

北京师大版课标本

发散思维

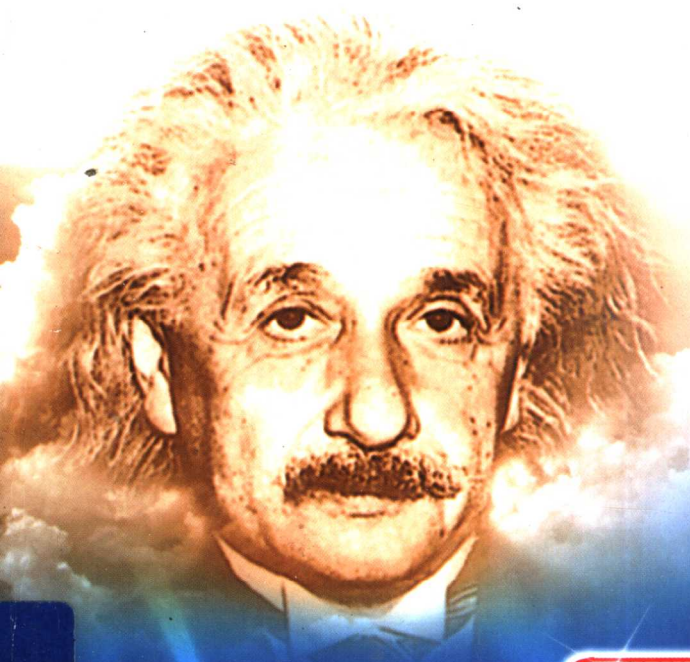
销量突破
100万套

大课堂

最新修订

丛书主编：希 扬

本书主编：源 流



龍門書局

www.Longmen.com.cn

八年级数学

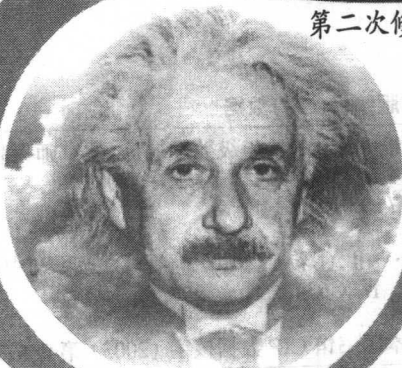
下

发散思维大课堂

北师大版课标本

八年级数学(下)

第二次修订版



源 流 本书主编

郭莉君 副 主 编

李晓安 编 著

麦道权

陈明铸 王惠英 何章琴 张家成
余 洋 唐 亮 李国新 叶宗清

龍 門 書 局

北 京

版权所有 翻印必究

举报电话:(010)64034160, 13501151303(打假办)

邮购电话:(010)64017892

图书在版编目(CIP)数据

发散思维大课堂. 八年级数学. 下: 北京师大版/希扬主编;
源流分册主编. —北京: 龙门书局, 2003

ISBN 7-80191-148-2

I. 发… II. ①希…②源… III. 数学课—初中—教学
参考资料 IV. G634

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2003) 第 086777 号

责任编辑: 徐 蕊 / 封面设计: 东方上林

龍 門 書 局 出 版

北京东黄城根北街 16 号

邮政编码: 100717

<http://www.longmen.com.cn>

北京一二零一工厂印刷

科学出版社发行 各地书店经销

*

2004 年 1 月第 一 版 开本: A5 890×1240

2005 年 11 月第二次修订版 印张: 9 1/2

2005 年 11 月第三次印刷 字数: 294 000

印数: 70 001—100 000

定 价: 11.00 元

(如有印装质量问题, 我社负责调换)

前言



《发散思维大课堂》丛书历经数载，销量已突破100万套，当之无愧地成为教辅书界的名牌。为了使本丛书内容和质量更臻完美，适用范围更广，我们依据最新教材、考纲，参照最新国家义务教育课程标准的新理念、新思想、新方法、新目标，对本丛书进行了全方位的修订，并配备了适用于全国各省（市）、自治区需要的课标本。

