TEJIJIAOSHIJIAOSHUXUE

Teji Jiaoshijiao Shuxue

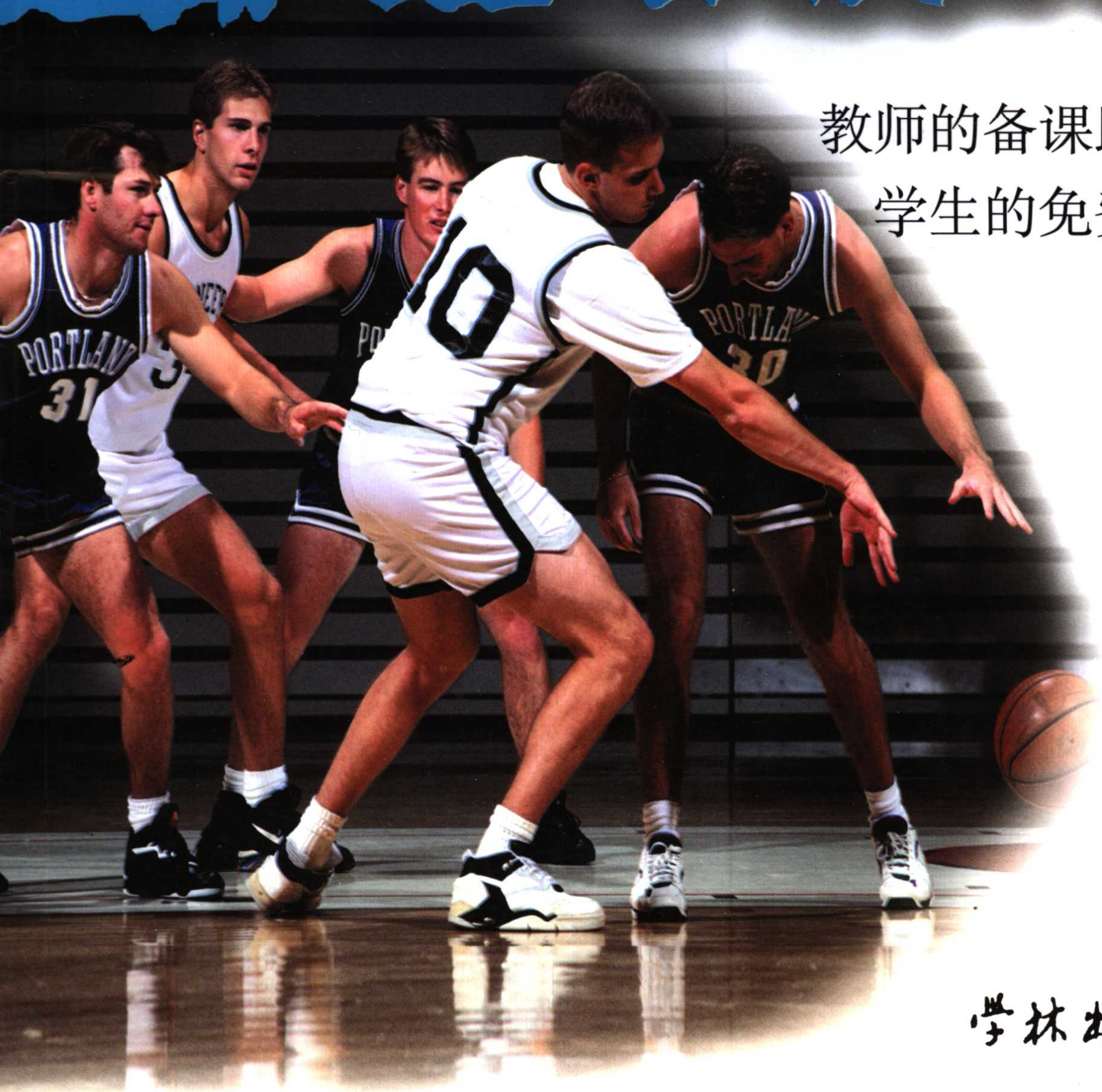
九年级

奚定华 主编

特级教师教数学

教师的备课助手

学生的免费家教



学林出版社

特级教师教数学

九年级

奚定华　主编
本册编写　叶锦义　奚根荣

学林出版社

图书在版编目（CIP）数据

特级教师教数学．九年级／奚定华主编．—上海：学林出版社，2001.12
ISBN 7-80668-232-5

Ⅰ.特… Ⅱ.奚… Ⅲ.数学课-初中-教学参考资料 Ⅳ.G634.603

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2001)第 092475 号

特级教师教数学(九年级)

