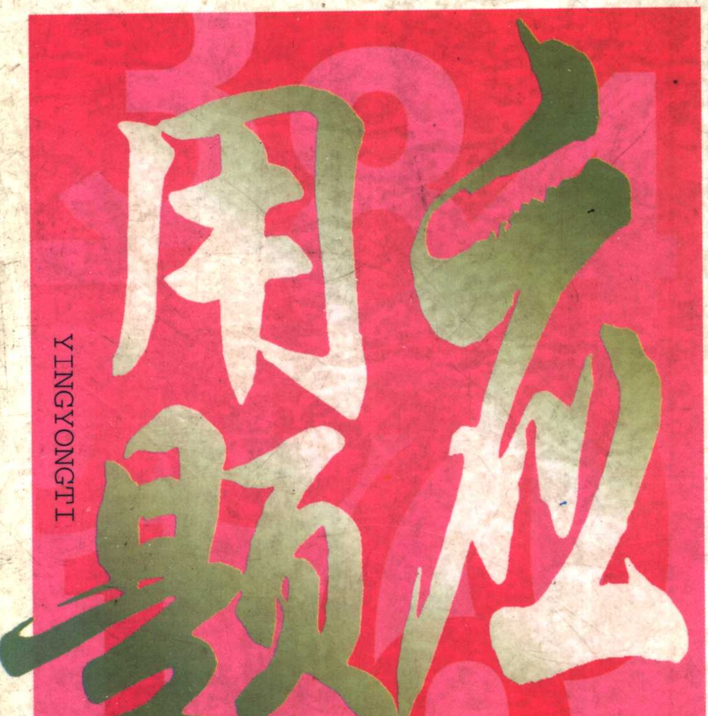
小学数学应用题解题大全

张天孝 主编

浙江少年儿童出版社



小学数学应用题解题大全

主编 张天孝

编写 沈国梅 冯根弟 周建松

谢选芳 朱乐平

浙江少年儿童出版社

图书在版编目(CIP)数据

小学数学应用题解题大全/张天孝主编;沈国梅等编写.杭州:浙江少年儿童出版社,1999.4(1999.7重印)
ISBN 7-5342-1832-2

Ⅰ.小…　Ⅱ.①张…②沈…　Ⅲ.数学课-小学-习题　Ⅳ.G624.505

中国版本图书馆CIP数据核字(1999)第27341号

小学数学应用题解题大全

张天孝　主编

浙江少年儿童出版社出版发行

(杭州体育场路347号)

杭州富春印务有限公司印刷　　全国各地新华书店经销

开本850×1168　1/32　印张13.5　字数330000　印数6401—11436

1999年4月第1版　　1999年7月第2次印刷

ISBN 7-5342-1832-2/G·968　　定价:18.50元

目　录

一　应用题解题思路概述

把日常生活或商品生产、市场流通中的数量问题，用文字或图形、表格来表达已知数量和未知数量之间的关系，从而求出未知数量的题目，叫做应用题。应用题有具体内容、数学名词术语和数量关系。应用题与式题的区别在于：式题的数量关系已指明，解答式题是形成运算符号与算术运算之间的联系；应用题未指明数量关系，解答应用题需要从理解应用题所叙述的情节出发来分析数量关系，掌握数量关系。

要掌握应用题的数量关系，首先要弄清数量的一些基本性质。

一个数量作为整体，可以分为若干部分，其中每一部分都小于整体，这就是数量的可分性。量的可分性决定了总量与部分量之间的包含关系。当部分量为不等量时，这种包含关系表现部分量与总量之间的相并关系（和的关系）；当各部分量为等量时，这种包含关系表现为部分量与总量之间的份总关系（积的关系）。

同类量之间可以进行比较，通过比较可以作出某种数量较多、某种数量较少，或者某种数量同样多的判断，这就是数量的可比性。量的可比性决定了同类量之间的比较关系，这种比较关系既可表现为两个不等量之间的相差关系，又可表现为两个不等量之间的倍数关系。

数量在一定条件下是不变的，量的这种不变性决定了两种相关联量的比例关系。两种相依变化的量，如果它们所对应的两个数的比值一定，这两种量就成正比例关系；如果它们所对应的两个数的积一定，这两种量就成反比例关系。份总关系与倍数关系实际上就是比例关系。

