



中等职业学校学生用书

数学·基础版

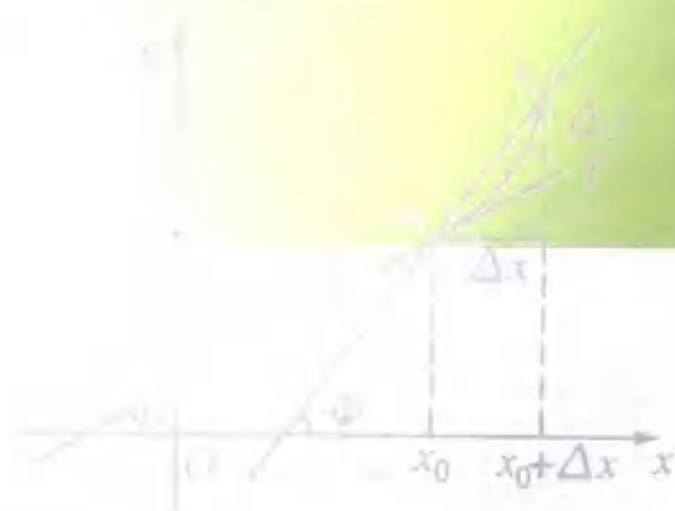
第四册

练习册

(修订本)

主编 乔家瑞

4



语文出版社

<http://www.ywchs.com>

中等职业学校学生用书

数学·基础版

练习册

第四册
(修订本)

主编 乔家瑞

语文出版社

中等职业学校学生用书

数学·基础版

第四册

(修订本)

练习册

主编 乔家瑞

*

语文出版社出版

100010 北京朝阳门内大街51号

E-mail: vwp@ywbs.com

新华书店经销 北京市联华印刷厂印刷

*

787毫米×1092毫米 16开本 3.25印张 83千字

2005年11月第2版 2006年3月第5次印刷

定价: 3.90元

ISBN 7-80184-015-1/G·013

本书如有缺页、倒页、脱页,请寄本社发行部调换。

目 录

第一章	概率与统计	(1)
第二章	极限	(6)
第三章	导数与微分	(12)
第四章	积分	(21)
第五章	无穷级数	(29)
第六章	简单的微分方程	(32)
第七章	线性代数初步	(36)

第一章 概率与统计

练习 1.1 (离散型随机变量的分布列)

1. 选择题:

(1) 投掷均匀硬币一次, 随机变量为 ();

- A. 掷硬币的次数
- B. 出现正面或反面的次数
- C. 出现正反面次数之和
- D. 出现正面的次数

(2) 从放有 5 个红球和 3 个黄球的袋子里, 同时取出 2 个球, 则其中所含红球个数的分布列为 ();

A.	ξ	0	1	2
	P	$\frac{3}{28}$	$\frac{15}{28}$	$\frac{5}{14}$
B.	ξ	0	1	2
	P	$\frac{3}{14}$	$\frac{5}{14}$	$\frac{2}{7}$
C.	ξ	0	1	2
	P	$\frac{1}{7}$	$\frac{4}{7}$	$\frac{2}{7}$
D.	ξ	0	1	2
	P	$\frac{5}{28}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{9}{28}$

(3) 随机变量 ξ 所有可能值的集合为 $\{-2, 0, 2, 4\}$, 且 $P(\xi = -2) = \frac{1}{5}$, $P(\xi = 0) = \frac{1}{6}$, $P(\xi = 2) = \frac{1}{4}$, 则 $P(\xi = 4) = ()$.