主　　编—— 奚定华
本册编写—— 叶锦义　奚根荣
责任编辑—— 吴耀根
特约编辑—— 金　科
封面设计—— 桑吉芳
出　　版—— 学林出版社(上海钦州南路 81 号 3 楼)
　　　　　　电话：64515005　传真：64515005
发　　行—— 新华书店上海发行所
　　　　　　学林图书发行部(文庙路 120 号)
　　　　　　电话：63779027　传真：63768540
印　　刷—— 上海师范大学印刷厂
开　　本—— 787×1092　1/16
印　　张—— 14.5
字　　数—— 29 万
版　　次—— 2001 年 12 月第 1 版
　　　　　　2006 年 2 月第 3 次印刷
印　　数—— 10001-12300 册
书　　号—— ISBN 7-80668-232-5/G·90
定　　价—— 19.00 元

前　言

数学是中学的一门主要学科，要学好数学必须掌握数学基础知识和基本技能，提高运算能力、思维能力、空间想象能力和分析问题、解决问题的能力。有不少学生感到数学难学，面对一系列抽象的概念、一大堆定理和公式，不知所措、无所适从，迫切需要有名师指点。为此我们组织了在教学上有很高造诣和丰富经验的特级教师编写这套丛书。这些特级教师多年来在教学第一线工作，其中有些教师多次参加教材编写和中考、高考命题工作，这是他们数学教学工作的经验总结和心血结晶，相信对广大中学生的数学学习会有所启迪，对广大的中学数学教师的教学也会有所帮助。阅读本丛书，好像特级教师就在你身边给你上课，循循善诱、启发引导、分析点拨、指点迷津，帮助你抓住重点、掌握要领、克服难点，领悟数学的真谛。

本书具有以下几个特点：

1. 既重视基础知识和基本技能，又注意培养数学能力

本丛书深入浅出地阐述数学概念的本质，对定理、公式和法则进行透彻的分析，使读者通过学习，能深刻地理解数学基础知识和熟练地掌握数学的基本技能。书中精选典型例题，对每一个例题进行分析，引导读者通过对条件和结论以及它们之间关系的分析，探究解题的思路，并在解题的基础上，进行反思，总结解题的规律。又编制各种不同类型、不同层次的习题，让读者通过练习，提高运算能力、思维能力、空间想象能力和分析问题、解决问题的能力。

2. 既能用于新知识的学习，又能作为复习的参考

本丛书在每一个单元设有“重点难点分析”的栏目，对中学数学的重要概念、定理、公式和法则，难学的数学知识和技能进行详细的剖析，并通过例题加以说明，指出在学习过程中应该注意的问题和可能产生的错误，使读者阅读以后能真正抓住重点知识、克服学习中的困难。每一单元后附有习题，题型多样，供读者初步熟悉和操练之用。通过这一部分内容的学习，可以使读者扎扎实实地学好新的数学知识。在每一章结束之前设有“知识提要”栏目，系统地归纳总结本章重要的知识，分类进行整理，帮助读者巩固所学的知识。接着有“例题精选”栏目，选择典型的、综合的问题进行讲解，提高读者灵活和综合运用数学知识分析问题、解决问题的能力。还有“方法指导”栏目是本丛书的重要特色，从数学思想方法的高度对一章的内容进行概括，对读者进行学习方法和数学思想方法的指导。每一章还设有“复习题”栏目，选择综合性较强的问题，让读者通过练习沟通各种数学知识。这些栏目的设置，为读者复习巩固有关的数学知识，提供了丰富的参考资料。

3. 既能使基础较差的读者有所得益，又能使水平较高的读者有所提高

本丛书面向全体学生，可供不同水平的读者选用。书中有很多基本的内容、例题和习题，通过一步步的引导和适量的练习，使基础较差的学生能牢固地掌握基础知识和基本技能，达到基本的要求。同时又注意编写提高的、综合的、灵活运用的内容和习题，让水平较高的学生通过学习也能得到进一步的提高。在一章和一个阶段结束时的测试评估都分 A、B 两组，A 组是基本要求，B 组是较高要求，让读者根据自己的基础和要求选用。