基于上述认识，解答应用题的基本思路是：从数量的基本性质出发，熟悉基本数量关系（相并关系、相差关系、份总关系和倍数关系），掌握数量关系的复合和复合的基本结构（相并关系结构、相差关系结构和比例关系结构），熟悉数量关系的基本变换（可逆变换、扩缩变换和情节变换），形成分析数量关系的三种基本思路，即抓住"和"分析数量关系，抓住"差"分析数量关系，抓住"不变量"分析数量关系。

用一步解答的应用题称为基本应用题。基本应用题反映基本数量关系，解答基本应用题旨在熟练地掌握基本数量关系。解答时，要分析题目中有哪几个数量，三个数量之间有什么关系，已知哪两个数量，要求哪一个数量，用什么方法计算。例如"100 厘米长的带子，剪下 30 厘米，剩下的带子还有多少厘米？"这道题有"带子的总长度"、"剪下的 30 厘米"、"剩下多少厘米"三个数量。100 厘米带子是总数量，是由剪下的带子和剩下的带子两部分合起来的，已知总数量 100 厘米和一部分数量，求剩下的带子有多少厘米，用减法计算。

用两步或两步以上运算来解答的应用题，其数量关系都是基本数量关系的复合。两种数量关系的复合，则是数量关系的基本复合。掌握数量关系的基本复合是解答复合应用题的关键。在两种基本数量关系的复合中，其中一种作为复合关系的主体数量关系，另一种则是从属数量关系。例如"学校修理房屋，运来红砖 3 车，每车 480 块。运来的青砖比红砖多 300 块，运来的青砖有多少块？"这道两步应用题是由以下两道基本应用题复合而成的。

(1) 学校修理房屋，运来红砖 3 车，每车 480 块。运来的红砖有多少块？

(2) 学校修理房屋，运来红砖 1440 块，运来的青砖比红砖多 300 块，运来青砖多少块？

第(1)题中的"红砖车数"、"每车块数"与"红砖总块数"三个数

量之间构成了份总关系。

每车块数×车数＝总块数

第(2)题中的"红砖块数"、"青砖块数"与"青砖与红砖相差块数"三个数量之间构成了相差关系。

青砖块数－红砖块数＝相差块数。

如果以相差关系作为主体数量关系，则其数量关系表征为以差为等量的关系式：

青砖□块－480×3＝300

式中的份总关系就是从属数量关系。解题时，根据四则运算之间的关系，再将数量关系表征转换为计算表征。即：

480×3＋300＝1740(块)

如果以份总关系作为主体数量关系，则其数量关系表征为以每份数量(红砖每车块数)为等量的关系式：

(青砖□块－300)÷3＝480

或 $\dfrac{\text{青砖□块}-300}{3}=\dfrac{480}{1}$

式中的相差关系就是从属数量关系。解题时，根据四则运算之间的关系，再将数量关系表征转换为计算表征，即：

480×3＋300＝1740(块)

两种基本数量之间的这种依存关系，在以往的应用题教学中，总是以题目本身为对象来确定何种基本数量关系作为主体数量关系。认为题目所求量与其所必需的两个条件之间构成了主体数量

关系。关系式中缺已知数量的条件，即中间问题与其所必需的两个条件（已知数量）构成了从属数量关系。我们则认为主体数量关系的确定，不取决于题目的客体，而是由解题者进行选择，不同的选择反映了不同的解题思路。

三种或三种以上基本数量关系的复合称为多重复合，反映多重复合关系的应用题，就是通常所说的多步复合应用题。多步应用题分析数量关系的方法和两步应用题的分析方法基本相同。在两步应用题分析推理能力训练的基础上，用联系和发展的观点，从“一题多变”中抓住复合关系的基本结构，分析其发展，比较其变化，从应用题的联系和变换中，就能发现和掌握解题方法。例如“某厂原计划 30 天生产 360 台机器，实际每天生产 18 台。实际每天比原计划多生产多少台？”把这道两步应用题中的条件“实际每天生产 18 台”改为“实际 20 天完成”，就成为一道两商之差的三步应用题。以“两商之差”数量关系为基本结构的应用题，抓住$\frac{a}{b}-\frac{a}{c}=f$这一结构形式，就可以把具有可逆关系的十二种题型，统一在一个关系之中。