- A. 0
- B. $\frac{5}{12}$
- C. $\frac{37}{60}$
- D. $\frac{23}{60}$

2. 填空题:

(1) 20 件电子元件中有 2 件次品, 从中任取 1 件, 则取到次品数 ξ 的分布列为 _____;

(2) 某射手射击所得环数 ξ 的分布列如下:

ξ	2	3	4	5	6	7	8	9	10
P	0.02	0.03	0.08	0.07	0.19	0.21	0.10	0.18	0.12

则此射手“射击一次命中环数 $\xi \geq 6$ 的概率为 _____, 射击一次命中环数 $7 \leq \xi \leq 9$ 的概率为 _____;

(3) 现有 10 张人民币, 其中 8 张为 2 元, 2 张为 5 元, 从中任取 3 张, 则所得金额 ξ 的分布列为 _____.

3. 解答题:

(1) 一口袋中有 6 个乒乓球, 编号为 1, 2, 3, 4, 5, 6. 现从中随机取出 3 个球, 以 ξ 表示取出球的最大号码, 求 ξ 的分布列.

(2) 设随机变量 ξ_1, ξ_2 , 且 $\xi_1 \sim B(2, p)$, $\xi_2 \sim B(3, p)$, 若 $P(\xi_1 \geq 1) = \frac{16}{25}$, 求 $P(\xi_2 \geq 1)$.

(3) 已知随机变量 $\xi \sim B(5, 0.8)$, 求 $P(\xi \geq 1)$.

练习 1.2 (离散型随机变量的期望与方差)

1. 选择题:

(1) 某射手在相同条件下, 其命中环数为随机变量 ξ , 它的分布列为

ξ	10	9	8	7	6	5
P	0.5	0.2	0.1	0.1	0.05	0.05

则命中环数 ξ 的期望为 ();

- A. 8.8 B. 8.85
C. 8.9 D. 8.95

(2) 已知随机变量的分布列为

ξ	1	2	3
P	0.3	0.1	0.6

则 $D\xi = ()$;

- A. 0.62 B. 0.74
C. 0.81 D. 0.85

(3) 如果随机变量 $\xi \sim B\left(4, \frac{1}{3}\right)$, 则

$E(6\xi + 3) = ()$.

- A. 11 B. 9
C. 7 D. 4

2. 填空题:

(1) 已知 ξ 的分布列为

ξ	2	-1	0
P	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{6}$

则 $E\xi = \underline{\hspace{1cm}}$, $D\xi = \underline{\hspace{1cm}}$, $\sigma\xi = \underline{\hspace{1cm}}$;

(2) 甲、乙二人对同一目标各射击一次, 甲命中的概率为 $\frac{3}{5}$, 乙命中的概率为 $\frac{5}{6}$, 如果命中目标的人数为 ξ , 则 $E\xi = \underline{\hspace{1cm}}$;

(3) 甲、乙两工人, 在同样条件下, 每天的产量相等, 而两人出现次品个数的分布列如下:

$\xi_{\text{甲}}$	0	1	2	3
P	0.3	0.3	0.2	0.2

$\xi_{\text{乙}}$	0	1	2
P	0.1	0.5	0.4

则甲、乙二人中技术较稳定的是 .

3. 某篮球运动员投篮命中率 $P = 0.7$.

(1) 求该运动员一次投篮时, 命中次数 ξ 的期望与方差;

(2) 求重复 10 次投篮时, 命中次数 η 的期望与方差.

练习 1.3 (统计 (一))

1. 选择题:

(1) 一个容量为 n 的样本, 分成若干组后, 已知某数的频数为 60, 频率为 0.375, 则 $n =$ ();

- A. 150 B. 160
C. 170 D. 180

(2) 一个容量为 50 的样本数据, 分组后, 组距与各组的频数如下:

- (0, 5], 6 个; (5, 10], 4 个;
(10, 15], 3 个; (15, 20], 7 个;
(20, 25], 5 个; (25, 30], 6 个;
(30, 35], 2 个; (35, 40], 5 个;
(40, 45], 4 个; (45, 50], 8 个.

则样本在区间(15, 30]上的频率为 ();

- A. 12% B. 26%
C. 36% D. 42%

(3) 某校高一年级有学生 400 人, 高二年级有学生 302 人, 高三年级有学生 250 人, 现从所有学生中抽取一个容量为 190 的样本, 则按年级分层抽样, 每年级分别抽取人数为 ().