本丛书由上海市著名的特级教师和部分高级教师负责编写工作，具体分工如下：六年

级:周齐、胡平;七年级:吴传发、唐棣;八年级:邹一心、孙兆桂;九年级:叶锦义、奚根荣;高一:李大元、张颂方;高二:胡仲威、何维安、钱民广、杨兴中;高三:忻再义、王春明。最后全书由奚定华修改和统稿。

由于时间仓促,书中错误和不足之处在所难免,欢迎读者批评指正。

编　者

2001 年 11 月

目　录

第二十七章　一元二次方程的应用

一、列出一元二次方程解应用题

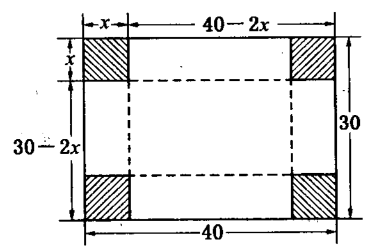
重点难点分析

1. 列方程解应用题的主要步骤

列一元二次方程来解应用题，与过去学过的列一元一次方程来解应用题一样，主要关键在于审清题意，正确地选择未知数，根据题目中数量之间的关系列出方程，然后再解这个方程，使问题得到解决。列方程解应用题的具体步骤是：审题、设元、列方程、解方程、检验和写出答案。

例 1　一块矩形薄铁板，长为 30 cm，宽为 20 cm。现打算从四角各截去一个小正方形，然后把四边折起来，做成一个无盖铁盒，使铁盒底面积是 375 cm^2，问截去小正方形的边长是多少？

分析　如图，矩形四角截去一个边长为 x cm 的小正方形后，四边折起来，得到的无盖铁盒，它的底边仍是一个矩形，其长为 $(30-2x)$ cm，宽为 $(20-2x)$ cm。那么由题意及矩形面积公式就可以列出关于 x 的一元二次方程。



解　设截去的小正方形的边长为 x cm。

由题意，列出方程 $(30-2x)(20-2x)=375$，

整理得　　$4x^2-100x+225=0$，

$$\therefore\quad x=\frac{100\pm\sqrt{100^2-4\times4\times225}}{2\times4}=\frac{25\pm20}{2},$$

即　$x_1=2.5$，$x_2=22.5$（不合题意，舍去）。

答　截去的小正方形的边长是 2.5 cm。

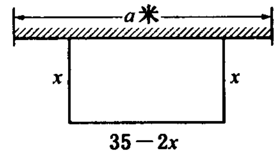
说明　本例是涉及几何面积的应用题。经过审题，找到题中的等量关系是“铁盒底面积等于 375 cm^2”。由此可设未知数，再列方程，进而解之，在解一元二次方程 $4x^2-100x+225=0$ 时，由于方程中系数较大，这里我们是用求根公式求出它的解。在求得的解中，由于 $x_2=22.5$ 不合题意，因为铁板的宽仅为 20 cm，所以把 $x_2=22.5$ 舍去了，这就是检验。一般地，分析、审题仅在解题前进行。解题过程的表达，只要有设未知数、列方程、解方程、检验和写出答案这几步就可以了。

例 2　要建造一个面积为 150 平方米的长方形养鸡场，为了节约材料，鸡场的一边靠着原有的一堵墙，墙长为 a 米，另三边用篱笆围成（如图），如果篱笆的总长为 35 米。

