北京师大版课标本

最新修订

200万套销量

名誉主编 冒浩琮
丛书主编 希 扬

三点一测丛书

树品牌典范 拓成才之路

八年级数学 上

孔凡海 主编

探究目标

探究指导

快乐套餐

科学出版社 龙门书局

二次修订版

☆ 与 2005 年**北京师大版**最新教材同步 ☆

三点一测丛书

八年级数学(上)

⊙ 本册主编：孔凡海

编　　者：吴　宁　周　欣
姚国梁　莫　凡
文青松　陈敏刚
周　毅　方　健
王晓南　周新兰
胡友海　周小东
戴　苏　蒋文军
郑之敏

科学出版社　龍門書局

北　京

图书在版编目(CIP)数据

三点一测丛书.八年级数学.上:北京师大版课标本/希扬丛书主编;孔凡海主编.—修订版.—北京:科学出版社 龙门书局,2005

ISBN 7-80191-027-3

Ⅰ.三…　Ⅱ.①希…②孔…　Ⅲ.数学课-初中-教学参考资料　Ⅳ.G634

中国版本图书馆CIP数据核字(2003)第047143号

组稿编辑:王　敏/责任编辑:韩　博

封面设计:东方上林工作室

科学出版社
龙门书局　出版

北京东黄城根北街16号

邮政编码:100717

http://www.longmen.com.cn

化学工业出版社印刷厂 印刷

科学出版社总发行　　各地书店经销

*

2003年6月第　一　版　　开本:A5(890×1240)

2005年5月第二次修订版　　印张:8 3/4

2005年5月第六次印刷　　字数:252 000

印数:310 001—440 000

定　价:10.50元

(如有印装质量问题,我社负责调换)

前　　言

本书以国家义务教育课程标准为依据，与北京师大版的义务教育课程标准实验教科书《数学·八年级(上)》相配套，供初中二年级第一学期使用。

学习数学不仅要紧扣数学的基本要求，注重教材中的重点、难点分析，从而更牢固掌握所学到的知识。更要重视知识间的相互联系，不断总结数学方法，领悟数学思想，从而切实提高分析问题和解决问题的能力。同时还要适当扩大知识面，不断思索一些新问题，关注数学要求的变化，了解数学改革的动态，熟悉考试改革以及新的题型，如情景题、探索题、开放题、研究性问题等等。

基于上述想法，我们对本书的内容作了精心设计。

为了便于学习，本书的编排与教材相配套，章节与教材同步。每节包括探究目标、探究指导、快乐套餐等。

探究目标　简明扼要地列出本节的学习目的、学习要求以及需掌握的重点、难点知识。

探究指导　对本节应掌握的知识点进行归纳和总结，结合与之匹配的例题对应掌握的知识点进行详细讲解。每道例题的讲解分为"分析""解(或证明)""说明"三部分。"分析"是对解题思路进行分析、"解(或证明)"是解题的详细过程和步骤，"说明"是对该道例题进行归纳、指出解题中应注意的地方及易错之处等，并对同类例题进行总结，找出解答此类题的规律。