- A. 80 人, 55 人, 55 人
B. 75 人, 60 人, 55 人
C. 75 人, 65 人, 50 人
D. 80 人, 60 人, 50 人

2. 填空题:

(1) 采用系统抽样法, 从 151 人中抽取一个容量为 15 的样本, 则每个人被抽取到的概率为 _____;

(2) 在 180 个乒乓球中, 有一级品 36 个, 二级品 54 个, 三级品 90 个, 从中抽取容量为 30 的一个样本.

若采取简单随机抽样 (抽签法), 则每个个体被抽到的概率为 _____,

若采取系统抽样, 将 180 个乒乓球分成 30 组, 每组 6 个, 从每组中取 1 个, 则每个个体被抽到的概率为 _____,

若采取分层抽样, 一、二、三级品个数之比为 2:3:5, 则分别从一、二、三级品中抽取乒乓球 _____ 个, 每个个体被抽到的概率为 _____;

(3) 一个容量为 n 的样本分成若干组, 已知某组的频数和频率分别为 80 和 0.25, 则 $n =$ _____.

3. 某养猪场 400 头猪的质量频率分布表如下 (单位: 千克):

组 别	频 数	频 率
(45.5, 50.5]	40	
(50.5, 55.5]	80	
(55.5, 60.5]	160	
(60.5, 65.5]	80	
(65.5, 70.5]	30	
(70.5, 75.5]	10	
总 计	400	

(1) 计算各组频率, 填在频率分布表中;

(2) 绘制频率分布直方图;

(3) 从中任选一头猪, 质量在 65.5 千克以上的概率是多少?

练习 1.4 (统计 (二))

1. 选择题:

(1) 样本 2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16, 18, 20 的方差等于 ();

A. 33 B. $\frac{33}{2}$ C. $\frac{33}{4}$ D. $\frac{33}{8}$

(2) 在频率分布直方图与总体密度曲线的关系中, 正确的说法是 ();

A. 频率分布直方图与总体密度曲线无关

B. 频率分布直方图就是总体密度曲线

C. 当样本容量很大时, 频率分布直方图就是总体密度曲线

D. 当样本容量无限增大时, 分组的组距无限缩小, 那么频率分布直方图就会无限接近一条光滑曲线——总体密度曲线

(3) 设 $\xi \sim N(0, 1)$, 给出下述三个等式:

① $P(0.02 < \xi < 2.33) = 0.4821$;

② $P(-1.85 < \xi < 0.04) = 0.4838$;

③ $P(-2.80 < \xi < -1.21) = 0.1105$,

其中正确的个数是 ().

A. 0 个 B. 1 个 C. 2 个 D. 3 个

2. 填空题:

(1) 设 $\xi \sim N(0, 1)$, 则 $P(\xi \leq 1) =$ _____, $P(1 < \xi \leq 2) =$ _____, $P(|\xi| < 1) =$ _____;

(2) 设 $\xi \sim N(90, 0.5)$, 则 $P(\xi < 89) =$ _____;

(3) 设 $\xi \sim N(\mu, \sigma^2)$, 且 $P(\xi \leq C) = P(\xi > C)$, 则 $C =$ _____.

3. 设随机变量 ξ 的概率密度函数为

$$f(x) = \begin{cases} x & (0 \leq x \leq 2), \\ 4-x & (2 < x \leq 4), \\ 0 & (\text{其他}). \end{cases}$$

(1) 画出 ξ 的概率密度曲线;

(2) 求落在区间 (1, 3) 内取值的概率.