(1) 不考虑墙长时，求养鸡场的长和宽各为多少米；

(2) 试讨论墙长 a 取不同数值时题目的解的情况。

分析 根据题意分析，可以得到等式是“矩形的面积等于 150 平方米”，这样，就可以设未知数，列出关于 x 的方程后求解。



解 (1) 设与墙垂直的一边长为 x 米，则另一边长为 $(35-2x)$ 米。

根据题意，列出方程 $x\cdot(35-2x)=150$。

整理得 $\qquad 2x^2-35x+150=0$,

$$(2x-15)(x-10)=0,$$

$$\therefore x_1=\frac{15}{2},\ x_2=10。$$

当 $x_1=\dfrac{15}{2}$ 时，$35-2x=20$；

当 $x_2=10$ 时，$35-2x=15$。

答 不考虑墙长时，长方形的长和宽各为 20 米、7.5 米或 15 米、10 米。

(2) 事实上，由于墙长 a 米是一个未定数，所以需对 a 进行讨论：

当 $a<15$(米) 时，本题无解；

当 $15\leqslant a<20$(米) 时，本题仅一解，即长为 15 米、宽为 10 米；

当 $a\geqslant 20$(米) 时，本题有两解，即长为 15 米、宽为 10 米或长为 20 米、宽为 7.5 米。

说明 本题中墙长 a 米的具体数值未给出，因此需对 a(米)的长度进行讨论，这样，不仅训练读者思维的深刻性，还能形成悬念，激发学习的求知欲及思维的严密性。

2. 分析问题中的等量关系

列一元二次方程解应用题比列一元一次方程解决的问题较为复杂，主要反映在解决问题涉及的知识范围更广泛，需要各方面的知识融会贯通。不少问题仅按题型是无法解决的，关键是提高读者分析问题、解决问题的能力，找出问题中的等量关系，进而设未知数，列方程(主要是一元二次方程)，再解方程，使问题获得解决。

例 3 为了测定一个矿井的深度，把一实验用标准铁块从井口放下去，4 秒钟后听到它落到井底的声音(已知音速 330 米/秒)。铁块从井口落下的距离 s 与时间 t 的函数关系式是 $s=\dfrac{1}{2}gt^2$ (g 取 9.8 米/秒^2)。求这个矿井的深度。(精确到 10 米)

分析 根据题意，可得到关系式：即铁块从井口落到井底的距离等于声音从井底传到井口时声音传播的距离，即 $s\left(=\dfrac{1}{2}gt^2\right)$ 等于 330 与声音从井底传到井口所用时间的乘积。

解 设铁块从井口落到井底所需时间为 x 秒，那么声音从井底传到井口用去的时间为 $(4-x)$ 秒，

根据题意，得 $\qquad \dfrac{1}{2}\times 9.8x^2=330(4-x)$,

解这个方程得

$$x=\frac{-330+367.1}{2\times 4.9}$$

$$\approx 3.786(\text{不合题意的负根已舍去})。$$

∴ 矿井的深度为 $330\times(4-3.786)\approx 70$(米)。

答 这个矿井的深度大约为 70 米。

说明 这是一道把数学知识运用于解决物理方面的有关问题，本问题中的等量关系容易确定，即井口到井底的距离等于井底到井口的距离，声音传播的距离是用音速乘以声音传出时间来表示，而铁块从井口落到井底的距离是运用物理学中自由落体公式 $s=\frac{1}{2}gt^2$ 来表示。

例 4 (1)“六一”儿童节，某小队开联欢会，每位队员必须向其他队员赠送自己制作的小礼物 1 件，全小队共制作的小礼物共有 132 件，问：该小队有队员几人？

(2) 元旦将至，某班级全体共青团员每两人之间互通一次电话表示祝贺，通电话的次数共计 190 次，问：这个班级共有共青团员几人？

分析 (1)由题意，知全队制作的小礼物的件数等于 132 件。如果小队人数为 x 人，每个队员制作的件数为 $(x-1)$ 件，这样就能列出方程。(2)先这样考虑：若团员有 x 人，则每个团员需通话 $(x-1)$ 次，由于每两人互通一次电话，因此通话的总次数为 $\frac{1}{2}\cdot x\cdot(x-1)$，也就是 190 次，这就是它们之间的等量关系。

解 (1) 设该小队有队员 x 人，每个队员制作的小礼物有 $(x-1)$ 件，全队共制作的小礼物有 $x(x-1)$ 件。

依据题意，得
$$x(x-1)=132,$$
即
$$x^2-x-132=0,$$
$$(x-12)(x+11)=0,$$
$$\therefore x_1=12,\ x_2=-11\ (\text{不合题意，舍去})。$$

答 该小队有队员 12 人。

(2) 设该班有共青团员 x 人，每个团员需通话的次数是 $(x-1)$ 次，由于每两人通话一次算作“一次”，依据题意，得
$$\frac{x(x-1)}{2}=190。$$
整理得
$$x^2-x-380=0,$$
即
$$(x+19)(x-20)=0,$$
$$\therefore x_1=-19(\text{不合题意，舍去}),\ x_2=20。$$

答 该班有共青团员 20 人。

说明 本题的两个小题既有联系，又有区别，在分析上，都是首先从一个人送礼物或打电话来考虑，但送礼物时你送我一件，我送你一件，这样有两件，而通电话每两人打一次，就算作“已完成任务”，只能算作一次通话，而不能算作两次通话，所以在列方程中要“除以 2”，所以在分析时务必仔细审题，找出等量关系，列出正确的方程。