《发散思维大课堂》课标本设置栏目如下：

课标定位梳理 充分体现课标的新理念，高度概括本章（或单元）的知识、能力、情感认知目标，全面介绍学习本章（或单元）知识所常用的思想方法及规律，使学生通过自主学习、合作学习、互动学习达到本章（或单元）的预期学习目的和效果。

自主学习提示 为学习本节（或课）知识提供背景材料和相关知识，从而为学生自主探究、拓展发散思维做必要的铺垫，并以画龙点睛之笔点出重难点，以此作为发散思维的主线。

发散思维分析 从知识点、重点、难点出发，分析本节（或课）的知识内容及相互关系，使学生掌握突破重点、化解难点的方法。并在其中精心设计新颖的探究问题，引导学生通过探究过程激发兴趣，点点透析，层层递进，运用发散思维的方法揭示思维规律，解决实际问题，从而突出解题技巧，达到融会贯通的目的。

发散思维应用 精选新中考中“能力型、开放型、应用型、探究型、阅读理解型、材料分析型、综合型”的试题，通过典型例题引路，从重点问题的多角度、多侧面、多层次分析展开发散思维，培养学生概念辨析、综合概括、转化变形、思维迁移、逆向运用、实验设计、书写表达、多解多变等全方位能力。

自主达标演练 结合本节知识建立自我测评平台，体现随学随练。除了提高原发散思维题的质量外，还精选一定数量的“生活发散”、“趣味发散”、“应用发散”、“探究发散”、“实验发散”题目，点对点例题，题题揭示规律。

QIANYAN

思维整合升华 本栏目分为三个层次：

知识网络建构 梳理知识结构，将本章的知识科学化、系统化，从而达到整合思维、提升能力的目的。

新题型新中考 概述新中考的发展方向，提供翔实信息，引导思维联想，激发思维活性。其中，汇集了大量的发散思维延伸题、课标新题、中考名题，解题过程中对考点、思维规律、技巧均予点拨，从而全面提升综合能力、创新能力和应试能力。

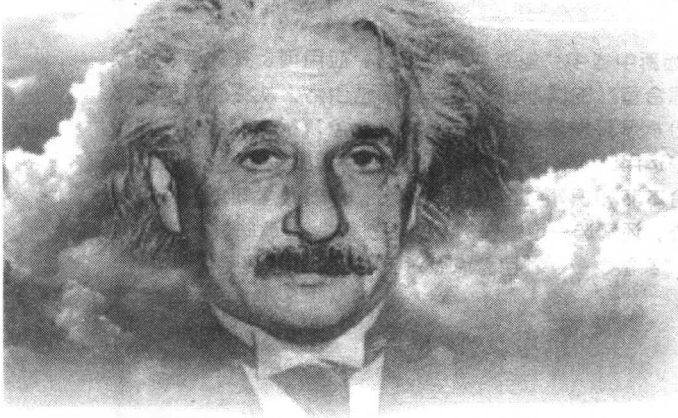
知能转化平台 建立多样化的自我测评平台，促进知识向能力的转化，鼓励学生通过自主探究、自我解惑，提高创新能力、应试能力。

本书选用如下发散思维类型：题型发散、解法发散、生活发散、趣味发散、应用发散、实验发散、纵横发散、转化发散、组合发散、迁移发散、分解发散、逆向发散、探究发散、综合发散。

本套丛书由浅入深，精析多练，学练结合，阶梯训练，逐步提高，并揭示中、高考的应试规律，使学生的学习与应试实际更贴近，从而提高学生灵活运用知识的能力，增加迁移应变能力和创造性思维能力。

由于本套丛书修订时间紧迫和编者水平所限，不妥之处，祈望读者不吝赐教。

源 流



MULU

目录

第一单元 一元一次不等式和一元一次不等式组

课标定位梳理	1
1. 不等关系 不等式的基本性质	2
2. 不等式的解集 一元一次不等式	12
3. 一元一次不等式与一次函数 一元一次不等式组	25
思维整合升华	41