快乐套餐　供学生进行训练和自我检测，题型配备本着题型齐全的原则，注重开拓学生思维，帮助学生提高分析问题、解决问题的能力。

欢迎读者对本书的修订提出建设性的意见。

编　者

目　录

第一章　勾股定理 …… 1

1.1　探索勾股定理 …… 1

1.2　能得到直角三角形吗 …… 6

1.3　蚂蚁怎样走最近 …… 11

本章综合测试题 …… 14

第二章　实数 …… 19

2.1　数怎么又不够用了 …… 19

2.2　平方根 …… 24

2.3　立方根 …… 31

2.4　公园有多宽 …… 36

2.5　用计算器开方 …… 41

2.6　实数 …… 44

本章综合测试题 …… 51

第三章　图形的平移与旋转 …… 56

3.1　生活中的平移 …… 56

3.2　简单的平移作图 …… 61

3.3　生活中的旋转 …… 66

3.4　简单的旋转作图 …… 69

3.5　它们是怎样变过来的 …… 71

3.6　简单的图案设计 …… 75

本章综合测试题 …… 79

第四章　四边形性质探索 …… 82

4.1　平行四边形的性质 …… 82

4.2　平行四边形的判别 …… 86

4.3　菱形 …… 91

4.4　矩形、正方形 …… 95

4.5　梯形 …… 103

4.6 探索多边形的内角和与外角和 …… 109
4.7 平面图形的密铺 …… 114
4.8 中心对称图形 …… 119
本章综合测试题 …… 124
第五章 位置的确定 …… 130
5.1 确定位置 …… 130
5.2 平面直角坐标系 …… 137
5.3 变化的鱼 …… 144
本章综合测试题 …… 149
第六章 一次函数 …… 155
6.1 函数 …… 155
6.2 一次函数 …… 160
6.3 一次函数的图象 …… 164
6.4 确定一次函数表达式 …… 169
6.5 一次函数图象的应用 …… 173
本章综合测试题 …… 178
第七章 二元一次方程组 …… 183
7.1 谁的包裹多 …… 183
7.2 解二元一次方程组 …… 187
7.3 鸡兔同笼 …… 190
7.4 增收节支 …… 194
7.5 里程碑上的数 …… 198
7.6 二元一次方程与一次函数 …… 202
本章综合测试题 …… 206
第八章 数据的代表 …… 209
8.1 平均数 …… 209
8.2 中位数与众数 …… 215
8.3 利用计算器求平均数 …… 220
本章综合测试题 …… 225
期中测试卷 …… 227
期末测试卷 …… 233
参考答案与提示 …… 239

第一章 勾股定理

1.1 探索勾股定理

探究目标

1. 经历探索勾股定理及验证勾股定理的过程，发展合情推理能力，体会数形结合的思想.

2. 掌握勾股定理，了解利用拼图验证勾股定理的方法，并能运用勾股定理解决一些实际问题.

探究指导

数学宫殿

1. 勾股定理

如果直角三角形两直角边分别为 a、b，斜边为 c，那么 $a^2+b^2=c^2$，即直角三角形两直角边的平方和等于斜边的平方.

由于我们古代把直角三角形中较短的直角边称为勾，较长的直角边称为股，斜边称为弦，因此上述结论被称为“勾股定理”.

勾股定理有着悠久的历史. 古巴比伦人和古代中国人都看出了这个关系，古希腊的毕达哥拉斯学派首先证明了这个关系. 国际上一般称勾股定理为“毕达哥拉斯定理”(Pythagoras theorem).

2. 勾股定理的应用

勾股定理是直角三角形的一个重要性质，它把三角形有一个直角的“形”的特征，转化为三边“数”的关系，因此它是数形结合的一个典范. 勾股定理不仅应用于几何的计算与证明，而且广泛地应用于代数、

三角和其他自然科学以及工程技术、农业生产、日常生活中.

3. 关于勾股定理的验证方法

勾股定理的验证方法,据说已有 400 种证法之多,给出这些证明方法的不但有数学家、物理学家、数学业余爱好者,甚至还有政界要人,美国第 20 任总统加菲尔德就有一种巧妙的证法.

【例 1】 如图 1-1-1,一根旗杆于离地面 9m 处断裂,犹如装有铰链那样倒向地面,旗杆顶落于离旗杆底部 12m 处.请问旗杆在断裂之前高多少米?

解 依题意,$AB=12\text{m}$,$AC=9\text{m}$,

在直角三角形 ABC 中,由勾股定理:

$$BC^2=AB^2+AC^2$$

$$\Rightarrow BC^2=9^2+12^2=15^2$$

$$\Rightarrow BC=15(\text{m})$$

$$15\text{m}+9\text{m}=24\text{m},$$

故旗杆断裂之前有 24m 高.

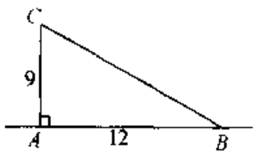


图 1-1-1

思路与技巧 (1)使用勾股定理,关键是分清直角边和斜边.

(2)例如一个直角三角形的两边长分别为 3cm 和 4cm,那么第三边长一定是 5cm 吗?未必,有可能 4cm 为斜边,3cm 和第三边为直角边,$4^2=3^2+x^2$,显然 $x\neq5$.

【例 2】 如图 1-1-2,分别以直角三角形的三边为边长向外作正方形,然后分别以三个正方形的中心为圆心、正方形边长的一半为半径作圆.试探索三个圆的面积之间的关系.

