新课标

同一堂课

# 高效全程导学

GAOXIAO QUANCHENG DAOXUE

丛书总主编：薛金星

配套北京师范大学出版社实验教科书

## 高中数学

## 必修 1

北京师范大学出版社
BEIJING NORMAL UNIVERSITY PRESS
二十一世纪出版社
21st Century Publishing House

新课标

# 同一堂课

# 高效全程导学

Gaoxiao Quancheng Daoxue

丛书主编：薛金星

配套北京师范大学出版社实验教科书

## 高中数学

## 必修 1


主　　编：刘　明

编　　委：刘　明　吴兆丰



北京师范大学出版社
BEIJING NORMAL UNIVERSITY PRESS

二十一世纪出版社
21st Century Publishing House

# 同一堂课·高效全程导学

高中数学·必修①

配套北京师范大学出版社实验教科书

出版:21 世纪出版社

地址:江西省南昌市子安路 75 号　　邮编:330009

发行:北京白鹿苑文化传播有限公司

印刷:北京季蜂印刷有限公司

版次:2005 年 8 月第 1 版第 1 次印刷

开本:880×1230 毫米　1/16　印张:5

书号:ISBN 7－5391－3075－X

定价:7.50 元

# 前言

同学们，《高中新课标高效全程导学》丛书和大家见面了，它作为你学习的良师益友，将伴随你度过高中三年宝贵的学习时光。

随着课程改革的不断深化和新教材在全国范围的使用，新的教育理念日益深入人心，新的课程标准也得到认真贯彻。为适应新的学习需要，我们精心组织编写了这套丛书。编写的宗旨是“导学”——激发兴趣，启迪探究，拓展认知，锤炼能力；编写的体例是“全程”——与教材同步，以单元（章）为大单位，以课（节）为小单位，按课前、课中、课后三个学习阶段，设三个模块，每个模块设若干栏目，对同学们应掌握的知识和应具备的能力进行指导和训练。随着这些模块和栏目的日修月炼，教材所包含的丰富内容，将如“好雨知时节”那样，“润物细无声”地化为同学们的“知识与技能，过程与方法，情感态度与价值观”。

第一模块是“预而立之”。中国有古训“凡事预则立，不预则废”。就是说不论做什么事情，预先做好准备，才能成功；不预先做好准备，就会失败。学习当然也如此，课前的预习是一个重要环节。做好课前预习，课堂上才能充分开展师生间的互动和交流，收到好的学习效果。“预而立之”设两个栏目：一是[课标导航]。本栏目将帮助同学们明确学习目标，知道学习精力应往哪儿使；同时在学习目标引导下，收集相关信息，养成关注信息的习惯和处理信息的能力；二是[自学引领]。本栏目将帮助同学们创设自学情景，指导自学方法，培养终身受益的自学能力，同时也为提高课堂学习效率奠定良好基础。

第二模块是“博而学之”。《中庸》中说：“博学之，审问之，慎思之，明辨之，笃行之。”这里论述的是学习过程中必须把握住的几点要领：要广泛地学习知识，详尽地探究原理，慎重地思考得失，明确地辨别正误，切实地进行实践。把握住这几点，课堂学习效果自然会好。本模块设四个栏目：一是[知识窗口]。帮助同学们掌握本课（节）应知应会的基础知识，通过[知识窗口]认识世界；二是[要点探究]。引领同学们深入探究本课（节）的重点和难点，整体把握教材内容；三是[例题精析]。选择有代表性的典型例题，进行解说，指明思路，训练思维；四是[互动平台]。通过提出若干思考题进行师生间、同学间互动交流，总结知识规律和解决方法。本模块需要申明两点：一是每个学科都有各自的特点，因而所设栏目可能因学科不同而有所变动；二是课堂学习是以教师为主导进行的，同学们要在本模块所设栏目引领下，很好地配合教师的教学。

第三模块是“学而习之”。《论语》开篇第一句说：“子曰：学而时习之，不亦说乎！”课后复习，不仅能巩固所学知识，而且能温故而知新，提升学习质量，的确是学习生活中必不可少的一步。因而“学而习之”是本丛书的重点模块，设三个栏目：一是[达标演练]。旨在巩固已学过的知识，同时也是自我评价，测试一下自己是否达到了“预而立之”所提出的学习目标；二是[能力提升]。本栏目所列练习题是[达标演练]题的延伸和深化，培养探究精神，提高灵活运用所学知识的能力；三是[拓展创新]。本栏目所列习题，是在以上两类习题基础上的拓展，有一定难度，思维空间也更为广阔，适于创新意识的培养和创新能力的提高。

在以上三个模块之外，本丛书大部分科目在每个单元(章)之后还配置了[单元评价]，每册书之后配置了[综合评价]。这些练习题更注重上、中、下三个档次题的难度搭配，习题内容也更注重联系同学们的生活经验，联系社会热点问题，联系当代科技发展的前沿知识，其题型、内容、难度都极力向高考题拉近。同学们只要认真做好这些练习题，实质上就是进行一次次高考的实战演习。

同学们，这套丛书由全国各地最富有教学经验的老师们编写，他们了解同学们的实际，熟知学科知识的体系和结构，也洞悉高考改革的趋向。同学们只要随身携带这套丛书，就必将起到你行进中的手杖和指示灯的作用。当你顺利步入高等学府的殿堂时，这套丛书仍会是你学习生活中永远的记忆。

# 目 录 同一堂课高效全程导学·数学

# 目 录

# 第一章

# 集合

## 第一节　集合的含义与表示

### 课标导航

1. 理解集合的概念,了解空集的意义.
2. 掌握集合的表示法——列举法和描述法.

