, 那么, 两项都参加的有几人?

题组训练参考答案

1. D 2. B 3. C 4. C 5. A 6. B 7. B 8. D 9. C 10. A 11. D 12. A
13. $\notin, \in, \in, \in$ 14. $\notin, \in, \in, \in$ 15. $\supsetneq, \supsetneq, \supsetneq, \supsetneq$ 16. $\supsetneq, \in, \supsetneq, =$ 17. $A, \emptyset, U, \emptyset$
18. $=, \supsetneq$ 19. $\supsetneq, \supsetneq$ 20. $\{1, 3\}, \{1, 2, 3, 5\}$ 21. $\{x | x \geq 0\}$ 22. $|A \cap B|$ 23. A, B
24. $\emptyset, \{1, 2, 3, 5\}, B, \emptyset$ 25. $\{0, 1, 2, 3, 4\}, 5$ 26. $\{x | x = 6k, k \in \mathbf{Z}\}$ 27. $\{(0, 1)\}$
28. $\mathbf{R}^+$ 29. $a \neq 0$, 且 $a \neq 3$ 30. $\{1, 2\}, \mathbf{N}$ 31. $\{x | 1 \leq x \leq 2\}, \mathbf{R}$ 32. 略
33. $\{6, 8, 10\}$ 34. $\{x | 5 \leq x \leq 10\}, \emptyset, \{5\}$ 35. $a = 6$ 36. $a \geq 1$ 37. $\{(1, 2)\}$
38. $\{x | 5 < x < 10\}, \{x | 0 < x < 5\}, \{5\}, \emptyset$ 39. $\{2, 3\}$ 40. $\{a | 2 \leq a \leq 3\}$ 41. $\{a | a \leq 2\}$
42. $\emptyset, \{a\}, \{b\}, \{c\}, \{a, b\}, \{a, c\}, \{b, c\}$ 43. ± 1 或 $\pm\sqrt{2}$ 44. 2 45. $a \geq 5$
46. $\{0, 1, 2, 3, 10\}, \{0, 2, 4, 6, 8, 10\}$ 47. 5

第二节 逻辑用语

一、原题赏析

1. (2004 年第 9 题) “ $x = y$ ” 是 “ $\sin x = \sin y$ ” 的 ().

- A. 充分但非必要条件 B. 必要但非充分条件
C. 充分且必要条件 D. 既不充分也不必要条件
2. (2003 年第 2 题) “ $x^2 + y^2 = 0$ ” 是 “ $xy = 0$ ” 的 ().
A. 充要条件 B. 充分但不必要条件
C. 必要但不充分条件 D. 既不充分又不必要条件
3. (2002 年第 4 题) 已知 a, b 是空间的两条直线, 那么 “ $a \perp b$ ” 是 “ a, b 相交” 的 ... ().
A. 充分非必要条件 B. 必要非充分条件
C. 充要条件 D. 既非充分又非必要条件
4. (2001 年第 4 题) “ $a^2 + b^2 = 0$ ” 是 “ $a + b = 0$ ” 的 ().
A. 充分但非必要条件 B. 必要但非充分条件
C. 充要条件 D. 既非充分又非必要条件
5. (2000 年第 5 题) “ $b = 0$ ” 是 “直线 $y = kx + b$ 过原点” 的 ().
A. 充分但非必要条件 B. 必要但非充分条件
C. 充要条件 D. 既非充分又非必要条件

点评 本节的考试热点是充分条件、必要条件、充要条件的判断, 关键是要正确地确定推出关系. 参考答案: 1. A 2. B 3. D 4. A 5. C

考试热点:

充分条件、必要条件、充要条件. 如:

1. $x \in \mathbf{Z}$ 是 $x \in \mathbf{R}$ 的 ().
A. 充分但非必要条件 B. 必要但非充分条件
C. 充要条件 D. 既不充分也不必要条件
2. 点在曲线上是点的坐标满足方程的 ().
A. 充分但非必要条件 B. 必要但非充分条件
C. 充要条件 D. 既不充分又不必要条件

二、考点分析

《浙江省 2005 年高等职业技术教育招生数学考试大纲》对 “逻辑用语” 的要求是:

1. 了解命题的概念.
2. 理解充分条件、必要条件、充要条件的意义.