第二单元 分解因式

课标定位梳理	50
1. 分解因式 提公因式法	51
2. 运用公式法	59
思维整合升华	67

第三单元 分式

课标定位梳理	74
1. 分式 分式的乘除法	75
2. 分式的加减法	85
3. 分式方程	94
思维整合升华	104
期中测试题	113

第四单元 相似图形

课标定位梳理	116
1. 线段的比 黄金分割 形状相同的图形	117

2. 相似多边形 相似三角形 探索三角形相似的条件	128
3. 测量旗杆的高度 相似多边形的性质 图形的放大与缩小	137
思维整合升华	147

第五单元 数据的收集与处理

课标定位梳理	159
1. 每周干家务活的时间 数据的收集 频数与频率	160
2. 数据的波动	172
思维整合升华	184

第六单元 证明(一)

课标定位梳理	193
1. 你能肯定吗 定义与命题	194
2. 为什么它们平行 如果两条直线平行	201
3. 三角形内角和定理的证明 关注三角形的外角	209
思维整合升华	221
期末测试题	229
参考答案	232

第一单元 一元一次不等式和一元一次不等式组

课标定位梳理

一、单元目标定位

1. 知识目标定位

(1) 经历由具体实例建立不等式模型的过程, 了解不等式和一元一次不等式的有关概念, 掌握不等式的三条基本性质.

(2) 了解不等式的解和解集的概念, 掌握一元一次不等式的解法, 会在数轴上表示不等式的解集.

(3) 了解一元一次不等式组及其解集的概念, 掌握一元一次不等式组的解法, 会用数轴表示一元一次不等式组的解集.

2. 能力目标定位

初步认识一元一次不等式的应用价值. 会用不等式和不等式组解决有关不等关系的简单实际问题, 感知不等式、函数、方程的不同作用与内在联系, 发展学生分析问题、解决问题的能力.

二、单元学法指导

学习本单元内容应注意以下的思想方法和规律:

(1) 数形结合的思想.

在数轴上表示数是数形结合思想的具体体现, 在数轴上表示解集比在数轴上表示数又前进了一步, 本章中把不等式的解集在数轴上直观地表示出来, 可以形象、直观地看到不等式有无数多个解, 并易于确定不等式组的解集.

(2) 类比方法.

类比方法是指在不同对象之间, 或者在事物与事物之间, 根据它们某些方面(如特征、属性、关系)的相似之处进行比较. 如学习一元一次不等式, 应将其与一元一次方程, 一次函数等有关问题进行类比, 以达到深化思维、提高能力的目的.

1. 不等关系

不等式的基本性质



自主学习提示

一、相关知识链接

1. 等式

用等号“=”来表示相等关系的式子叫等式.

必须注意不能将代数式与等式混淆. 等式含有等号, 是表示两个式子的“相等关系”, 而代数式不含等号, 它只能作等式的一边, 如 $3x-6$, $4+x$ 是代数式, 而 $3x-1=5$ 才是等式.

2. 等式的性质

等式性质 1: 等式两边都加上(或减去)同一个数或同一个整式, 所得结果仍是等式.

等式性质 2: 等式两边都乘以(或除以)同一个数(除数不能是 0), 所得结果仍是等式. 等式的上述性质是方程同解原理的依据.

3. 等式的左边、右边

在等式中, 等号左、右两边的分子, 分别叫做这个等式的左边、右边.

二、重难点知识提示

重点: 了解不等式的意义, 类比等式性质发现不等式的基本性质.

难点: 对不等式基本性质 3 的理解和运用.



发散思维分析

一、通过实例感受生活中存在着大量的不等关系

了解不等关系的表示方法和实际意义, 通过对问题的探索, 初步体会到生活中的量与量之间的变化, 发现不等式与方程之间的区别.

二、把实际问题中的不等量关系抽象转化成不等式, 从而建立不等式模型

三、不等式的概念及表示

1. 定义

凡用符号“<”(或“ $\leq$ ”), “>”(或“ $\geq$ ”)连接的式子叫做不等式 (inequality).

2. 五种不等号的读法及意义

(1)“ $<$ ”读作“小于”，表示其左边的量比右边的量小.