例 5 据某城市调查，该市今年人均收入为 9 500 元，如果用两年时间，把人均年收入提高到 13 680 元，这两年人均年收入的平均增长的百分率是多少？

分析 由于今年人均收入为 9 500 元，这两年中的平均增长的百分率为 x，那么经过一

年的收入为 $9\,500(1+x)$，经过两年的收入为 $9\,500(1+x)+9\,500(1+x)\cdot x$，即 $9\,500(1+x)^2$，它等于 13 680 元，这就是等量关系。

解 设这两年人均收入的平均增长百分率为 x，

由题意，列出方程

$$9\,500(1+x)^2=13\,680。$$

整理得

$$(1+x)^2=1.44。$$

解得 $x_1=0.2=20\%$，$x_2=-2.2$（不合题意舍去）。

答 这两年人均年收入的平均增长的百分率是 20%。

说明 增长（下降）率问题，是列方程解应用题中经常遇到的问题，除了理解“现量”、“原量”、“增（减）量”、“增长（下降）率”的含义外，还需弄清其数量关系，题中关键语句的含义。如理解题中“用两年时间，把人均年收入增高到 13 680 元”及“这两年人均收入的平均增长的百分率”等含义。

例 6 有一容器盛满纯酒精 30 升，从中先倒出若干升，然后用水加满，接着又倒出同样多的升数，再用水加满，这时容器里溶液的浓度为 25%。问：每次倒出液体多少升？

分析 我们知道，在溶液问题中，溶质 = 溶液 × 浓度，且甲溶液溶质 + 乙溶液溶质 = 混合溶液溶质及甲溶液重量 + 乙溶液重量 = 混合溶液重量。本例题中，如果每次倒出液体 x 升，那么第一次倒出后，容器内的纯酒精为 $(30-x)$ 升。当再用水加满，再倒出同样多的升数，此时，倒出的 x 升液体中，含有酒精 $x\cdot\left(\frac{30-x}{30}\right)$ 升，在再用水加满后，由已知此时容器里溶液的浓度为 25%，便可列出关于 x 的方程来。

解 设每次倒出液体 x 升，根据题意，得

$$\frac{30-x-\frac{x(30-x)}{30}}{30}=25\%,$$

整理得

$$(30-x)^2=15^2,$$

$$30-x=\pm 15,$$

∴ $x_1=15$，$x_2=45$（不合题意，舍去）。

答 每次倒出液体 15 升。

说明 如果从纯酒精（溶质）角度考虑，也可以这样列出方程 $(30-x)\cdot\frac{30-x}{30}=30\cdot 25\%$。解这个方程，同样得到 $x=15$（升）。

习 题 27.1

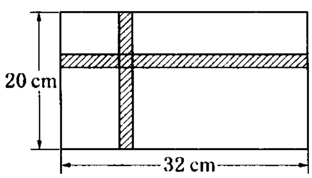
1. 两个连续自然数的积是 42，则这两个自然数的和是多少？
2. 已知某数的 3 倍减 1 和这个数的 3 倍加 1 的乘积是 24，求这个数。
3. 有两个大小不同的整数，它们的差为 7，小数的平方比大数的两倍大 1，求这两个数。
4. 已知正方形的面积是 100 cm^2，四周剪去宽度为 x cm 的一圈，使剩下一块面积为 36 cm^2 的正方形，求 x 的值。
5. 有一个正方形的场地扩建成长方形，已知长方形的长是正方形边长的 2 倍，宽比正

方形的边长增长 5 米，面积增加 200 平方米，问：原来正方形的面积是多少？

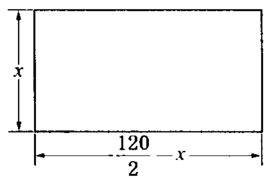
6. 一个长方形的养鱼池长 100 米，宽 60 米，沿着池边四周修一条宽度相同的路，路的面积是 1 344 平方米，求路的宽是多少米。

7. 要做一个容积是 750 厘米^3、高是 6 厘米、底面的长比宽多 5 厘米的长方体匣子，底面的长及宽应该各是多少(精确到 0.1 厘米)。

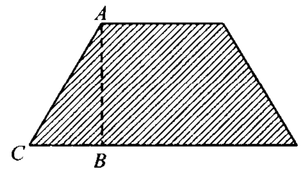
8. 如图，在宽为 20 米、长为 32 米的矩形地面上，修筑同样宽的两条互相垂直的道路，余下的部分作为耕地，要使耕地的面积为 540 米^2，道路的宽应为多少米？