### 自学引领

1. 什么是集合?什么叫元素?

2. 分别用符号表示下面各个集合:
自然数集________;正整数集________;整数集________;有理数集________;实数集________.

3. 集合的表示法有哪些?各有什么特点?

### 要点探究

**1. 集合的概念**

(1)集合的概念在教材中未给出严格的定义,类似于在初中学习平面几何时,对最原始的概念(如点、直线)不加定义一样,这里体现了"公理化"的思想.公理化思想,就是"从一些不加定义的原始概念和不证自明的公理出发建立起来的理论体系".

(2)几个常用的数集:实数集 **R**,有理数集 **Q**,整数集 **Z**,自然数集(非负整数集)**N**,正整数集 $\mathbf{N}_+$.

(3)元素的概念、元素和集合之间的关系

集合中的每一个对象叫做这个集合的元素.

集合中元素的三个性质——确定性、互异性和无序性.

①确定性:对于给定的元素 $a$ 和集合 $A$,要么 $a$ 属于 $A$(记作 $a\in A$),要么 $a$ 不属于 $A$(记作 $a\notin A$),二者必居其一.元素的确定性要求我们在定义集合时要有一个明确的标准,如"本班身高在 170cm 以上(含 170cm)同学组成的集合"就能够确定一个集合,因为划分集合的标准比较明确;而"本班聪明同学组成的集合"就不能够确定一个集合,因为"聪明人"是一个不确定的、较为模糊的标准.

②互异性:同一个集合中任意两个元素互不相同,分别表示两个不同的对象.

③无序性:在同一个集合,元素之间没有顺序.如集合 $A=\{0,1\}$,集合 $B=\{1,0\}$ 表示相同的集合.

**2. 集合的表示法**

集合的表示法主要有列举法和描述法.

在用列举法表示集合时,要将集合中的所有元素一一列举出来,写在大括号内,中间用逗号隔开.在书写时,要做到"不重不漏".

在用描述法表示集合时,要特别注意集合所研究的对象是什么?例如 $A=\{x\mid y=x\}$,$B=\{y\mid y=x\}$,$C=\{(x,y)\mid y=x\}$这三个集合,由于它们各自研究的对象不同,分别是 $x$、$y$ 和 $(x,y)$,所以,这三个集合所表示的意义也就不同,分别表示函数 $y=x$ 的自变量取值的集合、函数值取值的集合和函数图像上点的集合.

**3. 集合的分类**

按照集合中元素个数的多少,集合可以分成以下三类:

①有限集:含有有限个元素的集合;

②无限集:含有无数个元素的集合;

③空集:不含有任何元素的集合,记作 $\varnothing$.

### 例题精析

**例 1**　已知集合 $A=\{1,2a,a^2\}$,求 $a$ 的取值范围.

**思路点拨**　在给定的集合中,任何两个元素之间是互异的.

**规范解答**　$\because \begin{cases}1\neq 2a,\\ 1\neq a^2,\\ 2a\neq a^2,\end{cases}$ $\therefore \begin{cases}a\neq \frac{1}{2},\\ a\neq \pm 1,\\ a\neq 0,\text{且 } a\neq 2.\end{cases}$

所以,$a$ 的取值范围是 $a\neq\frac{1}{2}$,且 $a\neq\pm1$,且 $a\neq 0$,且 $a\neq 2$.

**解题回顾**　"集合中任何两个元素互不相同"是集合中元素的一个重要性质.另外,在本题中,要注意到由 3 个元素互不相等可以得到三个不等的式子,在解题时,不能出现遗漏.

**例 2**　用列举法表示下列集合:

(1)$A=\{x\mid x=3n,n\in\mathbf{N},n<20\}$;

(2)$B=\{x\in\mathbf{Z}\mid \frac{6}{2-x}\in\mathbf{Z}\}$;

(3)$C=\{x\mid x=\frac{a}{|a|}+\frac{b}{|b|}+\frac{c}{|c|}+\frac{abc}{|abc|},a,b,c \text{ 是非零实数}\}$;

(4) $D=\{(x,y)|x+y=4,y\in\mathbf{N}\}$.