三、例题解析

- 例 1 对于实数 a, b , $a^2 + b^2 = 0$ 是 $ab = 0$ 的 ().
A. 充分但非必要条件 B. 必要但非充分条件
C. 充要条件 D. 既不充分又不必要条件

解 由于当 $a^2 + b^2 = 0$ 时, $a = b = 0$, 则 $ab = 0$ 成立, 即 $a^2 + b^2 = 0 \rightarrow ab = 0$ 为真, 而 $ab = 0$ 时 $a^2 + b^2 = 0$ 不一定成立, 因此 $a^2 + b^2 = 0$ 是 $ab = 0$ 的充分条件, 但不是必要条件. 选 A.

- 例 2 集合 $A \subseteq B$ 是 $A \cap B = A$ 的 ().
A. 充分但非必要条件 B. 必要但非充分条件

C. 充要条件

D. 既不充分又不必要条件

解 由于集合 $A \subseteq B$, 则 $A \cap B = A$; 又由集合 $A \cap B = A$ 可知 $A \subseteq B$. 因此 $A \subseteq B \rightarrow A \cap B = A$ 为真, $A \cap B = A \rightarrow A \subseteq B$ 也为真. 所以集合 $A \subseteq B$ 是 $A \cap B = A$ 的充要条件. 选 C.

例 3 用充分条件、必要条件、充要条件或既不充分又不必要条件填空:

(1) $a = 1$ 是 $a^2 = 1$ 的 _____;

(2) $x > 0$ 是 $x > 1$ 的 _____;

(3) $x \in \mathbf{N}$ 是 $x \in \mathbf{R}$ 的 _____;

(4) α 为第一象限角是 α 为锐角的 _____;

(5) $k > 0$ 是一次函数 $y = kx + b$ 为增函数的 _____;

(6) $A = B = 1$ 是方程 $Ax^2 + By^2 + C = 0$ 所表示的曲线为圆的 _____.

解 (1) 充分条件; (2) 必要条件; (3) 充分条件; (4) 必要条件; (5) 充要条件; (6) 既不充分又不必要条件.

点评 判断是否充分条件和必要条件, 只要按照定义, 判断复合命题 $p \rightarrow q$ 是否为真命题, 再判断复合命题 $q \rightarrow p$ 是否为真命题.

四、 题组训练

(一) 选择题

1. 有下列语句中, 是命题的是 _____ ().

① 有理数和无理数 ② $x + 1 < 0$ ③ $\lg 1 = 0$ ④ 向量的数量积

A. ①④ B. ②③ C. ② D. ③

2. 下列四个命题是假命题的是 _____ ().

A. 如果 $5 < 4$, 那么 $5 \geq 4$ B. $5 > 4$ 或 $5 \leq 4$ C. $5 \geq 4$ D. $5 > 4$ 且 $5 \leq 4$

3. 下列命题中, 真命题有 _____ ().

① $(x-1)(x-2) = 0$ 当且仅当 $x = 1$ 或 $x = 2$ ② 15 能被 5 或 7 整除
③ $3 > 4$ 或 $5 < 4$ ④ 如果 $A \cap B = \emptyset$, 那么 $A = \emptyset$ 或 $B = \emptyset$

A. 1 个 B. 2 个 C. 3 个 D. 4 个

4. 四边形两条对角线互相垂直是四边形为正方形的什么条件 _____ ().

A. 充分但非必要条件 B. 必要但非充分条件
C. 充要条件 D. 既不充分又不必要条件

5. 下列四个命题中真值为真的命题是 _____ ().

