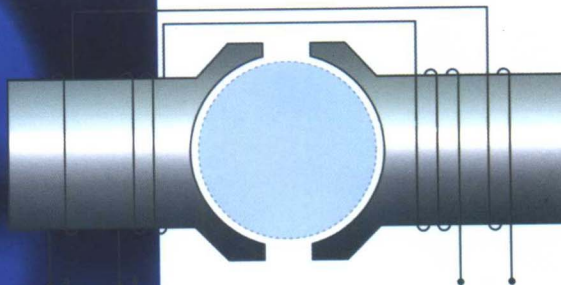


高等学校教材系列

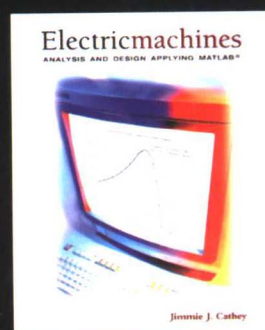
Mc
Graw
Hill



电机原理与设计的 MATLAB分析

Electric Machines

Analysis and Design Applying MATLAB



[美] Jimmie J. Cathey 著
戴文进 译



电子工业出版社
Publishing House of Electronics Industry
<http://www.phei.com.cn>

内 容 简 介

本书主要讨论同时运用经典方法以及MATLAB分析方法,对电机原理和电机设计进行分析。从正弦稳态电路和交流磁路,及其之间的能量转换开篇,以介绍机电能量转换原理为基础,深入阐述了正弦稳态电路、磁路与能量转换、变压器、直流电机、感应电动机及同步电机的原理与设计。内容全面而又结构紧凑,并且基础概念清晰。书中以电机原理的物理概念、分析思路和设计方法为重点,旨在为读者学习本书打下坚实的基础。此外,将MATLAB软件应用于解题和电机设计的过程中,既体现了分析方法的先进性,也为读者带来极大的方便。

本书为国外高校教材的译著,可用做国内各高校相关专业的“电机学”和“电机设计”这两门课程的教材,也可供有关专业技术人员参考。

Jimmie J. Cathey: **Electric Machines: Analysis and Design Applying MATLAB**

ISBN: 0-07-118970-X

Copyright © 2001 by The McGraw-Hill Companies, Inc.

Original language published by The McGraw-Hill Companies, Inc. All Rights reserved. No part of this publication may be reproduced or distributed in any means, or stored in a database or retrieval system, without the prior written permission of the publisher.

Simplified Chinese translation edition jointly published by McGraw-Hill Education(Asia)Co. and Publishing House of Electronics Industry. Copyright © 2006.

本书中文简体字翻译版由电子工业出版社和美国麦格劳-希尔教育(亚洲)出版公司合作出版。未经出版者预先书面许可,不得以任何方式复制或抄袭本书的任何部分。

本书封面贴有 McGraw-Hill 公司激光防伪标签,无标签者不得销售。

版权贸易合同登记号:图字:01-2005-6595

图书在版编目(CIP)数据

电机原理与设计的 MATLAB 分析 / (美) 卡西 (Cathey, J. J.) 著; 戴文进译.

北京: 电子工业出版社, 2006.7

(高等学校教材系列)

书名原文: Electric Machines: Analysis and Design Applying MATLAB

ISBN 7-121-02660-0

I. 电... II. ①卡...②戴... III. ①电机-理论-计算机辅助计算-软件包, MATLAB-高等学校-教材

②电机-设计-计算机辅助计算-软件包, MATLAB-高等学校-教材 IV. TM3

中国版本图书馆CIP数据核字(2006)第073883号

责任编辑: 史 平

印 刷: 北京市天竺颖华印刷厂

出版发行: 电子工业出版社

北京市海淀区万寿路 173 信箱 邮编: 100036

经 销: 各地新华书店

开 本: 787 × 1092 1/16 印张: 27 字数: 760 千字

印 次: 2006 年 7 月第 1 次印刷

定 价: 39.00 元

凡购买电子工业出版社的图书,如有缺损问题,请向购买书店调换;若书店售缺,请与本社发行部联系。联系电话:(010) 68279077。质量投诉请发邮件至 zlts@phei.com.cn, 盗版侵权举报请发邮件至 dbqq@phei.com.cn。

译者序

随着我国高等教育规模的不断扩大,高等教育正逐步向大众化教育转型。当前,教育对象的特点发生了较大的变化。而与此同时,高等教育中的教学内容和课程体系的改革则严重落后,不少高校教材“内容陈旧、体系老化”,已成为高校教学改革中一个非常突出的问题,这种现象亟待改变。

“电机学”是“电气工程及其自动化”专业领域内一门重要的专业基础课,而“电机设计”则是“电机与电器”专业最重要的一门专业课。近年来,随着科学和技术不断发展,许多新技术与新材料不断涌现,对该门课程的教材建设提出了新的要求。然而,相关的教材虽然已有多种版本,但在编写体系上大多一直沿用旧时“电机制造”专业所采用的教材编写方法。因此,教材的建设已远不能满足当前教学的实际需求。多少年来,人们一直在寻求全新的“电机学”和“电机设计”的教材。