第 8 题



第 9 题



第 10 题

9. 把 120 cm 的铅丝折成一个矩形的模形。求按下列要求所折成的矩形的两邻边的长。

(1) 折成的矩形的面积是 800 cm^2；

(2) 折成的矩形的面积是 900 cm^2；

(3) 折成的矩形的面积是 1 000 cm^2。

10. 某水库要造一道拦水坝，水坝的横断面是等腰梯形(如图)，坝顶宽 2 米，$BC : AB$ 为 $1:2$，坝的横断面面积是 16 米^2，试求坝的高是多少米。

11. 某人将 10 000 元储蓄两年，共得利息 1 236 元。试求年利率是多少。

12. 一家化工厂计划用两年时间把产量提高 80%，如果每年比上一年提高的百分比相同，求这个百分数(精确到 0.01)。

13. 制造一种产品，原来每件的成本是 300 元，由于连续两次降低成本，现在的成本是 195 元。平均每次降低成本百分之几(精确到 1%)？

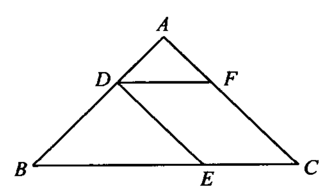
14. 某汽车厂 10 月份完成了全年的生产任务。已知 10 月份生产汽车 10 000 辆，为了向新的一年献礼，该厂计划在年底前再生产 23 100 辆，求 11 月、12 月平均每月的增长率。

15. 某林场计划修一条长 750 米，断面为等腰梯形的渠道，断面面积为 1.6 米^2，上口宽比渠深多 2 米，渠底宽比渠深多 0.4 米。

(1) 渠道的上口宽与渠底宽各是多少？

(2) 如果计划每天挖土 48 米^3，需多少天把这条渠道的土挖完？

16. 如图，在$\triangle ABC$中，$\angle A = 90^\circ$，$AB = AC = 12$ 厘米，点 D 从 A 出发，沿 AB 向 B 点移动，通过 D 引 $DE \parallel AC$，$DF \parallel BC$，分别交 BC 于 E、AC 于 F，问：点 D 从 A 出发移动多少厘米时，平行四边形 $DECF$ 的面积等于 32 平方厘米？

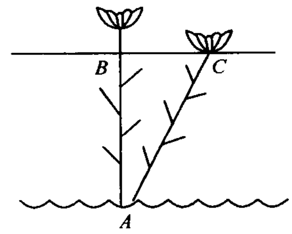


第 16 题

17. 某班级一小组同学在初中毕业时，每人向小组里的同学赠送本人照片一张以作留念，全组互相赠送的留念照片总计有 56 张，求该小组的人数。

18. 一个容器盛满纯硫酸 63 升，第一次倒出一部分后，用水加满；第二次又倒出同样多的硫酸溶液，再用水加满，这时，容器内剩下的纯硫酸是 28 升，问：每次倒出的溶液是多少升？

19.（印度古题）静静的湖面上，一枝直的荷花，露出水平半英尺。一阵微风把它吹斜，恰巧使荷花与水面齐平。一位老翁发现，此时荷花已离开原来位置二英尺。问：湖水深几英尺？



第 19 题

二、二次三项式的因式分解

重点难点分析

1. 用求根公式进行二次三项式因式分解

二次三项式的一般形式是 $ax^2+bx+c(a\neq 0)$。设 $ax^2+bx+c=0$，它是一元二次方程。如果它有两个实数根 x_1、x_2，那么由根与系数关系，得 $x_1+x_2=-\frac{b}{a}$，$x_1\cdot x_2=\frac{c}{a}$，也就是 $\frac{b}{a}=-(x_1+x_2)$，$\frac{c}{a}=x_1\cdot x_2$。

$$
\begin{aligned}
\text{由此，}ax^2+bx+c &= a\left(x^2+\frac{b}{a}x+\frac{c}{a}\right)\\
&= a[x^2-(x_1+x_2)x+x_1\cdot x_2]\\
&= a(x-x_1)(x-x_2)。
\end{aligned}
$$