**思路点拨** 题目所给的几个集合都是用描述法给出的,要将它们用列举法表示出来,首先要理解上面用描述法给出的集合的意义,然后再求出每个集合的具体元素.

**规范解答** (1)因为集合 $A$ 表示的是不大于 20 的,且能被 3 整除的自然数集合,所以,$A=\{0,3,6,9,12,15,18\}$.

(2)因为集合 $B$ 表示的是使得 $\frac{6}{2-x}$ 为整数的整数 $x$ 的集合,所以,$|2-x|$ 一定是 6 的约数,由于 $6=1\times6=2\times3$,所以,$|2-x|=1$,或 $|2-x|=6$,或 $|2-x|=2$,或 $|2-x|=3$.
$\therefore x=1$,或 $x=3$,或 $x=-4$,或 $x=8$,或 $x=0$,或 $x=4$,或 $x=-1$,或 $x=5$. $\therefore B=\{-4,-1,0,1,3,4,5,8\}$.

(3)集合 $C$ 表示式子 $\frac{a}{|a|}+\frac{b}{|b|}+\frac{c}{|c|}+\frac{abc}{|abc|}$ 的值所组成的集合,也就需要对每个绝对值中的字母的符号进行讨论.由于该式是一个对称不等式,所以,只要对 $a$、$b$、$c$ 三个数中有几个正数进行分类讨论即可.

①若 $a$、$b$、$c$ 全为正数,则 $x=1+1+1+1=4$;

②若 $a$、$b$、$c$ 三个数中有两个正数,另一个为负数,不妨设 $a$、$b$ 为正数,$c$ 为负数,则 $x=1+1-1-1=0$;

③若 $a$、$b$、$c$ 三个数中有一个正数,另两个为负数,不妨设 $a$ 为正数,$b$、$c$ 为负数,则 $x=1-1-1+1=0$;

④若 $a$、$b$、$c$ 全为负数,则 $x=-1-1-1-1=-4$.

所以,$C=\{-4,0,4\}$.

(4)集合 $D$ 表示在坐标平面内,直线 $y=-x+4$ 上横坐标、纵坐标都是自然数的点的集合,由 $-x+4\geqslant0$,得 $x\leqslant4$,所以,$x=0,1,2,3,4$. 所以 $D=\{(0,4),(1,3),(2,2),(3,1),(4,0)\}$.

**解题回顾** 对于第(3)题的这种对称的式子,在讨论符号时,可以根据代数式的对称性,对有几个数是正数(或负数)进行分类讨论即可,如在 $a$、$b$、$c$ 三个数中有一个正数,另两个为负数,只需研究 $a$ 为正数,$b$、$c$ 为负数这一种情形就可以了,不再需要研究 $b$ 为正数,$c$、$a$ 为负数和 $c$ 为正数,$a$、$b$ 为负数的情形,减少了不必要的讨论;对于第(4)题,要注意到集合所研究的对象是坐标平面内的点的集合,集合中的元素是表示坐标平面内点的坐标的有序实数对 $(x,y)$.

**例 3** 设集合 $A=\{a|a=n^2+1,n\in\mathbf{N}\}$,集合 $B=\{b|b=m^2-2m+2,m\in\mathbf{N}\}$. 若 $a\in A$,试判断 $a$ 和集合 $B$ 之间的关系.

**思路点拨** 由于 $a\in A$,所以,$a$ 具有集合 $A$ 中元素的性质,可以写成 $n^2+1$ 的形式,然后再对 $a$ 进行变形,看 $a$ 能否表示成 $m^2-2m+2$ 的形式.

**规范解答** $\because a\in A$,$\therefore a=n^2+1=(n+1)^2-2n=(n+1)^2-2(n+1)+2$,$\therefore a\in B$.

**解题回顾** 欲判断 $a$ 和集合 $B$ 之间的关系,就要去验证 $a$ 是否具有集合 $B$ 中元素的性质.

## 互动平台

通过本节的学习,你对集合有什么认识?另外,你觉得集合的两种表示法各有什么特点?

## 达标演练

1. 下列几组对象可以构成集合的是 ( )
A. 充分接近 $\pi$ 的实数的全体
B. 善良的人
C. 某校高一(1)班所有聪明的学生
D. 本班所有身高不足 160cm 的同学

2. 下列命题正确的是 ( )
A. 集合 $\{x\in\mathbf{R}|x^2=1\}$ 中有两个元素
B. 集合 $\{0\}$ 就是空集,不含任何元素
C. $\sqrt{13}\in\{x\in\mathbf{R}|x\leqslant2\sqrt{3}\}$
D. $\{1,2\}$ 和 $\{2,1\}$ 是不同的集合

3. 在直角坐标平面内,集合 $M=\{(x,y)|xy\geqslant0,x,y\in\mathbf{R}\}$ 的元素所对应的是 ( )
A. 第一象限内的点集
B. 第三象限内的点集
C. 第一或第三象限内的点集
D. 非第二、第四象限的点集

4. 给出下列关系:① $\frac{1}{2}\in\mathbf{R}$;② $\sqrt{2}\in\mathbf{Q}$;③ $|-3|\in\mathbf{N}_+$;④ $|-3|\in\mathbf{Z}$. 其中,正确的有 ( )
A. 1 个　　B. 2 个　　C. 3 个　　D. 4 个

5. 将集合 $A=\{x|x=\frac{a}{|a|}+\frac{b}{|b|}+\frac{c}{|c|}+\frac{ab}{|ab|}+\frac{bc}{|bc|}+\frac{ca}{|ca|}$,$a$、$b$、$c$ 为非零实数$\}$ 用另一种形式表示出来:________________.