测试题一

1. 选择题:

(1) 已知随机变量的分布列为

ξ	1	2	3
P	0.3	0.1	0.6

则 $D\xi = (\quad)$;

- A. 0.85 B. 0.81
C. 0.74 D. 0.62

(2) 如果随机变量 $\xi \sim B\left(4, \frac{1}{3}\right)$, 则

$E(6\xi + 3) = (\quad)$;

- A. 11 B. 9 C. 7 D. 4

(3) 下面给出了三个随机变量的概率分布;

ξ_1	-1	0	1
P	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{6}$

ξ_2	0	1	2
P	0.1	0.5	0.4

ξ_3	8	9	10
P	0.2	0.6	0.2

则 $D\xi_1, D\xi_2, D\xi_3$ 的大小关系为 ().

- A. $D\xi_1 > D\xi_2 > D\xi_3$
B. $D\xi_1 > D\xi_2 = D\xi_3$
C. $D\xi_2 > D\xi_1 > D\xi_3$
D. $D\xi_2 > D\xi_3 > D\xi_1$

2. 填空题:

(1) 一口袋内有 4 个乒乓球, 编号为 1, 2, 3, 4, 从中任取 2 个, 则被取 2 个球中较小号码的分布列为 _____;

(2) 已知连续型随机变量 ξ 的概率密度函数为

$$f(x) = \begin{cases} 0 & (x < 1), \\ x + a & (1 \leq x \leq 2), \\ 0 & (x > 2), \end{cases}$$

则 $f(x) \geq 0$, 则常数 a 的值等于 _____;

(3) 设随机变量 $\xi \sim N(2, 2^2)$, 则

$$D\left(\frac{1}{2}\xi\right) = \underline{\hspace{2cm}}.$$

3. 设随机变量 $\xi \sim N(1, 0.5^2)$, 求 3ξ 的概率密度函数.

4. 为了考查某年级学生的体重情况, 在该年级随机抽取相同年龄的 60 名男生的体重, 测得他们的体重如下 (单位: 千克):

67 54 59 66 69 59 56 66 62 58
61 57 56 57 60 64 60 66 56 59
58 53 58 58 64 58 63 58 53 57
51 46 51 57 66 65 54 59 62 62
58 60 65 58 63 63 62 61 54 65
62 62 59 57 69 49 64 68 59 53

若取组距 3 千克, 组数为 8.

(1) 请列出频率分布表;

(2) 画出频率分布直方图;

(3) 如果体重在 51.5~66.5 千克为正常体重, 试求正常体重学生的百分比.

第二章 极 限

练习 2.1 (数学归纳法)

1. 选择题:

(1) 用数学归纳法证明 $1+2+2^2+2^3+\cdots+2^n=2^{n+1}-1$ 成立, 在验证 $n=1$ 时, 等号左边的式子应该是 ();

- A. 1 B. $1+2$
C. $1+2+2^2$ D. $1+2+2^2+2^3$

(2) 用数学归纳法证明 $1+a+a^2+a^3+\cdots+a^{n+1}=\frac{1-a^{n+2}}{1-a}$ ($a\neq 1, n\in\mathbf{N}_+$), 在验证 $n=1$ 时, 左边所得的项是 ();

- A. 1 B. $1+a$
C. $1+a+a^2$ D. $1+a+a^2+a^3$

(3) 用数学归纳法证明 “ x^n+y^n (n 是正奇数), 能被 $x+y$ 整除” 时, 第二步假设 $n=k$ (k 为正奇数) 时命题成立, 那么应该推证 ().

- A. 当 $n=2k-1$ 时, 命题成立
B. 当 $n=2k+2$ 时, 命题成立
C. 当 $n=k+1$ 时, 命题成立
D. 当 $n=k+2$ 时, 命题成立

2. 填空题:

(1) 用数学归纳法证明 “若 n 为正偶数, 则 a^n-b^n 能被 $a+b$ 整除” 的第二步中, 假设 $n=k$ 时命题成立, 下面应证明 $n=$ _____ 时命题成立;

(2) 用数学归纳法证明 “ $1+2+3+\cdots+(2n+1)=(n+1)(2n+1)$ ” 时, 当 $n=1$ 时, 左边所得项为 _____, 从 $n=k$ 推证 $n=k+1$ 时需增加的项是 _____.