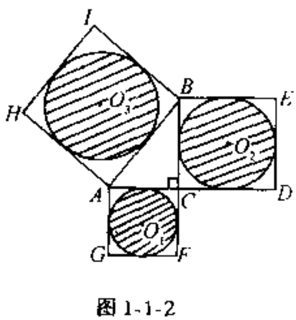


图 1-1-2

解 在直角三角形 ABC 中,设 $AB=c$,$AC=b$,$BC=a$.则

$$\text{圆 } O_1 \text{ 的面积 } S_1=\pi\cdot\left(\frac{b}{2}\right)^2,$$

$$\text{圆 } O_2 \text{ 的面积 } S_2=\pi\cdot\left(\frac{a}{2}\right)^2,$$

圆 O_3 的面积 $S_3=\pi\cdot\left(\frac{c}{2}\right)^2$.

由勾股定理,$c^2=a^2+b^2\Rightarrow\frac{c^2}{4}=\frac{a^2}{4}+\frac{b^2}{4}$

$\Rightarrow\pi\cdot\left(\frac{c}{2}\right)^2=\pi\cdot\left(\frac{a}{2}\right)^2+\pi\cdot\left(\frac{b}{2}\right)^2\Rightarrow S_3=S_1+S_2$,

即圆 O_3 的面积=圆 O_1 的面积+圆 O_2 的面积.

思路与技巧 以上则为勾股定理的一种变形.

[提出问题] 勾股定理的证明在数学史上创造了奇迹,从毕达哥拉斯到现在,世界上成千上万的人探索它的证明方法,你能成为他们中间的一位吗?请看图 1-1-3,请用拼成梯形的方法证明勾股定理.

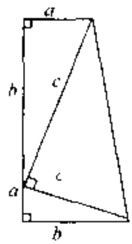


图 1-1-3

[探究过程] 由上图可知,梯形面积 $=\frac{1}{2}(a+b)(a+b)$,而构成梯形的三个直角三角形面积和 $=\frac{1}{2}ab+\frac{1}{2}ab+\frac{1}{2}c^2$.由于梯形面积=三个直角三角形面积之和,所以 $\frac{1}{2}(a+b)(a+b)=\frac{1}{2}ab+\frac{1}{2}ab+\frac{1}{2}c^2$,化简可得,$a^2+b^2=c^2$.

[探究评析] 利用拼图验证勾股定理,主要是巧妙构图,然后运用面积之间的关系进行验证,构思巧妙,独树一帜,所以至今仍广为流传,受到称赞.

快乐套餐

练一练,你会了吗?

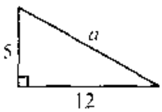
1. 判断.

(1)在直角三角形 ABC 中,$a^2+b^2=c^2$; ( )

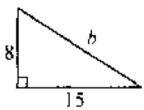
(2)直角三角形两直角边长都为 7,那么斜边长为 10; ( )

(3)在直角三角形 ABC 中,$a=3$,$b=4$,那么 $c=5$. ( )

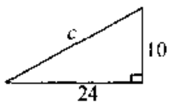
2. 求出图 1-1-4 中直角三角形的未知边的长度.

(1) 

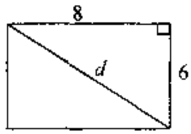
$a=$ ________;

(2) 

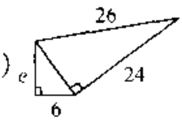
$b=$ ________;

(3) 

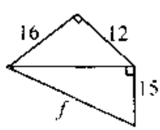
$c=$ ________;

(4) 

$d=$ ________;

(5) 

$e=$ ________;

(6) 

$f=$ ________.

图 1-1-4

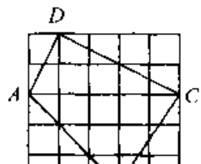


图 1-1-5

3. 如图 1-1-5,小方格都是边长为 1 的正方形,求四边形 $ABCD$ 的面积.

4. 求图 1-1-6 中阴影部分的面积.

(1)阴影部分是正方形 (2)阴影部分是半圆

图 1-1-6

5. 如图 1-1-7,已知直角三角形 ABC 的三边分别为 6,8,10,分别以它的三边为直径向外作三个半圆,求图中阴影部分的面积.