此外,由于教学改革的需要,专业课的课程门类与学时数都大幅度精简了。这样,不仅课程内容与学时之间的矛盾日益突出,而且也迫切需要一本能将“电机学”与“电机设计”这两门课程统一起来的新型教材。

可喜的是,近几年国外确实出版了几本这样的好书。由著名出版公司 McGraw-Hill 出版,美国肯塔基大学 Jimmie J. Cathey 教授编著的“Electric Machines: Analysis and Design Applying MATLAB”(《电机原理与设计的 MATLAB 分析》)就是其中之一。这本书给人以耳目一新的感觉,使我们扩大了视野、更新了观念。

Jimmie J. Cathey 教授先后于 1965 年和 1972 年获得美国得克萨斯大学电机工程学学士和哲学博士学位,于 1968 年获得 Bradley 大学电机工程学硕士学位。

Jimmie J. Cathey 博士是肯塔基大学电气工程学院资深教授。他在 20 多年的教育生涯中,主要从事电机原理、电机设计、电力电子及电力拖动等方面的教学工作。在该地区电气工程领域的学术界,他享有很高的声誉。此外,在电机及其控制,以及设计技术在高速公路驱动机车的应用领域,他也有着丰富的工业工程的实践经验。他曾在著名的履带式牵引机制造公司,以及马拉松·勒图尔勒公司任职多年。

总体看来,本书从正弦稳态电路和交流磁路,及其之间的能量转换入手,以介绍机电能量转换原理为基础,深入阐述了变压器、直流电机、交流感应电动机及同步电机的原理与设计。本书以电机原理的物理概念、分析思路和设计方法为重点,目的是为读者在电机原理和设计方法等方面打下坚实的基础。本书还将 MATLAB 软件应用于解题与电机设计的过程中,体现了其分析手段的先进性,也给读者带来了极大的方便。

具体说来,本书具有以下特点:

1. 内容系统全面。本书以磁路和能量转换为起点,全面阐述了传统的变压器、直流电机、感应电动机和同步电机等四大电机的运行原理、控制策略和设计方法。内容系统全面,涵盖了原《电机学》和《电机设计》两本书的内容,并且卓有成效地实现了二者的有机结合。

2. 编排合理、结构紧凑、叙述简练。尽管本书内容全面,可以同时用做“电机学”和“电机设计”两门课程的教科书,但全书的篇幅并不很长。原因在于编排合理、结构紧凑、叙述简练。本

书摒弃了传统《电机学》沿用旧时“电机制造”专业的教材编写办法，大幅度删减了描述电机内部结构和物理过程的许多具体细节。而这一点，正是目前国内教材通常存在的弊病。

3. 基本概念清楚、分析方法先进。本书无论在整体编排，还是具体内容的叙述方面，都突出了“电机学”中的物理概念，强调了“电机学”中的基本分析方法。为避免陷入复杂的数学计算之中，全书始终以 MATLAB 作为计算、设计和分析工具，简化了计算工作，突出了物理概念。

4. 理论联系实际，示图和照片清晰，习题、例题和程序丰富。“电机学”和“电机设计”是与工程实际联系相当紧密的课程。而在本书中提供了十分清晰、非常丰富的示图和照片，用于简明扼要地介绍各种电机的结构，以及示意工作原理。同时，书中还附有大量习题和例题，并提供了相应的 MATLAB 计算程序。此外，在例题中还做了示范，读者学习时将会十分方便。

戴文进

2005 年 12 月于南昌大学

前 言

为时一个学期关于“电机与能量转换”这门导论性质的课程,对于满足典型的电气工程本科生的核心课程体系要求而言,是完全必要的。此门课程应该具有足够的深度,以满足在电气工程领域中继续进行专业学习的学生需求。此外,还应为他们学习有关电机与能量转换领域内的后续课程打下坚实基础,以便有较为广阔的知识面。

本书完全能够满足一个学期内核心课程学习的需求,教师或读者可以根据不同课程体系的侧重和要求,在第3章至第7章中选择相关内容进行教学或学习。本书的显著特点,是集中介绍了当前广为流行的交互式计算机软件——MATLAB,以处理在电机分析中出现的烦琐计算。因此,现在可以运用更加准确的模型进行电机分析,而不是像以往那样,为了简化计算而采用近似的模型。用MATLAB分析软件时,在引导窗口会跳出一幅计算机的图形。

第1章的目的旨在引起读者的兴趣,并给他们以引导,从而了解能量转换装置的广泛应用。其次,也向学生介绍了能量转换装置的发展趋势以及技术进步的方向。本章既可以包含在一个学期的授课内容之中,也可以包含在教师所指定的阅读材料之内。

正弦稳态电路及其能量流向的分析在所有电气工程课程中处于核心地位。但是,由于课程内容压缩,往往使学生在正弦稳态电路的分析方面得不到恰当训练,从而使大多数学生不能掌握必要的分析技能。由此,在进行能量分析时无法做到游刃有余。因此,本书的第2章不仅对这些内容进行了通俗化的具体讲解,还提供了必要的复习和训练。此外,还引导学生运用MATLAB对正弦稳态电路进行分析。因而,为后续章节中要用到的计算机分析技巧,打下了坚实基础。