3. 用数学归纳法证明下列各式:

(1) 等比数列 $\{a_n\}$ 的通项公式

$$a_n = a_1 q^{n-1} \quad (q \text{ 是公比, } q \neq 1);$$

(2) $1-(x+3)^n$ 能被 $(x+2)$ 整除 ($n \in \mathbf{N}_+$);

(3) $1+3+5+7+\cdots+(2n-1)=n^2$ ($n \in \mathbf{N}_+$).

练习 2.2 (数列的极限)

1. 选择题:

(1) $\lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{n+1} - \sqrt{n-2}) = (\quad);$

- A. 0 B. -1
C. $\frac{1}{2}$ D. $-\frac{1}{2}$

(2) 已知等比数列 $a_n = 2^{n-1}$ 的前 n 项

和为 S_n , 则 $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{S_{n+1}}{S_{n+3}} = (\quad);$

- A. 0 B. -1
C. 4 D. $\frac{1}{4}$

(3) 已知等差数列 $a_n = 2n - 1$, S_n 是

它的前 n 项和, 则 $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{na_n}{S_n} = (\quad).$

- A. 0 B. 1
C. 2 D. -1

2. 填空题:

(1) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^2 - 2n + 3}{5n^2 - 4} = \underline{\hspace{2cm}},$

$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{6n^2 - 5n + 1}{n^3 - 1} = \underline{\hspace{2cm}};$

(2) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{4^n + 3^n}{4^n + 3} = \underline{\hspace{2cm}},$

$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2^{2n} - 3^n}{4^n + 5} = \underline{\hspace{2cm}};$

(3) 化循环小数为分数: $0.\dot{3} = \underline{\hspace{2cm}},$
 $0.\dot{2}\dot{1} = \underline{\hspace{2cm}}, 0.2\dot{1}4 = \underline{\hspace{2cm}}.$

3. 求下列极限:

(1) $\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt{n} (\sqrt{n+1} - \sqrt{n});$

(2) $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{3} + \frac{1}{9} + \frac{1}{27} + \cdots + \frac{1}{3^{n-1}} \right);$

(3) $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{1}{3n^2 + 4} + \frac{2}{3n^2 + 4} + \frac{3}{3n^2 + 4} + \cdots + \frac{n}{3n^2 + 4} \right).$

4. 已知一个无穷递缩等比数列的各项

和是 5, 公比 $q = \frac{2}{5}$, 求这个数列的首项.

5. 已知 $\lim_{n \rightarrow \infty} (2n - \sqrt{4n^2 - kn + 3}) = 1,$

求 k 的值.

练习 2.3 (函数的极限)

1. 选择题:

(1) 下列各式中, 值为 1 的是 ();

A. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1}{x^2}$

B. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{4x+1}{2x-5}$

C. $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{2}{x}\right) \left(1 + \frac{2}{x^2}\right) \left(1 + \frac{2}{x^3}\right)$

D. $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{1}{x^3} - 1\right)$

(2) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2-4}{x^2-3x+2} = (\quad);$

A. 0

B. 1

C. 2

D. 4

(3) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x}-1}{x-1} = (\quad).$

A. 0

B. 1

C. 2

D. $\frac{1}{2}$

2. 填空题:

(1) 设 $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = 10$, $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = 10$, 则 $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = \underline{\hspace{2cm}};$

(2) $\lim_{x \rightarrow 2} \left(\frac{1}{x-2} - \frac{4}{x^2-4} \right) = \underline{\hspace{2cm}};$

(3) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+x} - \sqrt{1-x}}{14x} = \underline{\hspace{2cm}}.$

3. 已知 $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2+px+2}{x+2} = q$, 求 p, q .

4. 已知 $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{ax^2+bx+2}{x-2} = 5$, 求

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a^n + b^{n-1}}{a^{n-1} + b^n}.$$

5. 已知 $f(x) = \begin{cases} x^2 & (x < 1), \\ 2 & (x = 1), \\ 2-x & (x > 1), \end{cases}$ 讨论 $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$.