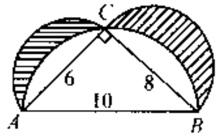
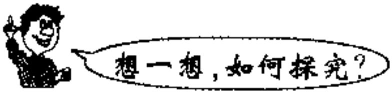


图 1-1-7



6. 暑假中,小明和同学们到某海岛去探宝旅游,按照如图 1-1-8 所示的路线探宝.他们到岛登陆点后先往东走 8km,又往北走 2km,遇到障碍后又往西走 3km,再折向北走 6km 处往东一拐,仅 1km 就找到宝藏,问登陆点到埋宝藏点的直线距离是多少?

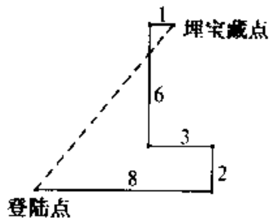


图 1-1-8

7. 如图 1-1-9 所示,铁路上 A、B 两站(视为直线上两点)相距 25km,C、D 为两村庄(视为两个点),$DA \perp AB$ 于 A,$CB \perp AB$ 于 B.已知 $DA = 15$km,$CB = 10$km,现要在铁路 AB 上建设一个土特产收购站 E,使得 C、D 两村到 E 站的距离相等,则 E 站应建在距 A 站多远处?

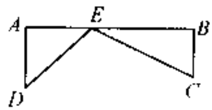


图 1-1-9

8. 如图 1-1-10 所示,在长方形 $ABCD$ 中,$AD = 10$cm,$AB = 8$cm,E 是 CD 上一点,若以 AE 为折痕,将$\triangle ADE$ 翻折过来,顶点 D 恰与 BC 边上的点 F 重合,求$\triangle AEF$ 的面积.

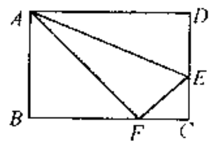
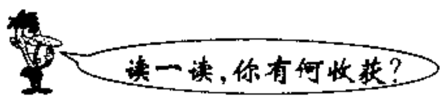


图 1-1-10



数学家趣闻轶事

据说,有一天,毕达哥拉斯去参加一个宴会.主人豪华的餐厅铺着漂亮的正方形大理石地砖.在等待就餐时,这位善于观察的数学家凝视脚下排列规则而美丽的正方形地砖,似乎发现了什么.于是他拿了一支笔蹲了下来,以一块地砖的对角线为边画了一个正方形,发现这个正方形的面积恰好等于两块地砖的面积之和.他很兴奋,再以两块

地砖拼成的矩形的对角线为边作另一个正方形,他发现这个正方形的面积等于5块地砖的面积之和.于是,毕达哥拉斯大胆猜想:是否任何直角三角形的斜边平方都恰好等于两直角边的平方和呢?

那顿饭,这位古希腊数学大师的视线一直都没有离开地砖.

毕达哥拉斯是西方第一个发现和证明勾股定理的数学家,可惜他的证法已经失传.

1.2 能得到直角三角形吗

探究目标

1. 掌握直角三角形的判别条件,并能运用它解决一些实际问题.
2. 通过实例了解勾股定理的历史和应用.

探究指导

1. 直角三角形的判别条件

如果一个三角形的三边长分别为 a、b、c,且满足 $a^2+b^2=c^2$,那么这个三角形是直角三角形.

以上是直角三角形的判别条件,常被称为“勾股定理的逆定理”.

它主要应用于判定某个三角形是否为直角三角形或者判定两条直线垂直.

2. 勾股数

满足条件 $a^2+b^2=c^2$ 的三个正整数,称为勾股数,常见的勾股数组有:

3,4,5; 5,12,13; 8,15,17; 7,24,25; 20,21,29; 9,40,41;…

这些勾股数组的整数倍数仍然是勾股数组.

【例 1】 已知,在$\triangle ABC$中,$a=m^2-n^2$,$b=2mn$,$c=m^2+n^2$,其中 m、n 是正整数,且 $m>n$,试判断$\triangle ABC$是否为直角三角形?

分析 本题的关键是确定最大边,然后根据直角三角形的判别条件来判定该三角形为直角三角形.

解 因 m、n 是正整数,且 $m>n$,

所以 $c>b$,$c>a$.

$$\begin{aligned}而\ a^2+b^2&=(m^2-n^2)^2+(2mn)^2\\&=m^4-2m^2n^2+n^4+4m^2n^2\\&=m^4+2m^2n^2+n^4\\&=(m^2+n^2)^2=c^2,\end{aligned}$$

故$\triangle ABC$为直角三角形.