这就是说，在进行二次三项式 ax^2+bx+c 因式分解时，可以先求出一元二次方程 $ax^2+bx+c=0$ 的两个实数根 x_1、x_2，然后写成

$$ax^2+bx+c=a(x-x_1)(x-x_2)。$$

例 1 把下列各式因式分解：

(1) x^2-2x-2；

(2) x^2+4x+1。

解 (1) 设 $x^2-2x-2=0$，

则 $$x_1=1+\sqrt{3},\ x_2=1-\sqrt{3},$$

$$\therefore\quad x^2-2x-2=(x-1+\sqrt{3})(x-1-\sqrt{3})。$$

(2) 设 $x^2+4x+1=0$，

则 $$x_1=-2+\sqrt{3},\ x_2=-2-\sqrt{3}。$$

$$\therefore\quad x^2+4x+1=(x+2-\sqrt{3})(x+2+\sqrt{3})。$$

说明 在第(2)题中，要注意防止符号所发生的错误，例如，得到 $(x-2+\sqrt{3})(x-2-$

$\sqrt{3}$)是错误的。

用求根公式法把二次三项式 ax^2+bx+c 因式分解的操作步骤:

一般分三步,第一步:设 $ax^2+bx+c=0$;第二步:求出一元二次方程 $ax^2+bx+c=0$ 的两个实数根 x_1、x_2;第三步:写出二次三项式 $ax^2+bx+c=a(x-x_1)(x-x_2)$。

例 2 把下列各式因式分解:

(1) $3x^2-25$; (2) $2x^2+x-3$; (3) $3x^2-4x+2$。

解 (1) $3x^2-25=(\sqrt{3}x+5)(\sqrt{3}x-5)$;

(2) $2x^2+x-3=(2x+3)(x-1)$;

(3) 设 $3x^2-4x+2=0$。

$\because \Delta=4^2-4\cdot3\cdot2=-8<0$,

$\therefore$ 二次三项式 $3x^2-4x+2$ 在实数范围内不能分解。

说明 我们已学过因式分解的多种方法,例如提公因式法、分组分解法、乘法公式法、十字相乘法等,因此在进分因式分解时,要仔细审题,选择方法。如本题中第(1)题就直接运用了乘法公式,第(2)题由于二次三项式系数较小,能用"十字相乘法"分解因式,就不再去用求根公式方法了。在第(3)题中,由于方程 $3x^2-4x+2=0$ 的判别式小于零,它没有实数根,因此 $3x^2-4x+2$ 不能在实数范围内分解了。

2. 用求根公式法分解形如 $ax^2+bxy+cy^2$ 及某些特殊类型的多项式

例 3 把 y^4-6y^2+8 分解因式。

解 设 $y^2=x$,则原多项式 y^4-6y^2+8 变为 x^2-6x+8。

设 $x^2-6x+8=0$,

解这个方程得 $x_1=2,\ x_2=4$。

$$\therefore\quad x^2-6x+8=(x-2)(x-4),$$

也就是 $y^4-6y^2+8=(y^2-2)(y^2-4)$。

$$\begin{aligned}\therefore\quad y^4-6y^2+8&=(y^2-2)(y^2-4)\\&=(y+\sqrt{2})(y-\sqrt{2})(y+2)(y-2)。\end{aligned}$$

说明 这里设 $y^2=x$,使关于 y 的四次三项式 y^4-6y^2+8 变为关于 x 的二次三项式 x^2-6x+8,这种方法称为换元法(也称为辅助元法)。当然,也可以用"十字相乘"的方法,直接得到 $y^4-6y^2+8=(y^2-2)(y^2-4)=(y+\sqrt{2})(y-\sqrt{2})(y+2)(y-2)$。

例 4 把下列各式因式分解:

(1) $9x^2-2xy-3y^2$;

(2) $x^2+xy-2y^2-x+7y-6$。

解 (1) $\because$ 关于 x 的方程 $9x^2-2xy-3y^2=0$ 的根是:

$$x_{1,2}=\frac{2y\pm\sqrt{(2y)^2-4\times9\times(-3y^2)}}{2\times9}=\frac{1\pm2\sqrt{7}}{9}y,$$

$$\therefore \quad 9x^2-2xy-3y^2=9\left(x-\frac{1+2\sqrt{7}}{9}y\right)\left(x-\frac{1-2\sqrt{7}}{9}y\right)。$$