练习 2.4 (函数的连续性)

1. 选择题:

(1) $f(x)$ 在点 x_0 处有极限与 $f(x)$ 在点 x_0 处连续的关系是 ();

- A. 极限存在则连续
- B. 连续则极限存在
- C. 不连续则极限不存在
- D. 极限存在与否不影响连续性

(2) 如果 $f(x) = \begin{cases} 3 & (x < 0), \\ x+a & (x \geq 0) \end{cases}$ 在 $(-\infty, +\infty)$ 上处处连续, 则常数 $a =$ ();

- A. 0 B. 1 C. 2 D. 3

(3) 函数 $f(x) = \frac{x^4-4}{x^2-2}$ 的不连续点是 ().

- A. $x = \pm 2$ B. $x = \pm 4$
- C. $x = \pm \sqrt{2}$ D. $x = 0$

2. 填空题:

(1) 给出下述命题:

① $f(x) = \frac{10}{x}$ 在 $[0, 1]$ 上连续;

② $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{\sin 2x}{\cos x} = 2$;

③ 如果 $f(x) = \begin{cases} \sqrt{x} & (x \geq 0), \\ x-1 & (x < 0), \end{cases}$ 则 $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = 0$.

其中正确命题的序号是 _____;

(2) 如果 $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2-9}{x-3} & (x \neq 3), \\ a & (x = 3) \end{cases}$ 在 $(-\infty, +\infty)$ 上连续, 则 $a =$ _____;

(3) 如果 $\lim_{x \rightarrow -2} f(x)$ 不存在, 试举出一个符合要求的函数 $f(x) =$ _____, 如果 $\lim_{x \rightarrow -2} f(x) \neq f(-2)$, 试举出一个符合要求的函数 $f(x) =$ _____.

3. 指出下列函数的不连续点:

(1) $f(x) = \frac{x^2-4}{x^2-5x+6}$;

(2) $f(x) = \frac{x}{1-\cos x}$;

(3) $f(x) = \begin{cases} x-5 & (x \leq 5), \\ 7-x & (x > 5). \end{cases}$

4. 证明函数 $f(x) = 3x^2 + x - 1$ 在 $(-\infty, +\infty)$ 上连续.

5. 设 $f(x) = \begin{cases} x^2-2x & (x \leq 2), \\ 2(x-1)^3+t & (x > 2), \end{cases}$ 试确定常数 t , 使 $\lim_{x \rightarrow 2} f(x)$ 存在.

练习 2.5 (两个重要极限)

1. 选择题:

(1) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 3x}{x} = (\quad);$

A. 0 B. 1

C. 3 D. $\frac{1}{3}$

(2) 下列极限中, 正确的是 ();

A. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sin x}{x} = 1$ B. $\lim_{x \rightarrow \infty} x \sin \frac{1}{x} = 1$

C. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{2x} = 2$ D. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin \frac{1}{x}}{\frac{1}{x}} = 1$

(3) 下列极限中, 正确的是 ().

A. $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 - \frac{1}{x}\right)^x = e$

B. $\lim_{x \rightarrow \infty} (1+x)^{\frac{1}{x}} = e$

C. $\lim_{x \rightarrow 0} \left(1 + \frac{1}{x}\right)^{-\frac{1}{x}} = e$

D. $\lim_{x \rightarrow 0} (1+x)^{\frac{1}{x}} = e$

2. 填空题:

(1) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 5x}{x} = \underline{\hspace{2cm}}, \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{5x} = \underline{\hspace{2cm}};$

(2) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{3}{x}\right)^x = \underline{\hspace{2cm}},$

$\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 - \frac{2}{x}\right)^x = \underline{\hspace{2cm}};$

(3) 已知 $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{t}{x}\right)^{3x} = e$, 则 $t = \underline{\hspace{2cm}}.$

3. 求下列极限:

(1) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x-1}{x+1}\right)^{\frac{x}{2}+5};$

(2) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x}{1+x}\right)^{5x-4};$

(3) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{7x}{\sin 6x};$

(4) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 8x}{\sin 5x}.$

4. 已知 $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 - \frac{k}{x}\right)^x = e^{10}$, 求 k .