6. 集合 $\{x\in\mathbf{Z}|(x-1)^2(x+1)=0\}$ 用列举法表示为________________.

7. 集合 $M=\{x\in\mathbf{R}|ax^2-3x+2=0,a\in\mathbf{R}\}$,若 $M$ 中至多有 1 个元素,则 $a$ 的取值范围是__________.

8. 设 $x=3$,$y=\frac{1}{\sqrt{3}-2}$,$M=\{m|m=p+\sqrt{3}q,p,q\in\mathbf{Q}\}$,分别判定 $x$、$y$ 与集合 $M$ 的关系.

9. 求 $x$ 的值,使得 $\frac{1-x}{1+x}\in\{1,x\}$.

10. 2 能否是集合 $A=\{1,x,x^2-x\}$ 的元素？若能，求出 $x$ 的值；若不能，说明理由。

## 能力提升

11. 已知 $A=\{x\mid x=3n,n\in\mathbf{N}\}$，$B=\{x\mid x=3n+1,n\in\mathbf{N}\}$，$C=\{x\mid x=3n+2,n\in\mathbf{N}\}$，若 $a\in A$，$b\in B$，$c\in C$，则下面正确的是（　　）

A. $a^2\in A$，$b^2\in B$，$c^2\in C$　　B. $a^2\in A$，$b^2\in B$，$c^2\in B$

C. $a^2\in A$，$b^2\in C$，$c^2\in B$　　D. $a^2\in A$，$b^2\in C$，$c^2\in C$

12. 已知集合 $A=\{x\in\mathbf{N}\mid \frac{12}{6-x}\in\mathbf{N}\}$，试用列举法把集合 $A$ 表示出来。

13. 在集合 $A=\{x\mid ax^2-2x+1=0\}$，$B=\{x\mid x^2-2x+a=0\}$ 中，已知 $A$ 中至多有一个元素，求集合 $A$ 与 $B$。

## 拓展创新

14. 已知集合 $A=\{x\mid x=m^2-n^2,m,n\in\mathbf{Z}\}$，求证：

(1) 任何奇数都是 $A$ 的元素；

(2) 偶数 $4k-2(k\in\mathbf{Z})$ 不是集合 $A$ 的元素。

# 第二节　集合的基本关系

## 课标导航

1. 了解集合之间的包含与相等关系，理解子集、真子集的概念，能识别给定集合的子集。

2. 能使用 Venn 图表示集合之间的关系，具体感受到数形结合的思想，体会到直观图示对理解抽象概念的作用。

## 自学引领

1. 若你所在班的所有同学组成集合 $A$，班上所有共青团员组成集合 $B$，那么，对于集合 $B$ 中的任意一个元素 $a$，与集合 $A$ 有什么关系？集合 $A$，$B$ 之间又有何种关系？

2. 符号 $\in$、$\notin$、$\subset$、$\supset$、$\not\subset$、$\subsetneqq$ 各表示什么意义？

## 要点探究

**1. 子集的概念**

从上面自学引领的第 1 题，我们不难发现，对于集合 $B$ 中的任何一个元素，都是集合 $A$ 的元素，为了方便于研究这一类集合，我们给出子集的概念：

一般地，对于集合 $A$ 与 $B$，如果集合 $A$ 中的任何一个元素都是集合 $B$ 的元素，即若 $a\in A$，则 $a\in B$，我们就说集合 $A$ 包含于集合 $B$，或集合 $B$ 包含集合 $A$，记作

$$A\subseteq B(\text{或 } B\supseteq A).$$

这里我们说集合 $A$ 是集合 $B$ 的**子集**。

显然，在上面的自学引领第 1 题中，集合 $B$ 是集合 $A$ 的子集，可以表示为 $B\subseteq A$（或 $A\supseteq B$）。

需要注意的是，在子集的定义中，前提是集合 $A$ 中的任意一个元素，而不是 $A$ 中某一个元素，如集合 $A=\{-1,0,1\}$，集合 $B=\{0,1,2\}$，在集合 $A$ 中存在着元素 0 和 1 是集合 $B$ 的元素，但集合 $A$ 不是集合 $B$ 的子集，因为集合 $A$ 中的任何一个元素（如元素 $-1$）不一定是集合 $B$ 的元素。另外，由子集的定义可知：**任何一个集合都是它自身的子集**，即 $A\subseteq A$。

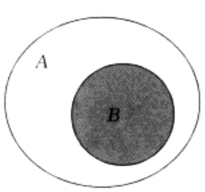



图 1—1

为了今后解决问题的方便，我们可以用 Venn 图来表示集合之间的关系。如 $B\subseteq A$ 可以用 Venn 表示为图 1—1 所示。

**2. 集合相等的概念**

对于两个集合 $A$ 与 $B$，如果集合 $A$ 中的任何一个元素都是集合 $B$ 的元素，同时集合 $B$ 中的任何一个元素都是集合 $A$ 的元素，这就是说集合 $A$ 与集合 $B$ **相等**，记作 $A=B$.