第3章首先介绍了安培环路定律、法拉第电磁感应定律以及楞次力方程,都是一些适于理解和分析能量转换装置的解释性定则。其后,致力于研究在变压器和电机中出现的磁路性能和特性,这也是分析能量转换过程中重要的一步。本章介绍的计算机分析方法,引导读者运用MATLAB程序生成铁磁材料的饱和曲线,以及在给定磁路的具体尺寸和相关 $B-H$ 曲线下的磁链图。除此之外,本章还介绍了数值分析法,用于求解由于储能随着位置变化,而由可以改变位置的机械机构所产生的力($F_c = \partial W_m / \partial x$)。更多计算机分析方法的运用将在后续章节中加以介绍。

第4章到第7章的内容涉及变压器、直流电机和交流电机,一些在工业生产中经常遇到的能量转换装置。掌握这几章内容,可以帮助读者恰当地选择能量转换装置,以及在设备到位后预先了解其性能。除此之外,第7章还介绍了最近才成熟的无刷直流电动机,以及崭露头角的开关磁阻电动机。通过将成熟的计算机软件运用于每一种能量转换装置,读者便能很快计算和求出在很宽范围内的性能数据。此外,还能使读者很容易建立起电磁参数的概念。

本书的一个显著特点,是在从第4章到第7章之中,进行性能分析以后,介绍了各种能量转换装置的设计原理。要将其运用于实际机电能量转换装置产品的设计,还需要在实践中经过必要的提炼。但就广度和深度来说,对于电气工程领域内学生的设计素质训练,已经足够了。每章后面所列出的参考文献,可以作为读者寻求更多设计经验的一些线索。

本书既可以作为具有必要设计内容的机电能量转换装置原理与分析课程的基础,也可以在讲授能量转换原理的绪论性课程之后,作为后续转换装置最终设计课程的基础。从第4章到第7章推导出的各种软件,经扩展和汇总可以支持后续章节中各个设计过程。第4章到第7章之中,根据各章中每个基本概念,为读者进行相关训练而提供了各种习题。在各章中还设计了一套完整的例题,用以检验读者对基本概念的掌握情况。

对能量转换装置的研究,很难提供一种通用的讲述次序。大多数教师都是首先讲述磁路分析,然后再讲解变压器。在撰写本书时,将铁磁材料中的损耗推迟到变压器的内容中讲述。如果不这样做,从第5章到第7章的内容会有过大的独立性。究竟如何选择,交由任课老师决定。这种安排有一个例外,如果要在感应电动机之前讲述同步电机,6.3.3节中的气隙旋转磁势波的内容必须提出来另行安排。

可以根据网址 www.mhhe.com/engcs/electrical/cathey 上网查找本书的其他补充材料。从该网站上可以下载的文件包括 MATLAB 的源代码、本书的勘误表和其他一些有用的资料。

在此,对给予本书初稿许多建设性建议的各位审稿人,表示衷心感谢。他们是西弗吉尼亚大学的 Parviz Famouri 教授、罗斯-胡尔曼技术学院的 Clifford Grigg、加州州立大学的 Mo Shiva、堪萨斯州立大学的 Medhat Morcos、新奥尔良大学的 Gill Richards、乔治亚工程技术学院的 Miroslav Begovic、田纳西州大学的 Leon Tolbert、巴林大学的 Maamar Taleb, 以及韩国郡立大学的 Steven Hietpas。他们提出的宝贵意见,使本书在提高水平方面受益匪浅。

特别感谢 Ross Cutts, 我的一位学生,学习我教授的电机课程。他花费了大量时间和我进行讨论,使本书从学生的视角来看表述得更为清晰。他做出的贡献十分可贵。

Jimmie J. Cathey
肯塔基州列克星顿市

目 录

第 1 章	绪论	1
1.1	本书的研究对象	1
1.2	电机的发明简史	1
1.3	电机的使用场合	2
1.4	电机分析的基本方法	2
第 2 章	正弦稳态电路	3
2.1	引言	3
2.2	相量与阻抗	3
2.3	单相电路分析	6
2.4	三相电路	10
2.5	功率流向	21
2.6	多频电路	28
2.7	计算机分析程序	29
	小结	32
	习题	33
第 3 章	磁路与能量转换	37
3.1	引言	37
3.2	基本定律与定则	37
3.3	铁磁材料	41
3.4	磁路	43
3.5	能量与电感	57
3.6	正弦交流电激磁	61
3.7	永磁材料	63
3.8	能量转换	68
3.9	螺线管线圈设计	78
3.10	计算机分析程序	86
	小结	97
	习题	98
	参考文献	100
第 4 章	变压器	101
4.1	引言	101
4.2	结构形式	101
4.3	理想变压器	105