(2)“ $>$ ”读作“大于”，表示其左边的量比右边的量大.

(3)“ $\neq$ ”读作“不等于”，它说明两个量之间的关系是不相等的，但不能明确哪个大哪个小.

(4)“ $\geq$ ”读作“大于或等于”，即“不小于”，表示左边“不小于”“右边”.

(5)“ $\leq$ ”读作“小于或等于”即“不大于”，表示左边不大于右边.

四、不等式的基本性质

1. 性质 1: 不等式的两边都加上(或减去)同一个整式, 不等号的方向不变

例如 $6 > 3$, 左边 $6 + 4 = 10$, 右边 $3 + 4 = 7$.

$\therefore 10 > 7, \therefore 6 + 4 > 3 + 4$.

即如果 $6 > 3$, 那么 $6 + 4 > 3 + 4$.

(1) 不等式性质 1 的学习与等式的基本性质的学习相类似, 可用对比的方法进行探究.

(2) 性质 1 中的“同一个整式”的含义不仅包括相同的数, 此外, 还包括同一个单项式或多项式.

2. 性质 2: 不等式的两边都乘以(或除以)同一个正数, 不等号的方向不变

例如 如果 $m < n$, 那么不等式两边同时乘以 5, 则有 $5m < 5n$; 若不等式两边同时除以 6, 则有 $\frac{m}{6} < \frac{n}{6}$.

应用性质 2 要正确理解“不等号方向不变”的意义, 它指的是如果原来是“ $<$ ”, 那么结论仍是“ $<$ ”; 如果原来是“ $\geq$ ”, 那么结论仍是“ $\geq$ ”.

3. 性质 3: 不等式的两边都乘以(或除以)同一个负数, 不等号的方向改变

要正确理解性质 3 中的“不等号方向改变”的意义, 即如果原来是“ $<$ ”, 那么结论将改为“ $>$ ”; 如果原来是“ $\geq$ ”, 那么结论将改为“ $\leq$ ”.

不等式的基本性质是本节的重点, 它是不等式变形的重要依据, 是学习不等式的基础.

不等式的基本性质 3 的运用是本节的难点. 在乘(除)以同一个数时, 必须首先注意这个数是正数还是负数, 如果是负数, 不等号的方向应改变.

下面让我们共同探究一个关于不等式的问题:

❖ 与你探究 ❖

【问题】(2004·重庆市实验区)我市某化工厂, 现有甲种原料 296 kg, 计划利用这种原料与另一种原料(足够多)配合生产 A、B 两种产品共 50 件. 已知生产一件 A 型产品需要甲种原料 15 kg, 生产一件 B 型产品需要甲种原料 2.5 kg, 若该

化工厂现有的原料能保证生产,试写出满足生产 A 产品 x (件)的关系式.

【准备】 由于生产 A, B 两种产品需要的甲种原料不得超过 296 kg,故也应该列不等式.如果列为等式,则只考虑到将 296 kg 甲种原料全部用完这种情况.事实上,这只是一种特例,不能真正反映问题中的情境.在考虑实际问题时,尊重实际存在十分重要,不可用“相等”去代替“不等”关系.

【过程】 $15x + 2.5(50 - x) \leq 296$.

【评析】 任何事物都是相互联系的,数学也不例外.“相等关系”和“不等关系”揭示了问题的两个方面.“有相等”,必然“有不等”.因此,我们必须用辨证的思想去看待这个问题.在解决某些问题时(尤其是解决实际问题),是列方程还是列不等式,要根据实际情况来决定.

下面让我们再共同探究一个关于择优决策的问题:

❖ 与你探究 ❖

【问题】 某糖果商店新进 60 kg 散装奶糖,为了获得更多利润,商店决定将其包装后再出售.现有 3 kg 装和 2 kg 装两种包装盒,每只包装盒成本分别为 0.8 元和 0.6 元.若考虑到顾客需求,商店要求 2 kg 装的奶糖总量不少于 20 kg,那么,怎样设计包装方案,才能使包装盒成本最低? 最低成本是多少元(要求说明理由)?