**3. 真子集的概念**

对于两个集合 $A$ 与 $B$，如果 $A\subseteq B$，且 $A\neq B$，我们就说集合 $A$ 是集合 $B$ 的**真子集**，记作 $A\subsetneqq B$.

**空集是任何一个集合的子集．空集是任何一个非空集合的真子集．**

**注意**：若 $A\subsetneqq B$，则在集合 $B$ 中至少存在一个元素不属于集合 $A$.

**4. 正确地区分集合符号**

(1)$\in$ 与 $\subseteq$："$\in$"用于表示元素和集合之间的关系；而"$\subseteq$"用于表示集合与集合之间的关系．

(2)$\not\subseteq$ 与 $\subsetneqq$："$\not\subseteq$"表示一个集合不是另一个集合的子集，而"$\subsetneqq$"表示一个集合是另一个集合的真子集．

## 例题精析

**例 1** 写出满足 $\{0,1\}\subsetneqq A\subseteq\{-1,0,1,2,3\}$ 的所有集合 $A$.

**思路点拨** 由 $\{0,1\}\subsetneqq A$，得集合 $A$ 中一定含有元素 0 和 1，且除了这两个元素之外，还一定存在着其他元素；又由 $A\subseteq\{-1,0,1,2,3\}$ 可知，集合 $A$ 中至少含有元素 $-1$，2，3 中的一个元素．于是对集合 $A$ 中含有元素 $-1$、2、3 中的一个、两个、三个进行讨论．

**规范解答** 满足条件的所有集合 $A$ 是：

$\{-1,0,1\}$，$\{0,1,2\}$，$\{0,1,3\}$，$\{-1,0,1,2\}$，$\{-1,0,1,3\}$，$\{0,1,2,3\}$，$\{-1,0,1,2,3\}$.

**解题回顾** 在解题时，要做到正确地审题．如本例中，要注意到集合 $\{0,1\}$ 是集合 $A$ 的真子集．所以，在集合 $A$ 中一定存在着除元素 0、1 之外的其他元素；再由 $A\subseteq\{-1,0,1,2,3\}$，对集合 $A$ 中的元素个数进行讨论，从而求出集合 $A$.

**例 2** 已知集合 $A=\{x\mid -2\leqslant x\leqslant 5\}$，$B=\{x\mid m+1\leqslant x\leqslant 2m-1\}$，满足 $B\subseteq A$，求实数 $m$ 的取值范围．

**思路点拨** 由于集合 $A$ 已经给定，而集合 $B$ 随着实数 $m$ 的变化而变化，又因为 $B\subseteq A$．所以，要特别注意到集合 $B$ 是否为空集．

**规范解答** (1)若集合 $B$ 为空集，则 $m+1>2m-1$，即 $m<2$，

$\therefore$ 当 $m<2$ 时，$B=\varnothing$，满足 $B\subseteq A$.

(2)若集合 $B$ 不为空集，由图 1－2 所示，可得 $\begin{cases}m+1\leqslant 2m-1,\\ m+1\geqslant -2,\\ 2m-1\leqslant 5,\end{cases}$ 即 $\begin{cases}m\geqslant 2,\\ m\geqslant -3,\\ m\leqslant 3.\end{cases}$

$\therefore 2\leqslant m\leqslant 3$.

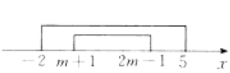



图 1－2

综上可得，当 $m\leqslant 3$ 时，$B\subseteq A$.

**解题回顾** 在解决子集问题时，一定要注意到"空集是任何集合的子集"，比如在本例中，要特别注意到 $B$ 为空集的情形；此外，在解题过程中，利用数形结合的方法，借助于图形解决问题，可以化抽象为具体，降低解决问题的难度．

**例 3** 已知集合 $A=\{x\mid x^2+mx+2=0\}$，$B=\{x\mid x^2-3x+2=0\}$，$A\subseteq B$，求 $m$ 的取值范围．

**思路点拨** 由于 $A\subseteq B$，$B=\{1,2\}$，所以，要就集合 $A$ 为空集、单元素集合和两个元素集合进行分类讨论．

**规范解答** 由题意知，$B=\{1,2\}$.

①当 $A=\varnothing$ 时，满足 $A\subseteq B$，此时有 $\Delta=m^2-8<0$，

$\therefore -2\sqrt{2}<m<2\sqrt{2}$.

②当 $A$ 为单元素集合时，此时 $\Delta=0$，$m=\pm 2\sqrt{2}$.