4.4	实际变压器	108
4.5	参数的实验测定	121
4.6	性能分析	124
4.7	民用配电变压器	135
4.8	自耦变压器	136
4.9	三相变压器	139
4.10	变压器绕组的分接头	143
4.11	仪表变压器	146
4.12	变压器的设计	146
4.13	计算机分析程序	157
	小结	173
	习题	174
	参考文献	178
第5章	直流电机	179
5.1	引言	179
5.2	结构形式	180
5.3	电压和转矩分析	181
5.4	励磁绕组的分类	188
5.5	磁场的特性及其相互作用	189
5.6	直流发电机	196
5.7	直流电动机	202
5.8	电动机控制	212
5.9	直流电动机设计	215
5.10	计算机分析程序	234
	小结	243
	习题	244
	参考文献	248
第6章	感应电动机	249
6.1	引言	249
6.2	分类与结构	249
6.3	定子绕组及其磁动势	250
6.4	转子与转差率	258
6.5	等值电路	261
6.6	参数的实验测定	263
6.7	性能计算与电动机特性	267
6.8	降压起动	281
6.9	调速方法	282
6.10	单相电动机	289
6.11	感应电动机的设计	295
6.12	计算机分析程序	318

小结	329
习题	329
参考文献	332
第 7 章 同步电机	333
7.1 引言	333
7.2 分类与结构	336
7.3 感应电势与等值电路	339
7.4 用实验方法求取等值电路参数	345
7.5 发电机性能分析	348
7.6 电动机的性能分析	360
7.7 凸极式电机的性能分析	362
7.8 自同步电动机	367
7.9 同步电机设计	377
7.10 计算机分析程序	395
小结	405
习题	406
参考文献	408
附录 A 绕组系数	409
附录 B 单位换算	414
附录 C 电磁线规格表	415
附录 D	417

第1章 绪 论

能量定义为做功的能力。人类对能量利用和控制的能力决定着社会的生产潜能,从而又影响着人类生活方式的进步。电机已经并且继续成为人类生产力提升的主要工具。

目前,全球每年的电能用量大约为15兆kWh,并且还在以每年增加5000亿kWh的速度增长。电机是将这部分电能从最初的能源形式转换过来的重要桥梁。而在用户端,电机又将电能很方便地分配给用户。再一次,电机成为将大部分电能转换为机械能的装置。

1.1 本书的研究对象

实际中,电机是一种以磁场作为中间媒介进行双向能量转换的装置。本书只讨论按此原理运行的机器。将机械能转换成电能的机器,称为发电机。吸收电形式的能量,将其转换成机械形式能量的机器,称为电动机。设计为只产生有限机械运动的机械或装置,称为调节器。

普通的卷铁心式变压器,通常都与电机在一起讨论。变压器的作用是在两个交流系统的交接点处,起到调节电压大小的作用。尽管变压器的输入和输出都是电形式的能量,但在将所吸收的电能转变为磁能后,会将其再转换回去,从而再次成为电形式的能量。从这点来看,卷铁心式变压器也是一种能量转换器。

1.2 电机的发明简史

电机的历史可以追溯到1831年,迈克尔·法拉第(Michael Faraday)发明的盘式电机,是一种真正的直流电机。此后,人们对电机的兴趣停留在实验室阶段和处于好奇的状态。一直到19世纪70年代,托马斯·爱迪生(Thomas Edison)为实现真正意义上的电功率分配,以便使电灯进入千家万户,开始了商业目的直流发电机的研制。在此项工作中,爱迪生提出将电能从集中的发电站输出,然后对用户进行分配这个全新的概念,成为开路先锋。他作为领路人,倡导广泛地运用电动机,并引入电网的基本框架这一概念。

电机历史上的主要里程碑是在1888年,尼古拉·特斯拉(Nikola Tesla)发明了三相感应电动机并申请了该项专利。在接下来的十年里,查尔斯·施泰因梅茨(Charles Steinmetz)进一步发展了特斯拉的交流电理论。1900年,可靠的卷铁心式变压器问世,开创了长距离输电的新纪元。当时,美国为完成电气化的进程又花了30年时间。而且,直至20世纪30年代,美国的农村配电系统还没有完成。但是无论如何,在此期间美国的电气化进程进展得还是很顺利的。电机的推广应用,紧紧跟随着电网扩张的脚步。

尽管今天运用的电机学理论可以追溯到100年前,但是其更新和提高的脚步从来没有停止过。更好的铁磁和绝缘材料不断研制,使不断增加的功率密度比早期电机的功率密度超出了一个数量级。大容量电机的制造技术降低了电机制造成本,从而为其更广泛的运用打开了大门。最后,可靠的高功率等级的开关装置,以及近几十年来由于“固态革命”产生的微处理机,使电气拖动领域的控制水平大大提高。这一切,都是由于能量利用与控制能力提高所导致的结果。因而,不断促进着人类生活方式的进步。

1.3 电机的使用场合

电机大量运用于各种加工企业的生产设备,以及大型建筑的高压交流机械设备等场所。然而,还有许多电机组装在各种设备、机车和伺服机械之内,以至于一般人大多觉察不到它们的存在。通常一名专业人士早晨在家中醒来后,会发现至少有 30 台电机正在工作。他上班驾驶的汽车内安装的电动机就有 15 台以上。进入办公室后,室内仅仅在他个人办公设备中工作的电动机,就至少有 5 台。他使用复印机和传真机之后,又从自动售货机买了一杯咖啡,可能又用上了十几台电机。才到早晨 9 点,就已有 60 台电动机在他卓有成效的生活方式中起到了重要作用。