【例 1】 某厂原计划 30 天生产 360 台机器，实际 20 天完成。实际每天比原计划多生产多少台？

a、b、c 分别为题中的条件，f 为问题，即 $f=x$，x 表示工效差。

$$\frac{360}{20}-\frac{360}{30}=x$$

【例 2】 某厂要生产 360 台机器，原计划每天生产 12 台，实际每天生产 18 台。实际可提前多少天完成？

a、b、c 分别为题中的条件，f 为问题，即 $f=x$，x 表示时间差。

$$\frac{360}{12}-\frac{360}{18}=x$$

【例 3】 某厂原计划 30 天生产 360 台机器，实际每天多生产 6 台。实际多少天完成？

a、b、f 为题中的条件，b 为问题，即 $b=x$，x 表示实际时间。

$$\frac{360}{x}-\frac{360}{30}=6$$

【例 4】 某厂要生产 360 台机器，实际每天生产 18 台，结果提前 10 天完成。原计划每天生产多少台？

a、c、f 为题中的条件，b 为问题，即 $b=x$，x 表示原计划工效。

$$\frac{360}{x}-\frac{360}{18}=10$$

【例 5】 某厂原计划 30 天生产 360 台机器，实际 20 天完成，每天比原计划多生产 6 台。原计划多少天完成？

a、b、f 为题中的条件，c 为问题，即 $c=x$，x 表示原计划时间。

$$\frac{360}{20}-\frac{360}{x}=6$$

【例 6】 某厂要生产 360 台机器，原计划每天生产 12 台，实际提前 10 天完成。实际每天生产多少台？

a、b、f 为题中的条件，c 为问题，即 $c=x$，x 表示实际工效。

$$\frac{360}{20}-\frac{360}{x}=10$$

【例 7】 某厂要生产一批机器，原计划 30 天完成，实际 20 天完成，实际每天比原计划多生产 6 台。这批机器有多少台？

b、c、f 为题中的条件，a 为问题，即 $a=x$，x 表示工作总量。

$$\frac{x}{20}-\frac{x}{30}=6$$

【例 8】 某厂要生产一批机器，原计划每天生产 12 台，实际每天

生产18台，结果提前10天完成。这批机器有多少台？

b、c、f 为题中的条件，a 为问题，即 $a=x$，x 表示工作总量。

$$\frac{x}{12}-\frac{x}{18}=10$$

【例9】 某厂要生产360台机器，原计划完成的时间是实际的1.5倍，实际每天比原计划多生产6台。实际多少天完成？

a、$\frac{c}{b}$、f 为题中的条件，b 为问题，即 $b=x$，x 表示实际时间。

$$\frac{360}{x}-\frac{360}{1.5x}=6$$

【例10】 某厂要生产360台机器，实际每天生产是原计划的1.5倍，实际提前10天完成。原计划每天生产多少台？

a、$\frac{b}{c}$、f 为题中的条件，b 为问题，即 $b=x$，x 表示原计划工效。

$$\frac{360}{x}-\frac{360}{1.5x}=10$$

【例11】 某厂要生产360台机器，实际完成的天数是原计划的 $\frac{2}{3}$，实际每天比原计划多生产6台。原计划多少天完成？

a、$\frac{b}{c}$、f 为题中的条件，c 为问题，即 $c=x$，x 表示原计划时间。

$$\frac{360}{\frac{2}{3}x}-\frac{360}{x}=6$$

【例12】 某厂要生产360台机器，原计划每天生产是实际的 $\frac{2}{3}$，实际提前10天完成。实际每天生产多少台？

a、$\frac{c}{b}$、f 为题中的条件，c 为问题，即 $c=x$，x 表示实际工效。

$$\frac{360}{\frac{2}{3}x}-\frac{360}{x}=10$$

这是一种结构的方法，这种方法高于用单纯的分析和说明数量关系的解释方法，其本质是从相互联系和相互作用的内在规律来揭示数量关系，而且研究数量关系的结构形式，可以运用迁移的规律来解决同构异素问题。某些应用题，尽管在具体内容上不同，但实际上都具有相似的结构形式，这就是所谓同构异素问题。解题时，可以使形式超脱内容，把不同题材中共同的结构形式分离出来，进一步抽象化，并把它符号化，只研究结构形式之间的关系。