思路与技巧 ①本题已知的式子:m^2-n^2,$2mn$,m^2+n^2 是一种勾股数组,任何一组满足 $m>n$ 的正整数的值,都可以得到一个勾股数组,这个勾股数组是由丢番图发现的.

②毕达哥拉斯发现的一种勾股数的表达式:$2n+1$,$2n^2+2n$,$2n^2+2n+1$;柏拉图又给出另一种公式:$2n$,n^2-1,n^2+1.

【例 2】 如图 1-2-1 所示,在正方形 $ABCD$ 中,E 为 AD 的中点,G 为 DC 上一点,且 $DG=\frac{1}{4}DC$,那么 BE 与 EG 是否垂直?为什么?

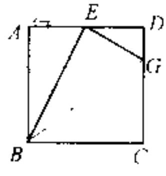


图 1-2-1

分析 判断 BE 与 EG 是否垂直,关键是构造直角三角形,利用直角三角形判别条件.

解 连结 BG.

设 $DG=a$,则 $DC=4a$,$ED=2a$,$AE=2a$,$AB=4a$.

在直角三角形 ABE 中,$BE^2=20a^2$,

在直角三角形 EDG 中,$EG^2=5a^2$,

这样,在直角三角形 BCG 中,$BG^2=BC^2+CG^2=25a^2$.

所以,在$\triangle BEG$中,$BG^2=BE^2+GE^2$,

故$\triangle BEG$为直角三角形,即有 $BE\perp EG$.

思路与技巧 设出 $DG=a$,这样便可使用代数的方法,数形结合.

探究体验

[提出问题] 已知:如图 1-2-2 所示,在 $\triangle ABC$ 中,$\angle ACB=90°$,$AC=BC$,P 是 $\triangle ABC$ 内一点,且 $PA=3$,$PB=1$,$PC=2$,求 $\angle BPC$ 的度数.

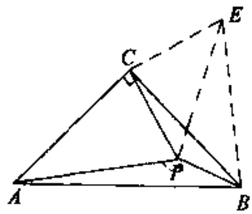


图 1-2-2

[探究过程] 过 C 作 $CE\perp CP$,并截取 $CE=CP=2$,连结 BE、PE.则

$\angle BCE+\angle PCB=\angle PCA+\angle PCB=90°$,

所以 $\angle BCE=\angle PCA$(同角的余角相等).

又因为 $CE=CP$,$BC=AC$,

所以 $\triangle CBE\cong\triangle CAP$(SAS),

故 $EB=PA=3$(全等三角形的对应边相等).

在 Rt$\triangle CPE$ 中,

由 $EC=PC$,得 $\angle CPE=45°$,

且 $PE^2=PC^2+EC^2=2^2+2^2=8$(勾股定理);

在 $\triangle PBE$ 中,

$PB^2+PE^2=1^2+8=9=BE^2$,

所以 $\angle EPB=90°$(直角三角形的判别条件),

故 $\angle BPC=90°+45°=135°$.

[探究评析] ①本问题的关键在于把 PA、PB、PC 三个已知线段相对集中起来,以便寻求它们之间的联系.

②这里利用旋转变换的思想,把 $\triangle PCA$ 转移到 $\triangle ECB$ 的位置,并把它们之间的数量关系和勾股定理及它的逆定理巧妙地结合在一起,所以能够突破难点,迅速求得结果.

快乐套餐

练一练,你会了吗?

1. 判断.

(1)在$\triangle ABC$中,若$\angle A=\angle C-\angle B$,则$\triangle ABC$为直角三角形;（　　）

(2)在$\triangle ABC$中,若$a^2=b^2-c^2$,则$\triangle ABC$为直角三角形;（　　）

(3)在$\triangle ABC$中,$a:b:c=12:35:37$,则$\triangle ABC$为直角三角形;（　　）

(4)在$\triangle ABC$中,若$\angle A$、$\angle B$、$\angle C$度数之比是5:2:3,则$\triangle ABC$为直角三角形.（　　）

2. 如图1-2-3所示,在四边形$ABCD$中,$\angle A=90^\circ$,若$AB=4$cm,$AD=3$cm,$CD=12$cm,$BC=13$cm,求四边形$ABCD$的面积.