1.4 电机分析的基本方法

本书的主要内容,是分析电机如何通过磁场这一媒介转换能量。因此,磁路中铁心的能量密度对于决定电机容量大小起着重要的影响。磁路结构中的能量密度可以由下式给出:

$$w_m = \int \mu B \, dB \quad (1.1)$$

具有高磁导率(μ)的铁磁材料,在迄今已知的所有材料中提供的能量密度(w_m)最大,而此时建立磁通密度(B)所需的激磁能量并不大。因此,人们才会选择这种材料制造电机。遗憾的是,铁磁材料的运用导致分析研究电机时遇到处理非线性关系的问题,这将使分析过程变得相当复杂。此外,为了在很宽的范围内了解电机的运行性能,若采用代表某种电机的准确等值电路来分析,会产生很烦琐的反复计算过程。

以上这两种情况,都会使分析过程陷入烦琐数学运算的困境,从而转移人们对认识电机自然特性方面的关注。为克服这一点,分析电机的通常做法是采用有一定精度的近似方法,以使计算过程便于进行。而本书的方法则是将 MATLAB[®]程序引入了分析计算过程,从而使烦琐的数学运算得以简化,降低了分析计算强度,而又不致使精度有所下降。由此,在很宽范围内对运行性能进行分析,以及参数易变化的敏感性都不再构成问题了。不仅如此,还鼓励学生不仅要记住课本讲授的内容,听从老师的建议对 MATLAB 源代码和装置参数值进行修改,还要富于主动性,从而掌握电机的本质。这对我们的日常生活会有深远的影响。

① MATLAB 是 MathWorks 公司的注册商标。

第2章 正弦稳态电路

2.1 引言

能量转换研究的首要目的是获取电机的稳态特性。直流电机及某些铁心线圈是按直流稳态运行来分析的,而其余人们感兴趣的那些能量转换装置(如变压器、感应电动机、同步电机及通电交流线圈等),也基本是在正弦稳态下运行的。因此,熟练掌握正弦稳态分析方法,是进一步研究的先决条件。尽管正弦稳态分析可能需要繁复的数值计算,但本书将要介绍的计算机分析方法将轻松解决这一难题。

2.2 相量与阻抗

电路的稳态响应,是指所有瞬态过程结束后的最终状态。如果线性电路的激励是正弦电源,则一旦电路达到稳态,由该正弦电源在电路中产生的所有电压和电流,都应是与该电源同频率的正弦量。因此,如果用基尔霍夫(Kirchhoff)第一、第二定律对电路进行分析,就需要用到相同频率的正弦时变量的加减运算。

为不失一般性,设两个电压 $v_1(t) = \sqrt{2}V_1 \cos(\omega t + \beta)$ 与 $v_2(t) = \sqrt{2}V_2 \cos(\omega t + \gamma)$ 之和为:

$$v(t) = v_1(t) + v_2(t) = \sqrt{2}V_1 \cos(\omega t + \beta) + \sqrt{2}V_2 \cos(\omega t + \gamma) \quad (2.1)$$

运用欧拉方程 $e^{jx} = \cos x + j \sin x$, 式(2.1)可以写成:

$$v(t) = \operatorname{Re}\left\{\sqrt{2}V_1 e^{j(\omega t + \beta)}\right\} + \operatorname{Re}\left\{\sqrt{2}V_2 e^{j(\omega t + \gamma)}\right\} \quad (2.2)$$

$$v(t) = \operatorname{Re}\left\{\sqrt{2}(V_1 e^{j\beta} + V_2 e^{j\gamma})e^{j\omega t}\right\} \quad (2.3)$$

由式(2.2)到式(2.3)的变换用到了两复数之和的实部,等于两实部指数运算时实部之和的方法。式(2.3)圆括号中的每一个量都是复数,称为相量,它与时间函数 $v_1(t)$ 和 $v_2(t)$ 相对应。从极坐标的一般表达式可以清楚看出,相量的幅值为 $v_1(t)$ 和 $v_2(t)$ 的有效值,相角为相对于 $\cos(\omega t)$ 的相位移角。应该注意的是,相量并不相当于时间函数,但确实是一个与时间函数有关的特定复数。因此,相量可以看成是时间函数的一种变换形式。

显然,从式(2.3)可以看出,相量 $\bar{V}_1$ 与 $\bar{V}_2$ 相加,可以使 $v_1(t) + v_2(t)$ 表达为单一正弦时间函数。

$$\bar{V} = \bar{V}_1 + \bar{V}_2 = V_1 \angle \beta + V_2 \angle \gamma = V \angle \theta \quad (2.4)$$

$$v(t) = \operatorname{Re}\left\{\sqrt{2}(V \angle \theta)e^{j\omega t}\right\} = \sqrt{2}V \cos(\omega t + \theta) \quad (2.5)$$