【准备】 数学能帮助我们解决很多实际问题,这里所谓的设计方案,实质是要求出包装 3 kg 和 2 kg 奶糖的盒子各多少个.然后,在可行的方案中,寻找成本最低的那一种设计.此时,有两个量不可忽视:(1)新进奶糖 60 kg;(2)2 kg 装的奶糖总量不少于 20 kg.

【过程】 设 3 kg 装和 2 kg 装奶糖的包装盒各用 x 只和 y 只,包装盒的总成本为 z 元,则有

$$\begin{cases} 3x + 2y = 60, & \text{①} \\ z = 0.8x + 0.6y, & \text{②} \end{cases}$$

$$\text{由①得 } x = 20 - \frac{2}{3}y, \quad \text{③}$$

$$\text{将③代入②中,得 } z = \frac{1}{15}y + 16.$$

$\because x, y$ 是正整数, $\therefore$ 由③知 y 是 3 的倍数.

又 $\because 2y \geq 20$, 将不等式两边都除以 2, 得 $y \geq 10$,

$\therefore$ 要使 z 最小, y 必须取最小值.

综合上面的分析,应取 $y = 12$, 此时 $x = 12, z = 16.8$.

故装 3 kg 奶糖和 2 kg 奶糖的包装盒各用 12 只时,才能使包装盒成本最低,最低成本为 16.8 元.

【评析】在市场经济竞争十分激烈的今天,学会比较和择优决策十分重要,这类问题中以生产营销决策和旅游支付决策见长.



发散思维应用

典型例题 1

用适当的符号表示下列关系:

- (1) a 比 b 大;
- (2) x 不大于 2;
- (3) x 的 $\frac{1}{3}$ 与 x 的 2 倍的差是非负数;
- (4) a 与 b 两数和的平方不可能大于 3;
- (5) a 的绝对值与 -8 的差是正数;
- (6) a 与 b 差的平方不小于 0.

分析 本题是将语言叙述的数量关系转化为相应的不等式,在用不等式表示这些数量关系时,要特别注意谁大、谁小、不大于、不小于、不可能大于、正数、非负数、非正数等特殊的数学语言的正确表达.

- 解** (1) $a > b$; (2) $x \leq 2$;
 (3) $\frac{1}{3}x - 2x \geq 0$; (4) $(a + b)^2 \leq 3$;
 (5) $|a| - (-8) > 0$; (6) $(a - b)^2 \geq 0$.

【题型发散】

发散 1 下列各数: $\frac{1}{2}, -4, \pi, 0, 5.2, 3$. 其中使不等式 $x - 2 > 1$ 成立的是

()

- A. $-4, \pi, 5.2$ B. $\pi, 5.2, 3$
 C. $\frac{1}{2}, 0, 3$ D. $\pi, 5.2$

分析 用验证法:将上述各数分别代入代数式 $(x - 2)$ 中,求其值,求得的值比 1 大的,说明该数使不等式成立,否则不成立.

解 因为当 $x = \frac{1}{2}, -4, \pi, 0, 5.2, 3$ 时,代数式的值分别为 $-\frac{3}{2}, -6, \pi - 2, -2, 3.2, 1$, 其中只有 $\pi - 2$ 与 3.2 大于 1, 故上述各数中只有 π 和 5.2 使不等式 $x - 2 > 1$ 成立. 故本题应选 D.

发散 2 做一做,完成下列填空:

$$2 < 3, 2 \times 5 \quad \quad \quad 3 \times 5;$$

$$2 < 3, 2 \times \frac{1}{2} \quad \quad \quad 3 \times \frac{1}{2};$$

$$2 < 3, 2 \times (-1) \quad \quad \quad 3 \times (-1);$$

$$2 < 3, 2 \times (-5) \quad \quad \quad 3 \times (-5);$$

$$2 < 3, 2 \times \left(-\frac{1}{2}\right) \quad \quad \quad 3 \times \left(-\frac{1}{2}\right).$$

你发现了什么? 请你再举几例试一试, 还有类似的结论吗? 与同伴交流.