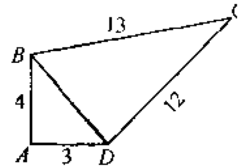


图1-2-3

3. 如图1-2-4所示,在$\triangle ABC$中,CD是AB边上的高,$AC=4$,$BC=3$,$DB=\frac{9}{5}$.

(1)求AD的长;

(2)$\triangle ABC$是直角三角形吗?为什么?

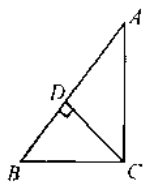


图1-2-4

想一想,如何探究?

4. 如图1-2-5,梯形的两条对角线长分别为10cm和17cm,高为8cm,求这个梯形的面积.

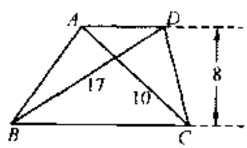
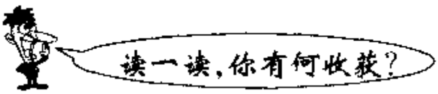


图1-2-5

5. 国家电力总公司为改善农村用电电费过高的现状,目前正在全国各地农村进行电网改造.友好乡有四个村庄A、B、C、D恰好位于一个长方形的四个顶

点,如图 1-2-6 所示.这个长方形的长为 8km,宽为 6km.现在计划在四个村庄之间架设线路相通.若想找一点,使这一点到四个村庄的距离之和最短,从而使得架设电线方案最节省,那么这一点应取在什么地方?并简要说明理由.并求出这点到四个村庄的距离之和.

图 1-2-6



美丽的勾股树

你可能去过森林公园,看到过许许多多千姿百态的植物.可是你是否见过图 1-2-7 中的勾股树呢?

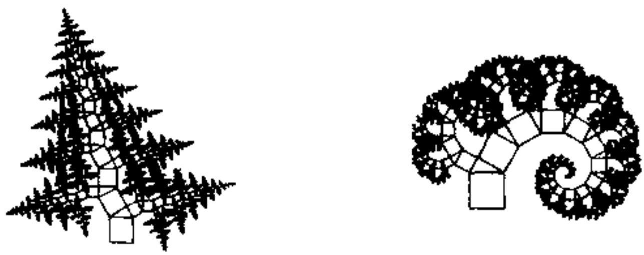


图 1-2-7

你知道这是如何画出来的吗?仔细看看,你就会发现那一个个细小的部分正是我们学过的勾股图,一个一个连接在一起,构成了多么奇妙美丽的勾股树!动手画画看,相信你也能画出其他形态的勾股树,如图 1-2-8.

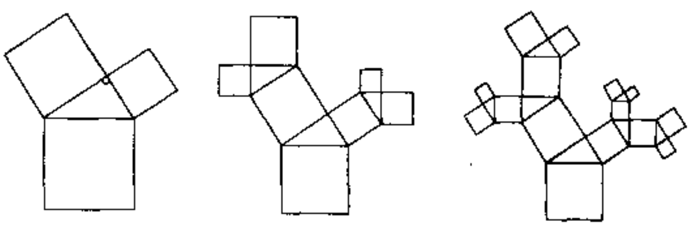


图 1-2-8

1.3　蚂蚁怎样走最近

探究目标

1. 能运用勾股定理及直角三角形的判别条件解决一些简单的实际问题.

2. 培养数学应用意识以及空间观念,提高数学应用能力和空间想像能力.

探究指导

1. 勾股定理是反映自然界基本规律的一条重要结论,它有着悠久的历史.在数学发展中起过重要的作用,在现实世界中也有着广泛的应用.

2. 勾股定理的发现、验证和应用蕴涵着丰富的文化价值.

3. 勾股定理从边的角度进一步刻画了直角三角形的特征.

【例 1】　如图 1-3-1 所示,为了求出湖两岸的 A、B 两点之间的距离,一个观测者在点 C 设桩,使三角形 ABC 恰好为直角三角形.通过测量,得到 AC 长 160m,BC 长 128m,问从点 A 穿过湖到点 B 有多远?

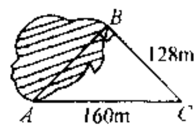


图 1-3-1

解　在直角三角形 ABC 中,

$AC=160$, $BC=128$,

根据勾股定理可得

$$AB^2=AC^2-BC^2=160^2-128^2=96^2,$$

所以 $AB=96(\mathrm{m})$.

答　从点 A 穿过湖到点 B 有 96m.