若 $m=2\sqrt{2}$ 时，$A=\{-\sqrt{2}\}\not\subseteq B$，$\therefore m=2\sqrt{2}$ 不合题意，舍去；

若 $m=-2\sqrt{2}$ 时，$A=\{\sqrt{2}\}\not\subseteq B$，$\therefore m=-2\sqrt{2}$ 不合题意，舍去；

③当 $A$ 是两个元素集合时，则 $A=B=\{1,2\}$，

$\therefore$ 1 和 2 是方程 $x^2+mx+2=0$ 的两根，

则 $\begin{cases}1+2=-m,\\ 1\times 2=2,\end{cases}$ $\therefore m=-3$.

综上所述，$m$ 的取值范围是 $\{m\mid m=-3$，或 $-2\sqrt{2}<m<2\sqrt{2}\}$.

**解题回顾** 在解决集合问题时，对于所求得的结论，还要进行验证，如在本例中，当 $A$ 为单元素集合时，由 $\Delta=0$，解得 $m=\pm 2\sqrt{2}$ 后，还要分别验证当 $m=2\sqrt{2}$ 和 $-2\sqrt{2}$ 时，所得到的集合 $A$ 是否满足题意．

**例 4** 已知集合 $A=\{x\mid x=k+\frac{1}{2},k\in\mathbf{Z}\}$，$B=\{x\mid x=\frac{1}{2}k,k\in\mathbf{Z}\}$，$C=\{x\mid x=\frac{1}{4}k,k\in\mathbf{Z}\}$，求集合 $A$，$B$，$C$ 之间的关系．

**思路点拨** 本例中所给的三个集合 $A$、$B$、$C$ 中元素所满足的条件各不相同，为了研究这三个集合之间的关系，首先要对这三个集合中元素所满足的条件进行"等价转化"，从而使得这三个集合中元素所满足的条件"化异为同"．

**规范解答** $A=\{x\mid x=\frac{4k+2}{4},k\in\mathbf{Z}\}=\{x\mid x=\frac{2(2k+1)}{4},k\in\mathbf{Z}\}$，$B=\{x\mid x=\frac{2k}{4},k\in\mathbf{Z}\}$，$C=\{x\mid x=\frac{k}{4},k\in\mathbf{Z}\}$，由于这三个集合中元素的分母相同，所以，只要比较分子的差异即可．

由于集合 $A$、$B$、$C$ 分子分别是 $2(2k+1)$、$2k$ 和 $k$，所以，$A\subsetneqq B\subsetneqq C$.

**解题回顾** 在比较几个集合之间的关系时，为了便于比较，首先要对集合中元素所满足的条件进行"等价转化"，实现"化异为同"，从而便于比较集合之间的相互关系．

## 互动平台

通过上面内容的学习，你觉得在解决子集这一类问题时，主要有哪些方法？在解题过程中，又要注意些什么？

## 达标演练

1. 在以下六种写法中：①$\{0\}\in\{0,1\}$；②$\varnothing\subsetneqq\{0\}$；③$\{0,-1,1\}\subseteq\{-1,0,1\}$；④$0\in\varnothing$；⑤$\mathbf{Z}=\{x\mid x\in\mathbf{N}\}$；⑥$\{(0,0)\}=\{0,0\}$，错误写法的个数是　（　　）

A. 3 个　　B. 4 个　　C. 5 个　　D. 6 个

2. 下面选项中，$M$ 与 $P$ 表示同一集合的是　（　　）

A. $M=\{(1,-3)\}$，$P=\{(-3,1)\}$

B. $M=\varnothing$，$P=\{0\}$

C. $M=\{y\mid y=x^2+1,x\in\mathbf{R}\}$，$P=\{(x,y)\mid y=x^2+1,x\in\mathbf{R}\}$

D. $M=\{y\mid y=x^2+1,x\in\mathbf{R}\}$，$P=\{t\mid t=x^2+1,x\in\mathbf{R}\}$

3. 下列集合中，只有一个子集的是　（　　）

A. $\{x\in\mathbf{R}\mid x^2\leqslant 0\}$　　B. $\{x\in\mathbf{R}\mid x^3\leqslant 0\}$

C. $\{x\in\mathbf{R}\mid x^2<0\}$　　D. $\{x\in\mathbf{R}\mid x^3<0\}$

4. 已知集合 $A=\{x\mid 2\sqrt{2}<x\leqslant\sqrt{10}\}$ 和 $a=\pi$，则下列关系正确的是　（　　）

A. $a\subseteq A$　　B. $a\notin A$　　C. $\{a\}\in A$　　D. $\{a\}\subseteq A$

5. 已知集合 $A=\{$菱形$\}$，$B=\{$正方形$\}$，$C=\{$平行四边形$\}$，那么 $A$、$B$、$C$ 之间的关系是____________.

6. 图 1－3 中反映的是"球类、大球、小球、篮球、足球、排球、乒乓球、羽毛球"这八个概念之间的关系，请在上面八个概念中作适当的选择填入下面的空格：

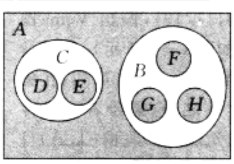



图 1－3

$A$ 为__________；

$B$ 为__________；

$C$ 为__________；$D$ 为__________；

$E$ 为__________；$F$ 为__________；

$G$ 为__________；$H$ 为__________.