解 通过计算结果不难发现: 前两个空填“<”, 后三个空填“>”, 再举几例分析、观察、发现规律, 如 $1 > -2, 1 \times 2 = 2, (-2) \times 2 = -4, 2 > -4$, 故 $1 \times 2 > (-2) \times 2$;

$1 \times \frac{1}{3} = \frac{1}{3}, (-2) \times \frac{1}{3} = -\frac{2}{3}, \frac{1}{3} > -\frac{2}{3}$, 所以 $1 \times \frac{1}{3} > (-2) \times \frac{1}{3}$; $1 \times (-1) = -1, (-2) \times (-1) = 2, -1 < 2$, 所以 $1 \times (-1) < (-2) \times (-1)$.

发现结论:

不等式的基本性质 2: 不等式的两边都乘以(或除以)同一个正数, 不等号的方向不变.

不等式的基本性质 3: 不等式的两边都乘以(或除以)同一个负数, 不等号的方向改变.

【趣味发散】

发散 3 对联趣题.

乾隆皇帝下江南时, 遇到一位老寿星, 问他年纪多大? 寿星作一上联“花甲重开外加三七岁月”回答, 大臣纪晓岚听后对出下联“古稀双庆还多一个春秋”表示已知其岁数.

同学们, 你能从这副对联中知道老寿星的年龄是多少吗?

分析 古时常用“花甲”、“古稀”等词语来指代人的年龄, 其中“花甲”指 60 岁, “古稀”指 70 岁, 现在常说成“六十花甲, 七十古稀”. 这样的词语常见的还有“而立”(30 岁)、“不惑”(40 岁)、“半百”(50 岁)等.

解 老寿星的上联中“花甲重开”意指两个 60 岁, “三七岁月”则指 21 岁, 所以老寿星回答的年龄是 141 岁.

大臣纪晓岚的下联中“古稀双庆”意指两个 70 岁, “一个春秋”则指一岁, 他从上联中推算出老寿星的年龄后又用另一种方式(下联)表达出寿星的年龄是 141 岁.

【生活发散】

发散 4 某商店先在广州以每件 15 元的价格购进某种商品 10 件, 后来到深

圳以每件 12.5 元的价格购进同种商品 40 件. 如果商店销售这些商品时, 每件 x 元, 获大于 12% 的利润. 用不等式表示以上问题中的不等关系, 并检验 $x = 14$ (元) 是否使不等式成立.

解 由题意得不等式:

$$(10 + 40)x - (15 \times 10 + 12.5 \times 40) > (15 \times 10 + 12.5 \times 40) \times 12\%,$$

$$\text{当 } x = 14 \text{ 时, 左边} = 50 \times 14 - (150 + 500) = 700 - 650 = 50,$$

$$\text{右边} = (150 + 500) \times 12\% = 78,$$

$\therefore$ 左边 $<$ 右边, 故 $x = 14$ 时不等式不成立.

典型例题 2

根据不等式的性质, 把下列不等式化为 $x > a$ 或 $x < a$ 的形式 (a 为常数):

$$(1) \frac{1}{3}x > -\frac{2}{3}x - 2;$$

$$(2) \frac{1}{2}x \leqslant \frac{1}{2}(6 - x);$$

$$(3) -3x > 2;$$

$$(4) -3x + 2 < 2x + 3.$$

分析 根据题中要求, 只需利用不等式的基本性质, 把所给不等式逐步化成所需的形式.