A. $a = 2$ 是 $|a| = 2$ 的充分条件 B. $a = 2$ 是 $|a| = 2$ 的必要条件
C. $|a| = 2$ 当且仅当 $a = 2$ D. $|a| = 2$ 的充分必要条件是 $a = 2$

6. 若 A, B 是两个集合, 则下列命题中是真命题的是 _____ ().

A. 如果 $A \subseteq B$, 那么 $A \cap B = B$ B. 如果 $A \cap B = B$, 那么 $A \subseteq B$
C. 如果 $A \cup B = B$, 那么 $A \subseteq B$ D. 如果 $A \subseteq B$, 那么 $A \cup B = A$

7. 命题 p 与命题 $\neg p$ 中 _____ ().

A. 都是真命题 B. 都是假命题
C. 一个是真命题, 一个是假命题 D. 只有 $\neg p$ 是假命题

8. “ x 不大于 y ”是指..... ().
 A. $x \neq y$ B. $x < y$ 且 $x = y$ C. $x < y$ D. $x < y$ 或 $x = y$
9. 命题“若内错角相等,则两直线平行”的否命题是 ().
 A. 若两直线平行,则内错角相等 B. 若两直线不平行,则内错角不相等
 C. 若内错角不相等,则两直线不平行 D. 若内错角不相等,则两直线平行
10. $|x| = 1$ 是 $x = 1$ 的 ().
 A. 充分但非必要条件 B. 必要但非充分条件
 C. 充要条件 D. 既非充分又非必要条件
11. 设 $a, b \in \mathbf{R}$, 则不等式 $a > b$ 与 $\frac{1}{a} > \frac{1}{b}$ 都成立的充要条件是 ().
 A. $ab > 0$ B. $a > 0$ 且 $b > 0$ C. $ab \neq 0$ D. $ab < 0$
12. $x > 2$ 是 $x > 1$ 的 ().
 A. 充分但非必要条件 B. 必要但非充分条件
 C. 充要条件 D. 既非充分又非必要条件
13. $m > 0$ 且 $n > 0$ 是 $mn > 0$ 的 ().
 A. 充分但非必要条件 B. 必要但非充分条件
 C. 充要条件 D. 既非充分又非必要条件
14. $x^2 = y^2$ 是 $|x| = |y|$ 的 ().
 A. 充分但非必要条件 B. 必要但非充分条件
 C. 充要条件 D. 既非充分又非必要条件
15. “ α 是锐角”是“ α 是第一象限角”的 ().
 A. 充分但非必要条件 B. 必要但非充分条件
 C. 充要条件 D. 既非充分又非必要条件
16. $AB < 0$ 是方程 $Ax^2 + By^2 + Dx + Ey + F = 0$ 表示双曲线的 ().
 A. 充分但非必要条件 B. 必要但非充分条件
 C. 充要条件 D. 既不充分又不必要条件
17. $y^2 = xz$ 是 x, y, z 成等比数列是的 ().
 A. 充分但非必要条件 B. 必要但非充分条件
 C. 充要条件 D. 既不充分又不必要条件

(二) 填空题

18. 用充分条件、必要条件或充要条件填空:

- (1) $a = 0$ 是 $ab = 0$ 的 _____; (2) $x > 0$ 是 $x > 1$ 的 _____;
 (3) x 为自然数是 x 为整数的 _____; (4) $x \in A$ 是 $x \in A \cap B$ 的 _____;
 (5) $a = 5$ 是 $|a| = 5$ 的 _____; (6) A 是 B 的子集为 A 是 B 的真子集的 _____;
 (7) $x^2 - 25 = 0$ 是 $x = 5$ 或 $x = -5$ 的 _____;
 (8) $x, y \in \mathbf{R}$, 则 $x^2 + y^2 = 0$ 是 $x = 0$ 且 $y = 0$ 的 _____.

19. 命题“内错角相等,则两直线平行”的否命题是 _____,
 逆命题是 _____.