二　抓住“和”分析数量关系

1. 解题说明

量的可分性是量的基本性质之一。量的可分性决定了总量和部分量之间的包含关系。当部分量为不等量时，这种包含关系表现为部分量与总量之间的相并关系，即和的关系；当部分量为等量时，这种包含关系表现为部分量与总量之间的份总关系。

部分量与总量之间的相并关系是数学的基本问题之一。和的概念、相并的关系及其变换构成了相并问题的基本结构。六年制小学数学课本第7—10册（1990年人教版）共安排了18道复合应用题的例题（包括一般应用题和典型应用题），其中6道属于相并关系的应用题。列举如下：

【例1】　绿化祖国采树种，三年级有4个班，每班采集20千克；四年级有3个班，每班采集25千克。两个年级一共采集多少千克？（第七册）

分析：“两个年级共采集千克数”为总量，“三年级采集千克数”、“四年级采集千克数”分别为部分量。此题为“两积之和”。

解：$20\times4+25\times3=155$（千克）

【例2】　四年级一班有42人，二班有45人，每人买作业本6本，两班一共买作业本多少本？（第七册）

分析：“两班一共买作业本多少本”为总量，“一班买的本数”和“二班买的本数”为部分量。此题也是“两积之和”，但两个积

中的一个因数相同，可以应用乘法分配律进行简便计算。

解：$6\times42+6\times45=522$(本)　$6\times(42+45)=522$(本)

【例 3】 张华和李明同时从家里向学校相对走来。张华每分走 60 米，李明每分走 70 米，经过 4 分，他们同时到校。他们两家相距多少米？（第八册）

分析：此题是“相向而行求路程”的行程问题，实际上是“两积之和”的应用题。“两家相距的路程是总量”，“张华、李明 4 分各行的路程”是部分量。

解：$60\times4+70\times4=520$(米)　$(60+70)\times4=520$(米)

【例 4】 一个服装厂计划做 660 套衣服，已经做了 5 天，平均每天做 75 套，剩下的 3 天做完。平均每天做多少套？（第九册）

分析：条件句“计划做 660 套”为总量，“已做的套数”和“剩下的套数”为部分量。

解：设剩下的平均每天做 x 套

$75\times5+3x=660$　$x=95$

【例 5】 商店买来 8 筐苹果和 10 筐梨，一共重 820 斤。苹果每筐重 45 斤，每筐梨重多少斤？（第十册）

分析：“一共重 820 斤”为总量，“苹果的重量”和“梨的重量”为部分量。

解：设每筐梨重 x 斤

$45\times8+10x=320$　$x=46$

【例 6】 天津到济南的铁路长 357 公里。一列快车从天津开出，同时一列慢车从济南开出，两车相向而行，经 3 小时相遇。快车平均每小时行 79 公里，慢车每小时行多少公里？（第十册）

分析："铁路长 357 公里"为总量，"慢车行的路程"和"快车行的路程"为部分量。

解：设慢车每小时行 x 公里

$79\times3+3x=357\quad(79+x)\times3=357\quad x=40$

上列六道题的数量关系，均是以"两积之和"为基本结构，其基本模型为 $ab+ac=f$。这些题型的共同点是，在题目的叙述中都含有"和"的表述句，或者作为问句表述，或者作为条件句表述。解题时，抓住"和"的表述句分析数量关系，列出以"和"为等量的数量关系式。这个"和"就是相并的两个数量的和，而这两个数量又都是间接条件，分别表现为份总关系三个数量中的一个，或者是总数量，或者是每份量，或者是份数。

"和"作为问句表述的应用题，其中 a,b,c,d 是题目中的条件，f 是问题，数量关系的表征与计算的表征是一致的，是一种正向题。"和"作为条件句表述的，a,b,c,d 中的一个是问题，其他三个与 f 是条件，是正向题的一种可逆变换，数量关系的表征和计算表征不一致，确定计算方法时，有一个从数量关系式逆转的过程。解题训练时，应抓住其基本结构和基本变换，沟通其内在联系。以[例 1]为例将其作为可逆性变换，即将问题作为条件，把其中的一个条件作问题，如[例 7]：