略去坐标轴,在复平面内画出各个相量,构成相量图。该相量图具有将加法过程形象化的重要作用。

关于相量的表达式,必须引起注意的有以下三点:

1. 式 (2.3) 中系数 $\sqrt{2}$ 后面是相量的均方根值, 而不是最大值。电力系统分析中普遍采用均方根值表示相量, 本书在不做特别说明时均采用均方根值。
2. 式 (2.1) 中时间函数设定为 $\cos(\omega t)$ 形式。当然, 也可以用在对式 (2.2) 和式 (2.3) 取虚部后, 用 $\sin(\omega t)$ 的形式表示。不过, 参考时间函数选择的习惯, 还是应保持其一贯性。
3. 由于人们已经找到了极富悦目感的相量表达方式, 因而在时域中进行变换的方法已很少采用了, 取而代之的是所有分析都在相域中进行。

例 2.1 采用均方根值相量法, 将 $v(t) = \sqrt{2} 120 \cos(\omega t) - 30 \sin(\omega t)$ 化成单一时间函数。

解:

将 $v(t)$ 写成 $\cos(\omega t)$ 的形式:

$$v(t) = \sqrt{2} 120 \cos(\omega t) - 30 \cos(\omega t - 90^\circ)$$

于是,

$$\bar{V} = 120 \angle 0^\circ - 30 / \sqrt{2} \angle -90^\circ$$

$$\bar{V} = 120 - (-j21.213) = 121.86 \angle 10.02^\circ$$

将 $\bar{V}$ 变换为时域函数:

$$v(t) = \sqrt{2} 121.86 \cos(\omega t + 10.02^\circ) = 172.31 \cos(\omega t + 10.02^\circ)$$

相域中阻抗 (Z) 的定义为: 在如图 2.1 所示的假定极性下, 一个无源网络的端口上电压 $\bar{V}$ 与电流 $\bar{I}$ 之比, 单位为欧姆 (Ω)。不难想像, 电压与电流的频率是相同的。因此,

$$Z = \frac{\bar{V}}{\bar{I}} = \frac{V \angle \beta}{I \angle \alpha} = \frac{V}{I} \angle (\beta - \alpha) = Z \angle \theta \quad (2.6)$$

可以看出, 阻抗角 θ 说明了电流 $\bar{I}$ 在时间相位上滞后于电压 $\bar{V}$ 。

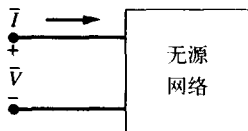


图 2.1 单端口无源网络

例 2.2 图 2.2 (a) 所示为一时域下的 R - L 串联电路, 设 $i(t) = \sqrt{2} I \sin(\omega t)$, 根据式 (2.6) 的阻抗定义, 说明图 2.2 (b) 所示电路的各元件阻抗 Z 是正确的。此外, 求出该电路的等效阻抗。

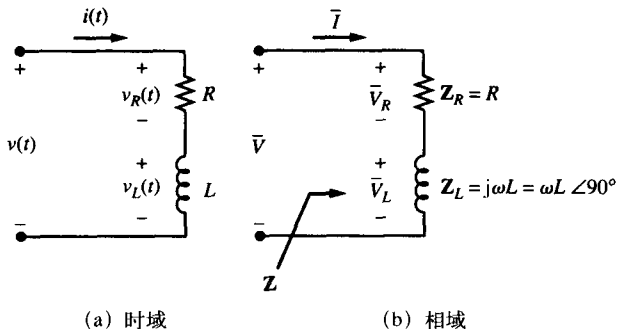


图 2.2 R - L 串联电路

解:

对于时域电路, 有:

$$v_R(t) = Ri(t) = \sqrt{2}IR \sin(\omega t)$$

$$v_L(t) = L \frac{di(t)}{dt} = \omega L \sqrt{2}I \cos(\omega t)$$

将 $i(t)$, $v_R(t)$ 和 $v_L(t)$ 变换为相域内的表达式, 运用式 (2.6), 可得到各元件阻抗为:

$$\mathbf{Z}_R = \frac{\bar{V}_R}{\bar{I}} = \frac{IR \angle -90^\circ}{I \angle -90^\circ} = R$$

$$\mathbf{Z}_L = \frac{\bar{V}_L}{\bar{I}} = \frac{\omega LI \angle 0^\circ}{I \angle -90^\circ} = \omega L \angle 90^\circ = j\omega L$$

运用基尔霍夫电压定律, 解如图 2.2 (b) 所示的相域电路, 得:

$$\bar{V} = \bar{V}_R + \bar{V}_L = \bar{I}\mathbf{Z}_R + \bar{I}\mathbf{Z}_L = \bar{I}(R + j\omega L)$$

因此,

$$\mathbf{Z} = \frac{\bar{V}}{\bar{I}} = R + j\omega L = \sqrt{R^2 + (\omega L)^2} \angle \arctan(\omega L/R)$$