7. 已知集合 $A=\{x\mid -1<x<3\}$，$B=\{x\mid x<a\}$，若 $A\subsetneqq B$，则 $a$ 的取值范围是____________.

8. 若集合 $A=\{x\in\mathbf{R}\mid ax^2+5x+2=0\}$ 至多有两个子集，求 $a$ 的取值范围.

9. 已知集合 $P=\{a,b,2\}$，$Q=\{2a,b^2,2\}$，且 $P=Q$，求 $a$、$b$ 的值.

## 能力提升

10. 满足 $\{a,b\}\subset A\subsetneqq\{a,b,c,d,e\}$ 的集合 $A$ 的个数有（　　）

A. 2 个　　B. 4 个　　C. 6 个　　D. 7 个

11. 在下列选项中，集合 $P\neq Q$ 的是　（　　）

A. $P=\{x\mid x=2k+1,k\in\mathbf{Z}\}$，$Q=\{x\mid x=4k\pm1,k\in\mathbf{Z}\}$

B. $P=\{x\mid x=2k+1,k\in\mathbf{Z}\}$，$Q=\{x\mid x=2k-1,k\in\mathbf{Z}\}$

C. $P=\{x\mid x=3k+1,k\in\mathbf{Z}\}$，$Q=\{x\mid x=3k-1,k\in\mathbf{Z}\}$

D. $P=\{x\mid x=2k,k\in\mathbf{Z}\}$，$Q=\{x\mid \frac{x}{2}\in\mathbf{Z}\}$

12. 已知集合 $A=\{x\mid x^2+3x-4=0\}$，$B=\{x\mid x^2-ax+(a-1)=0\}$，若 $B\subsetneqq A$，求 $a$ 的值.

13. 已知集合 $A=\{x\mid x=3n+1,n\in\mathbf{Z}\}$，$B=\{x\mid x=3n+2,n\in\mathbf{Z}\}$，$C=\{x\mid x=6n+3,n\in\mathbf{Z}\}$.

(1) 求证：存在 $a\in A$，$b\in B$，使得 $a+b\in C$；

(2) 对任意的 $a\in A$，$b\in B$，是否一定有 $a+b\in C$？证明你的结论.

## 拓展创新

14. 设集合 $A=\{(x,y)\mid y=x+2\}$，$B=\{(x,y)\mid \frac{y-1}{x+1}=1\}$，试讨论集合 $A$ 与 $B$ 之间的关系.

# 第三节　集合的基本运算

## 课标导航

1. 理解两个集合的交集与并集的含义，会求两个简单集合的交集与并集.

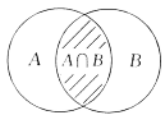
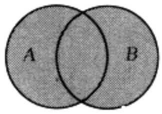
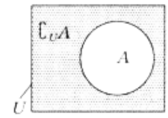
2. 理解在给定集合中一个集合的补集的含义，会求给定子集的补集.

3. 能用 Venn 图表示集合的运算，体会直观图示对理解抽象概念的作用.

## 自学引领

集合的基本运算有哪些？分别是怎样定义的？

## 要点探究

| 运算形式 | 交　集 | 并　集 | 补　集 |
|---|---|---|---|
| 定　义 | $A\cap B=\{x\mid x\in A$，且 $x\in B\}$ | $A\cup B=\{x\mid x\in A$，或 $x\in B\}$ | $\complement_U A=\{x\mid x\in U$，且 $x\notin A\}$ |
| Venn 图 |   |   |   |
| 性　质 | ①$A\cap B=B\cap A$；<br>②$A\cap B\subseteq A$，$A\cap B\subseteq B$；<br>③$A\cap A=A$；<br>④$A\cap\varnothing=\varnothing$. | ①$A\cup B=B\cup A$；<br>②$A\subseteq A\cup B$，$B\subseteq A\cup B$；<br>③$A\cup A=A$；<br>④$A\cup\varnothing=A$. | ①$A\cup(\complement_U A)=U$；<br>②$A\cap(\complement_U A)=\varnothing$；<br>③ $\complement_U(A\cap B)=(\complement_U A)\cup(\complement_U B)$，<br>$\complement_U(A\cup B)=(\complement_U A)\cap(\complement_U B)$. |

## 例题精析

**例 1**　如图 1－4 所示，$U$ 是全集，$M$、$S$、$P$ 是 $U$ 的 3 个子集，则阴影部分所表示的集合是　　(　　)

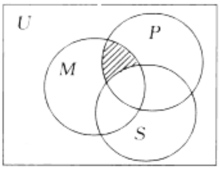



图 1－4

A. $(M\cap P)\cap S$

B. $(M\cap P)\cup S$

C. $(M\cap P)\cap\complement_U S$

D. $(M\cap P)\cup\complement_U S$

**思路点拨**　由于图中的阴影部分在全集 $U$ 内、集合 $S$ 之外，所以，阴影部分所对应的集合一定与集合 $S$ 的补集有关，故答案在选项 C、D 当中，因为选项 D 是集合 $S$ 的补集与另外一个集合 $M\cap P$ 的并集，故不合题意，所以选 C.