也可以写成：

$$9x^2-2xy-3y^2=(9x-y-2\sqrt{7}y)\left(x-\frac{1-2\sqrt{7}}{9}y\right)。$$

(2) 先将原多项式整理为关于 x 的二次三项式，

即 $$x^2+(y-1)x-2y^2+7y-6。$$

设 $$x^2+(y-1)x-2y^2+7y-6=0,$$

则
$$x_{1,2}=\frac{-(y-1)\pm\sqrt{(y-1)^2+4\times1\times(2y^2-7y+6)}}{2}$$
$$=\frac{-y+1\pm\sqrt{9y^2-30y+25}}{2}$$
$$=\frac{-y+1\pm(3y-5)}{2},$$

$$\therefore \quad x_1=-2y+3,\ x_2=y-2,$$

$$\therefore x^2+xy-2y^2-x+7y-6$$
$$=[x-(-2y+3)][x-(y-2)]$$
$$=(x+2y-3)(x-y+2)。$$

习　题　27.2

1. 设一元二次方程 $ax^2+bx+c=0$ 的两根为 x_1、x_2，那么二次三项式 ax^2+bx+c 在实数范围内可分解因式为______。

2. 把下列各式因式分解：

(1) x^2-x-6；　(2) x^2+x-1；　(3) x^2+2x-7。

3. 把下列各式因式分解：

(1) $2x^2+10x-12$；　(2) $6x^2-13x+6$；　(3) $2x^2+8x-7$。

4. 把下列各式因式分解：

(1) x^2-2x+3；　(2) $2x^2+9x-7$；　(3) $3y^4+5y^2-2$。

5. 把下列各式因式分解：

(1) $5x^2+9xy-2y^2$；　(2) $2x^2-4xy+y^2$；　(3) $x^2-5xy+3y^2$。

6. 把下列各式因式分解：

(1) $x^2+5axy+6a^2y^2$；　(2) $a^2-2a+1-3b^2$；　(3) $x^2+xy-6y^2+x+13y-6$。

7. 把下列各式因式分解：

(1) xy^3-2xy^2-xy；　(2) $3x^2(x^2-x+1)-2x^2+2x-2$；

(3) $4a^2-2b^2-4a+1$。

三、分式方程和无理方程

重点难点分析

1. 分式方程及其解法

分母里含有未知数的方程叫做分式方程。在以前学过的分母里不含有未知数的方程叫做整式方程。

在解分式方程时，可以在方程的两边同乘以某一个整式(通常是分式方程的最简公分母)，就转化为整式方程。

例 1 解下列分式方程：

(1) $\frac{4-x}{x-3}-2=\frac{1}{x-3}$;

(2) $\frac{1}{x^2-6x+9}+\frac{1}{2x+6}=\frac{x}{x^2-9}$。

分析 方程(1)各分母的最简公分母是 $x-3$，两边同乘以 $x-3$ 后，可将原分式方程转化为整式方程。方程(2)的各分母的最简公分母是 $2(x-3)^2(x+3)$。用同样的方法，也可将方程(2)转化为整式方程。

解 (1) 方程两边同乘以 $x-3$，得

$$4-x-2(x-3)=1,$$

解这个方程，得 $$x=3。$$

把 $x=3$ 代入原分式方程，其中分式 $\frac{4-x}{x-3}$ 和 $\frac{1}{x-3}$ 的分母都等于零，这些分式没有意义，所以 $x=3$ 不是原方程的根，也就是说，原方程没有根。

(2) 原方程即 $\frac{1}{(x-3)^2}+\frac{1}{2(x+3)}=\frac{x}{(x+3)(x-3)}$ 在这个方程两边同乘以 $2(x-3)^2(x+3)$，得

$$2(x+3)+(x-3)^2=2x(x-3),$$

解这个方程得 $$x_1=-3,\ x_2=5。$$

把 $x_1=-3$ 代入原分式方程，其中分式 $\frac{1}{2(x+3)}$ 和 $\frac{x}{(x+3)(x-3)}$ 的分母都等于零，这些分式没有意义，所以 $x=-3$ 不是原方程的根，要把这个 $x=-3$ 舍去。

又把 $x_2=5$ 代入原分式方程检验，知 $x=5$ 是原方程的根，所以，原分式方程的根是 $x=5$。

从这个例题可以看到，在解分式方程时，把分式方程转化为整式方程后求得的根，不一定是原分式方程的根。当该整式方程的根代入原分式方程时有时会使原分式方程中的分母为零，这时求得的整式方程的根不是原方程的根。所以，在解分式方程后必须进行检验。检验时，可以把所求得的根代入原方程检验。在解题过程正确的前提下，可把求得的根代入所