导纳 ($\mathbf{Y}$) 定义为阻抗的倒数, 即:

$$\mathbf{Y} = \frac{1}{\mathbf{Z}} = \frac{\bar{I}}{\bar{V}} \quad (2.7)$$

其单位为 S。

例 2.3 图 2.3 (a) 所示为一 R - C 并联时域电路, 设 $v(t) = \sqrt{2}V \cos(\omega t)$, 说明如图 2.3 (b) 所示的单个元件阻抗是正确的, 并求出该网络的等效阻抗 $\mathbf{Z}$ 。

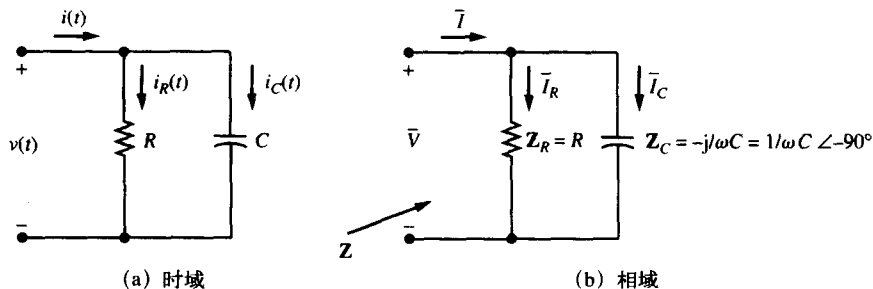


图 2.3 R - C 并联网络

解:

对于时域电路, 有:

$$i_R(t) = \frac{v(t)}{R} = \frac{\sqrt{2}V}{R} \cos(\omega t)$$

$$i_C(t) = C \frac{dv(t)}{dt} = -\omega C \sqrt{2}V \sin(\omega t) = \omega C \sqrt{2}V \cos(\omega t + 90^\circ)$$

将 $i_R(t)$, $i_C(t)$ 和 $v(t)$ 变换为相域中的量, 运用式 (2.6) 和式 (2.7), 得:

$$\begin{aligned} \mathbf{Y}_R &= \frac{\bar{I}_R}{\bar{V}} = \frac{V/R \angle 0^\circ}{V \angle 0^\circ} = \frac{1}{R} & \mathbf{Z}_R &= \frac{1}{\mathbf{Y}_R} = R \\ \mathbf{Y}_C &= \frac{\bar{I}_C}{\bar{V}} = \frac{\omega C V \angle 90^\circ}{V \angle 0^\circ} = \omega C \angle 90^\circ = j\omega C & \mathbf{Z}_C &= \frac{1}{\mathbf{Y}_C} = -j \frac{1}{\omega C} \end{aligned}$$

在时域中,

$$i(t) = i_R(t) + i_C(t) = \frac{\sqrt{2}V}{R} \cos(\omega t) + \omega C \sqrt{2} V \cos(\omega t + 90^\circ)$$

与式 (2.2) 和式 (2.3) 类似, 得:

$$i(t) = \operatorname{Re} \left\{ \sqrt{2} \left(\frac{V}{R} e^{j0} + \omega C V e^{j\pi/2} \right) e^{j\omega t} \right\} = \operatorname{Re} \left\{ \sqrt{2} V e^{j0} \left(\frac{1}{R} + j\omega C \right) e^{j\omega t} \right\}$$

这样, 相量 $\bar{I}$ 必定为:

$$\bar{I} = \bar{V} \left(\frac{1}{R} + j\omega C \right)$$

因此, 得:

$$\mathbf{Y} = \frac{\bar{I}}{\bar{V}} = \frac{1}{R} + j\omega C \quad \mathbf{Z} = \frac{1}{\mathbf{Y}} = \frac{1}{1/R + j\omega C}$$

由例 2.2 的结果可以归纳出以下一般性规律: n 个阻抗元件串联电路的等效阻抗由下式表示:

$$\mathbf{Z}_{eq} = \mathbf{Z}_1 + \mathbf{Z}_2 + \cdots + \mathbf{Z}_n \quad (2.8)$$

同样, 根据例 2.3 的结果也可以得出以下一般性结论: m 个并联元件的等效阻抗或导纳由下式决定:

$$\mathbf{Y}_{eq} = \mathbf{Y}_1 + \mathbf{Y}_2 + \cdots + \mathbf{Y}_m = \frac{1}{\mathbf{Z}_1} + \frac{1}{\mathbf{Z}_2} + \cdots + \frac{1}{\mathbf{Z}_m} \quad (2.9)$$

$$\mathbf{Z}_{eq} = \frac{1}{\mathbf{Y}_1 + \mathbf{Y}_2 + \cdots + \mathbf{Y}_m} = \frac{1}{1/\mathbf{Z}_1 + 1/\mathbf{Z}_2 + \cdots + 1/\mathbf{Z}_m} \quad (2.10)$$

此外, 例 2.2 和例 2.3 的求解过程说明, 基尔霍夫第一、第二定律适用于相域内的分析。

2.3 单相电路分析

如上所述的等效阻抗及导纳原理, 以及基尔霍夫第一、第二定律在相域内的适用性, 可以用于简化相域分析中, 以及正弦稳态情况下简单系统性电路的分析。下面仅举几例加以说明。