解 (1) 根据不等式基本性质 1, 不等式两边都加上 $\frac{2}{3}x$, 不等号方向不变.

$$\therefore \frac{1}{3}x + \frac{2}{3}x > -\frac{2}{3}x - 2 + \frac{2}{3}x.$$

$$\therefore x > -2;$$

(2) 根据不等式基本性质 1, 不等式两边都加上 $\frac{1}{2}x$, 不等号方向不变.

$$\therefore \frac{1}{2}x + \frac{1}{2}x \leqslant \frac{1}{2}(6 - x) + \frac{1}{2}x.$$

$$\therefore x \leqslant \frac{1}{2} \times 6 - \frac{1}{2}x + \frac{1}{2}x.$$

$$\therefore x \leqslant 3;$$

(3) 根据不等式基本性质 3, 不等式两边都除以 -3 , 不等号方向改变.

$$\therefore \frac{-3x}{-3} < \frac{2}{-3}, \therefore x < -\frac{2}{3};$$

(4) 根据不等式基本性质 1, 不等式两边都加上 $-2x - 2$, 不等号方向不变.

$$\therefore -3x + 2 - 2x - 2 < 2x + 3 - 2x - 2.$$

$$\therefore -5x < 1.$$

再根据不等式基本性质 3, 不等式两边同时除以 -5 , 不等号方向改变.

$$\therefore \frac{-5x}{-5} > \frac{1}{-5} \therefore x > -\frac{1}{5}.$$

解法指导 (1)不等式的变形每一步都必须有理由.(2)不等式性质3是三个性质中的重中之重.在运用时,一定要注意改变不等式的方向.

【题型发散】

发散1 若 $a - b < 0$, 则下列各式中一定正确的是 ()

A. $a > b$

B. $ab > 0$

C. $\frac{a}{b} < 0$

D. $-a > -b$

分析 用直接推算法.

解 由 $a - b < 0$, 得 $a < b$, $\therefore$ A 错;

$\therefore a$ 与 b 的正负不知道, $\therefore b, c$ 不一定正确; 对 $a < b$ 两边同乘以 -1 , 得 $-a > -b$.

故本题应选 D.

发散2 在下面横线上填上等号或不等号.

设 $m > n$, 那么:

$$m - 5 \quad \quad \quad n - 5; \quad -5m \quad \quad \quad -5n;$$

$$\frac{m}{10} \quad \quad \quad \frac{n}{10}; \quad mp \quad \quad \quad np.$$

解 设 $m > n$, 那么 $m - 5 > n - 5$ (根据不等式性质 1);

$-5m < -5n$ (根据不等式性质 3);

$$\frac{m}{10} > \frac{n}{10} \text{ (根据不等式性质 2);}$$

当 $p > 0$ 时, $mp > np$,

当 $p = 0$ 时, $mp = np$,

当 $p < 0$ 时, $mp < np$.

【纵横发散】

发散3 已知 $a < 0$, $-1 < b < 0$, 试将 a, ab, ab^2 从小到大依次排列.

分析 由 $a < 0, b < 0$, 可知 ab 是正数, a 和 ab^2 是负数. 由 $-1 < b < 0$ 可知 $b^2 < 1$, 将 $b^2 < 1$ 的两边都乘以负数 a , 得 $ab^2 > a$.

解 $\because a < 0, -1 < b < 0, \therefore ab^2 < 0, ab > 0$.

又 $\because -1 < b < 0, \therefore 0 < -b < 1, \therefore b^2 < 1, \therefore ab^2 > a$,

$\therefore a, ab, ab^2$ 从小到大依次是: $a < ab^2 < ab$.

【综合发散】

发散4 比较下列各题两式的大小:

$$(1) \frac{a}{3} - 3 \text{ 与 } \frac{a}{3} - 4;$$

$$(2) a + b \text{ 与 } a - b;$$

$$(3) \frac{a^2 - b^2 + 2}{2} \text{ 与 } \frac{a^2 - 2b^2 + 1}{3}.$$

分析 直接比较上述各题中两式的大小是不容易的. 可以先把两式的差求出, 再根据差的结果即可判断谁大谁小.