测试题二

1. 选择题:

(1) 给出下述命题:

①若 $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = \lim_{x \rightarrow x_0} g(x)$, 则 $f(x_0) = g(x_0)$;

②若 $f(x)$ 在 $x = x_0$ 处无定义, 则 $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x)$ 不存在, 那么 ();

- A. ①②都是真命题
B. ①是真命题, ②是假命题
C. ①是假命题, ②是真命题
D. ①②都是假命题

(2) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 + x - 6}{x^2 - x - 12} = ()$;

- A. $-\frac{5}{7}$ B. $\frac{5}{7}$ C. -5 D. 5

(3) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{a}{x}\right)^{bx+c} = ()$.

- A. e B. e^b
C. e^{ab} D. e^{ab+c}

2. 填空题:

(1) 已知数列 $\frac{8 \cdot 1}{1^2 \cdot 3^2}, \frac{8 \cdot 2}{3^2 \cdot 5^2}, \frac{8 \cdot 3}{5^2 \cdot 7^2}, \dots, \frac{8n}{(2n-1)^2(2n+1)^2}$, S_n 是该数列的前 n 项和, 则 $S_1 =$ _____, $S_2 =$ _____, $S_3 =$ _____, $S_4 =$ _____, 推测出 S_n 的公式应为 $S_n =$ _____, 用数学归纳法证明这个推测时, 递推假设应为 _____;

(2) 给出下列命题:

① $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1 - a^n}{1 + a^n} = 1$ ($a > 0, a \neq 1$);

②首项为 10, 公比为 2 的无穷等比数列各项的和 $S = \frac{10}{1-2} = -10$;

③ $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{1}{n^2} + \frac{3}{n^2} + \frac{5}{n^2} + \dots + \frac{2n-1}{n^2} \right)$
 $= \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n^2} + \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3}{n^2} + \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{5}{n^2} + \dots + \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n-1}{n^2}$
 $= 0$.

其中假命题的序号是 _____;

(3) 函数 $y = f(x)$ 在点 x_0 处有定义是 $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x)$ 存在的 _____ 条件. (填充分条件、必要条件、充要条件、既非充分又非必要条件)

3. 求下列极限:

(1) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{5+6+7+\dots+(n+4)}{n(n+10)}$;

(2) $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{\sqrt{x}-2}{x-4}$;

(3) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x-1}{x} \right)^{4x}$;

(4) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin^2 2x}{x^2}$.

4. 设 $f(x) = \begin{cases} 3x+2 & (x \leq 0), \\ x^2+1 & (0 < x < 1), \\ \frac{2}{x} & (x \geq 1), \end{cases}$

求 $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$, $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$.

5. 设 $f(x) = \frac{1 - \cos^2 x}{x^2}$, 当 $x \neq 0$ 时, $g(x) = f(x)$, 如果 $g(x)$ 在点 $x = 0$ 处连续, 求 $g(0)$ 的值.

第三章 导数与微分

练习 3.1 (导数概念)

1. 选择题:

(1) 设函数 $f(x)$ 在 $x=x_0$ 处可导,
且 $f'(x_0)=10$, 则 $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x_0-h)-f(x_0)}{h}$
= ();

- A. $\frac{1}{10}$ B. $-\frac{1}{10}$
C. 10 D. -10

(2) 设函数 $f(x)$ 在 $x=x_0$ 处可导,
当 $f'(x_0)=A$ 时, 有

$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{f(x_0-2x)-f(x_0)} = \frac{1}{4}$, 则 $A =$
();

- A. 4 B. -4
C. -2 D. 2

(3) 一质点的运动方程为 $s = 5 - 3t^2$,
则在时间 $[1, 1 + \Delta t]$ 内相应的平均速度为
().