例 2.4 对于图 2.4 (a) 所示的电路, 有 $\bar{V} = 120 \angle 30^\circ \text{ V}$, 试求 $\bar{I}$, $\bar{I}_1$ 和 $\bar{I}_2$ 。此外, 画出标有全部电流及电源电压 $\bar{V}$ 的相量图。

解:

由欧姆定律, 得:

$$\bar{I}_1 = \frac{\bar{V}}{4 + j6} = \frac{120 \angle 30^\circ}{7.21 \angle 56.31^\circ} = 16.64 \angle -26.31^\circ \text{ A}$$

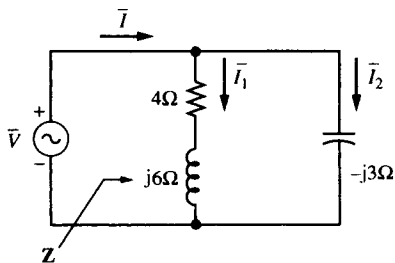
$$\bar{I}_2 = \frac{\bar{V}}{-j3} = \frac{120 \angle 30^\circ}{3 \angle -90^\circ} = 40 \angle 120^\circ \text{ A}$$

运用基尔霍夫电流定律, 得:

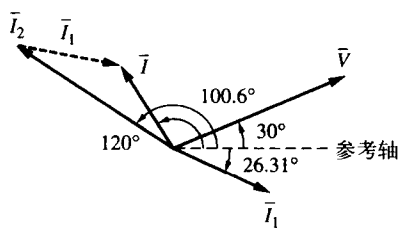
$$\bar{I} = \bar{I}_1 + \bar{I}_2 = (14.91 - j7.37) + (-20 + j34.64)$$

$$\bar{I} = -5.09 + j27.27 = 27.74 \angle 100.6^\circ \text{ A}$$

其相量图如图 2.4 (b) 所示, 图中可以明显看出 $\bar{I} = \bar{I}_1 + \bar{I}_2$, 从而验证了基尔霍夫电流定律。



(a) 相域电路



(b) 相量图

图 2.4 单相电路

尽管上述例题并不很复杂, 但足以看出在正弦稳态电路分析中, 复数的运算十分枯燥乏味。现在, 人们已经拥有了 MATLAB 程序 <cratio.m>, 可以使多个复数的除法简化为一个数值。与之相关的 MATLAB 程序 <csum.m> 又加入了一系列复数, 用户只要根据提示输入相关数据就可以了。

例 2.5 利用 MATLAB 程序 <cratio.m> 和 <csum.m>, 求解例 2.4 中的电流 $\bar{I}_1$, $\bar{I}_2$ 和 $\bar{I}$ 。

解:

运用 <cratio.m> 和 <csum.m>, 输入电压 $\bar{V}$ 作为分数中的分子, 支路阻抗作为分数中的分母, 便可以求出电流 $\bar{I}_1$ 和 $\bar{I}_2$, 屏幕上显示的结果如下:

```
RATIO OF COMPLEX NUMBER PRODUCTS
Form: 1-polar, 2-rectangular
How many numerator numbers? 1
Form of 1 = 1
Mag 1 = 120
Deg 1 = 30
How many denominator numbers? 1
Form of 1 = 2
Real 1 = 4
Imag 1 = 6
RATIO = 14.92 +j -7.376 = 16.64|-26.31deg
```

```
RATIO OF COMPLEX NUMBER PRODUCTS
Form: 1-polar, 2-rectangular
How many numerator numbers? 1
Form of 1 = 1
Mag 1 = 120
```

```

Deg 1 = 30
How many denominator numbers? 1
Form of 1 = 2
Real 1 = 0
Imag 1 = -3

RATIO = -20 +j 34.64 = 40|-120deg

```

运用<csum.m>, 输入已在<cratio.m>中求得的电流 $\bar{I}_1$ 和 $\bar{I}_2$ 的值, 将得到电流 $\bar{I}$ 。屏幕显示如下:

```

SUM OF COMPLEX NUMBERS
Form: 1-polar, 2-rectangular
How many numbers to be added? 2

Form of 1 = 1
Mag 1 = 16.64
Deg 1 = -26.31

Form of 2 = 1
Mag 2 = 40
Deg 2 = 120

SUM = -5.084 +j 27.27 = 27.74|-100.6deg

```

例 2.6 用<cratio.m>求解例 2.4 中的电流 $\bar{I}$ 和 $\bar{I}_1$ 。

解:

将<cratio.m>程序运用两次便可以算出电流 $\bar{I}$ 。首先输入阻抗 $\mathbf{Z}$, 由下式可得出:

$$\mathbf{Z} = \frac{(4 + j6)(-j3)}{4 + j6 - j3}$$

因此, 便可以由 $\bar{I} = \bar{V}/\mathbf{Z}$ 求出输入电流 $\bar{I}$, 屏幕显示如下:

```

RATIO OF COMPLEX NUMBER PRODUCTS
Form: 1-polar, 2-rectangular
How many numerator numbers? 2

Form of 1 = 2
Real 1 = 4
Imag 1 = 6

Form of 2 = 2
Real 2 = 0
Imag 2 = -3

How many denominator numbers? 1
Form of 1 = 2

```