$$\text{解 } (1) \because \frac{a}{3} - 3 - \left(\frac{a}{3} - 4 \right) = \frac{a}{3} - 3 - \frac{a}{3} + 4 = 1 > 0,$$

$$\therefore \frac{a}{3} - 3 > \frac{a}{3} - 4;$$

$$(2) (a + b) - (a - b) = a + b - a + b = 2b.$$

$$\text{当 } b > 0 \text{ 时, } 2b > 0, \therefore a + b > a - b.$$

$$\text{当 } b < 0 \text{ 时, } 2b < 0, \therefore a + b < a - b.$$

$$\text{当 } b = 0 \text{ 时, } 2b = 0, \therefore a + b = a - b;$$

$$(3) \frac{a^2 - b^2 + 2}{2} - \frac{a^2 - 2b^2 + 1}{3} = \frac{3(a^2 - b^2 + 2) - 2(a^2 - 2b^2 + 1)}{6} = \frac{3a^2 - 3b^2 + 6 - 2a^2 + 4b^2 - 2}{6} = \frac{a^2 + b^2 + 4}{6}.$$

$$\because a, b \text{ 为任意有理数时, } a^2 \geq 0, b^2 \geq 0,$$

$$\therefore a^2 + b^2 + 4 > 0, \frac{1}{6}(a^2 + b^2 + 4) > 0.$$

$$\therefore \frac{a^2 - b^2 + 2}{2} > \frac{a^2 - 2b^2 + 1}{3}.$$

解法指导 判断两个数的大小的最简单的方法就是“比差法”, 即若 $A - B > 0$, 则 $A > B$; 若 $A - B = 0$, 则 $A = B$; 若 $A - B < 0$, 则 $A < B$.



自主达标演练

这些知识你应该掌握

【题型发散】

1. 在数学表达式① $-3 < 0$; ② $4x + 3y > 0$; ③ $x = 3$; ④ $x^2 + xy + y^2$; ⑤ $x \neq 5$; ⑥ $x + 2 > y + 3$ 中, 不等式有 ()

A. 1 个

B. 3 个

C. 4 个

D. 5 个

2. 若 $m < n$, 则在下列各式中, 正确的是 ()

A. $m - 3 > n - 3$ B. $3m > 3n$ C. $-3m > -3n$ D. $\frac{m}{3} > \frac{n}{3}$

3. 若 $0 < x < 1$, 则 x^2 _____ x , $\frac{1}{x}$ _____ x .

4. 用“ $>$ ”或“ $<$ ”填空:

(1) 若 $\pi a < -b$, 则 $-\pi a$ _____ b ;

(2) 若 $2a < -b$, 则 $-2a$ _____ b ;

(3) 若 $a - b > a$, 则 b _____ 0 .

【纵横发散】

根据不等式的基本性质, 把下列不等式化成 $x > a$ 或 $x < a$ 的形式:

(1) $x - 5 < 1$;

(2) $6x < 5x + 3$;

(3) $\frac{1}{4}x > 7$;

(4) $-5x < -2$.

【应用发散】

杨嫂在再就业服务中心的扶持下, 创办了一个报刊零售点. 对经营的某种晚报, 她提供了如下信息:

(1) 买进每份 0.20 元, 卖出每份 0.30 元;

(2) 一个月内(以 30 天计), 有 20 天每天可以卖出 200 份, 其余 10 天每天只能卖出 120 份;

(3) 一个月内, 每天从报社买进的报纸份数必须相同, 当天卖不掉的报纸, 以每份 0.10 元退回给报社.

设每天从报社买进该种晚报 x 份, $120 \leq x \leq 200$ 时, 月利润为 y 元, 试求出 y 与 x 的函数关系式, 并求月利润的最大值.

【探究发散】

阅读理解: 我们知道, 实数与数轴上的点是一一对应的. 在数轴上不同的两点中, 右边的点表示的实数比左边的点表示的实数大.

例如: 点 A 表示实数 a , 点 B 表示实数 b , 由图可以看出点 A 在点 B 的右边, 则 $a > b$.

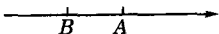


图 1-1

如图 1-1, $a > b$ 就表示 a 减去 b 所得的差是一个大于 0 的数即正数, 一般地:

如果 $a > b$, 那么 $a - b$ 是正数; 反过来, 如果 $a - b$ 是正数, 那么 $a > b$.

如果 $a < b$, 那么 $a - b$ 是负数; 反过来, 如果 $a - b$ 是负数, 那么 $a < b$.