- A. $3\Delta t + 6$ B. $-3\Delta t - 6$
C. $3\Delta t - 6$ D. $-3\Delta t + 6$

2. 填空题:

(1) 已知 $y = f(x) = \frac{1}{x^2}$, 在定义域
内, 变量 x 增加 Δx 时, 函数 y 增加 Δy ,
则 $\Delta y =$ _____, $\frac{\Delta y}{\Delta x} =$ _____
_____, $\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta y}{\Delta x} =$ _____,
即 $y' =$ _____;

(2) 已知 $y = f(x) = \sqrt{x}$, 在定义域
内, 变量 x 增加 Δx 时, 函数 y 增加 Δy ,
则 $\Delta y =$ _____, $\frac{\Delta y}{\Delta x} =$ _____
_____, $\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta y}{\Delta x} =$ _____,
即 $y'|_{x=8} =$ _____;

(3) 过点 $P(2, 2\sqrt{2})$ 的曲线 $y = 2\sqrt{x}$
的切线的斜率 $k = y'|_{x=2} =$ _____ =
_____, 所以过点 P 的曲线的切线
方程为 _____.

3. 根据导数的意义, 在曲线 $y = 2x^2$ 上
求一点 P , 使过 P 点的切线与直线 $y =$
 $8x - 5$ 平行.

4. 求曲线 $y = x^2$ 及 $y = \frac{1}{x}$ 的公切线方
程.

练习 3.2 (几种常见函数的导数)

1. 选择题:

(1) 给出下列变形:

① $\left(\sin \frac{\pi}{3}\right)' = \cos \frac{\pi}{3};$

② $(\sin x)' = \cos x;$

③ $(\cos x)' = \sin x;$

④ $(x^{-9})' = \frac{1}{9}x^{-10},$

其中正确的有 ();

A. 0 个 B. 1 个

C. 2 个 D. 3 个

(2) 下列各式中运算结果等于 x^{-3} 的是 ();

A. $(x^{-4})'$ B. $(x^{-2})'$

C. $\left(\frac{1}{4}x^{-4}\right)'$ D. $\left(\frac{1}{2}x^{-2}\right)'$

(3) 给出下列变形:

① $(10^x)' = \frac{1}{10^x \ln 10};$

② $(\lg x)' = 10^x \ln 10;$

③ $(2^x)' = 2^x \ln 2;$

④ $(\log_5 x)' = \frac{1}{x \ln 5}.$

其中不正确的有 ().

A. 0 个 B. 1 个

C. 2 个 D. 3 个

2. 填空题:

(1) $(x^4)' = \underline{\hspace{2cm}}, (x^5)' = \underline{\hspace{2cm}},$
 $(x^6)' = \underline{\hspace{2cm}}, (x^{-4})' = \underline{\hspace{2cm}}, (x^{-5})' = \underline{\hspace{2cm}},$
 $(x^{-6})' = \underline{\hspace{2cm}};$

(2) $(\log_3 x)' = \underline{\hspace{2cm}}, (\log_4 x)' = \underline{\hspace{2cm}},$
 $(\log_{\frac{1}{5}} x)' = \underline{\hspace{2cm}}, (\log_{\frac{2}{3}} x)' = \underline{\hspace{2cm}};$

(3) $(7^x)' = \underline{\hspace{2cm}}, \left[\left(\frac{1}{2}\right)^x\right]' = \underline{\hspace{2cm}},$
 $(e^x)' = \underline{\hspace{2cm}}, (x^7)' = \underline{\hspace{2cm}}, (\sqrt{x})' = \underline{\hspace{2cm}}.$

3. 用导数定义推证 $(x^{10})' = 10x^9.$

4. 用导数定义求函数 $y = \ln x$ 在点 $x_0 = 5$ 处的导数.