【例 7】 三、四年级共采树种 155 千克，其中三年级 4 个班每班采 20 千克。四年级 3 个班，平均每个班采多少千克？

解：设四年级平均每班采 x 千克

$20\times4+3x=155\quad x=25$

将[例 1]作扩展性变换，即将其中一个直接条件变为间接条件，如[例 8]：

【例 8】 三、四年级 7 个班采树种，其中三年级 4 个班每班采 2(

千克，其余是四年级采的，每班采 25 千克。三、四年级共采集树种多少千克？

解：$20\times4+25\times(7-4)=155$（千克）

再将[例 8]进行可逆性变换，如[例 9]

【例 9】 三、四年级 7 个班共采树种 155 千克，三年级每班采 20 千克，四年级每班采 25 千克，三年级有多少个班？

解：设三年级有 x 班

$20x+25\times(7-x)=155\quad x=4$

类似[例 9]通常被称作鸡兔问题。鸡兔问题出自《孙子算经》一书，它是我国古代名题之一。虽然它的情节没有什么实际意义，但是这种典型问题的数量关系在现实生活中依然存在，它的解题思路对我们掌握某些解题方法，发展数学思维能力有很大的促进作用。

我们知道，一只鸡有 2 只脚，一只兔有 4 只脚，如果知道鸡、兔多少只，要计算鸡、兔的脚一共有多少只，这就是“两积之和”的基本题。如果将其作为逆变换，知道鸡、兔一共有多少只和多少只脚，而要求鸡、兔各多少只，这种问题就称为鸡兔问题。如[例 10]：

【例 10】 鸡、兔共 36 只，有脚 100 只，求鸡、兔各多少只？

这种问题主要是利用差数来解决。一般用假设的方法进行分析、解题。如果我们假设 36 只都是鸡，则一共有脚 $2\times36=72$（只），但条件中共有脚 100 只，结果少了 $100-72=28$（只脚），即出现了 28 只脚的差数。为什么会出现这个差数呢？因为 36 只不全是鸡，其中有几只兔子。如果用一只兔子去调换一只鸡，即能增加 $4-2=2$（只脚），这个 2 是一只兔和一只鸡脚数的差。在 28 只脚的差数中，每调换一次可抵消 2 只脚，所

以共经过 $28\div(4-2)=14$(次)，才能消除脚的差数，调换 14 次，就意味着在原假设 36 只都是鸡的前提下，调进 14 只兔，剩下的 $36-14=22$(只)就是鸡的只数。用综合算式表示，则：

兔的只数：$(100-2\times36)\div(4-2)=14$(只)

鸡的只数：$36-14=22$(只)

如果假设 36 只都是兔，则：

鸡的只数：$(36\times4-100)\div(4-2)=22$(只)

兔的只数：$36-22=14$(只)

这样的解题思路一般小学生比较难理解，所以现行教材中没有出现鸡兔问题。如果把刚才这道鸡、兔问题转逆为正：

鸡、兔共 36 只，其中鸡 22 只，鸡、兔的脚一共有多少只？

$$2\times22+4\times(36-22)=100(\text{只})$$

成为“两积之和”扩展题的形式，再与原题对照，让学生列出方程解题。

解：设鸡为 x 只　则兔为$(36-x)$只

$2x+4\times(36-x)=100$

$x=22$……鸡的只数

$36-22=14$(只)……兔的只数

这样的解题思路就要简便得多，一般学生接受起来不会有什么困难。而且，在正逆对照训练中，有利学生形成双向联结，有利于发展学生的可逆思维能力。

在各级小学数学竞赛试题中，有不少题目实际上是“鸡兔问题”的情节性变换和扩展性变换，分析数量关系时，只要围绕“两积之和”这一基本框架，抓住“和的表述”这一题眼，列出方程解题就化难为易了。如[例 11—13]：

【例 11】 王叔叔越过山岭，费时 5 小时，行程共 15 千米。他上山