**规范解答**　答案为 C.

**解题回顾**　在解选择题时，要能够依据题目的特点，迅速、准确地解决问题.

**例 2**　设全集 $U=\{$不大于 20 的质数$\}$，且 $A\cap(\complement_U B)=\{3,5\}$，$(\complement_U A)\cap B=\{7,11\}$，$(\complement_U A)\cap(\complement_U B)=\{2,17\}$，求集合 $A$、$B$.

**思路点拨**　欲求集合 $A$、$B$，首先应求出全集 $U$，然后再借助于 Venn 图来解决问题.

**规范解答**　由题意知，全集 $U=\{2,3,5,7,11,13,17,19\}$，画出 Venn 图(如图 1－5 所示)，由 $A\cap(\complement_U B)=\{3,5\}$ 可知，在集合 $B$ 之外、集合 $A$ 之中存在元素 3 和 5；由 $(\complement_U A)\cap B=\{7,11\}$ 得，在集合 $A$ 之外、集合 $B$ 之中存在元素 7 和 11；又由 $(\complement_U A)\cap(\complement_U B)=\{2,17\}$ 可知，在集合 $A$，$B$ 之外，有元素 2 和 17；所以，集合 $U$ 中剩余的元素 13 和 19 一定在集合 $A$、$B$ 的公共部分，所以集合 $A=\{3,5,13,19\}$，$B=\{7,11,13,19\}$.

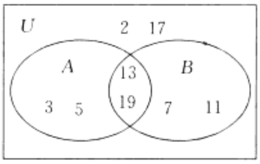



图 1－5

**解题回顾**　在解题过程中，利用数形结合的思想，借助于图形，可以使抽象问题具体化、复杂问题简单化.

**例 3**　已知全集 $U=\{x\mid -4\leqslant x\leqslant 4\}$，集合 $A=\{x\mid -2<x<3\}$，$B=\{x\mid -3<x\leqslant 3\}$，求 $\complement_U A$，$A\cap B$，$\complement_U(A\cap B)$，$(\complement_U A)\cap B$.

**思路点拨**　利用数轴，在数轴上正确地画出全集 $U$ 及集合 $A$、$B$ 的范围.

**规范解答**

把全集 $U$ 及集合 $A$、$B$ 在数轴上表示出来(如图 1－6 所示).

由图 1－6，可知

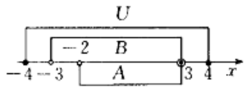



图 1－6

$\complement_U A=\{x\mid -4\leqslant x\leqslant -2$，或 $3\leqslant x\leqslant 4\}$，

$A\cap B=\{x\mid -2<x<3\}$，

$\complement_U(A\cap B)=\{x\mid -4\leqslant x\leqslant 2$，或 $3\leqslant x\leqslant 4\}$，

$(\complement_U A)\cap B=\{x\mid -3<x\leqslant -2$，或 $x=3\}$.

**解题回顾**　在解不等式解集的集合问题时，要利用数形结合的思想，借助于数轴来直观地解决问题. 同时，还要特别注意到各个小范围的端点的值是否能够取到.

**例 4**　已知集合 $A=\{x\mid -2\leqslant x\leqslant a, a\geqslant -2\}$，$B=\{y\mid y=2x+3, x\in A\}$，$C=\{z\mid z=x^2, x\in A\}$，且 $B\cap C=C$. 求实数 $a$ 的取值范围.

**思路点拨**　本例给出了较为抽象的三个集合以及集合 $B$ 与 $C$ 之间所满足的关系，正确地求解本例的前提是正确地理解集合这一符号语言的意义. 由于集合 $B$、$C$ 中的自变量 $x$ 都是集合 $A$ 中的元素，对于集合 $B$，由函数 $y=2x+3$ 可知，$y$ 随着 $x$ 的增大而增大，所以，集合 $B$ 是确定的；而对于集合 $C$，它表示二次函数 $z=x^2$ 当 $x\in A$ 时的函数值的集合，由于这个二次函数的对称轴为 $x=0$，所以，集合 $C$ 随着 $a$ 的取值范围的改变而改变. 此外，集合 $B$ 与 $C$ 之间所满足的关系 $B\cap C=C$，等价于 $C\subseteq B$.

**规范解答**　$\because B\cap C=C$，$\therefore C\subseteq B$.

$\because A=\{x\mid -2\leqslant x\leqslant a, a\geqslant -2\}$，$B=\{y\mid y=2x+3, x\in A\}$，函数 $y=2x+3$ 中，$y$ 随着 $x$ 的增大而增大.

$\therefore B=\{y\mid -1\leqslant y\leqslant 2a+3\}$.

①当 $-2\leqslant a<0$ 时，由图 1－7①，得 $C=\{z\mid a^2\leqslant z\leqslant 4\}$，

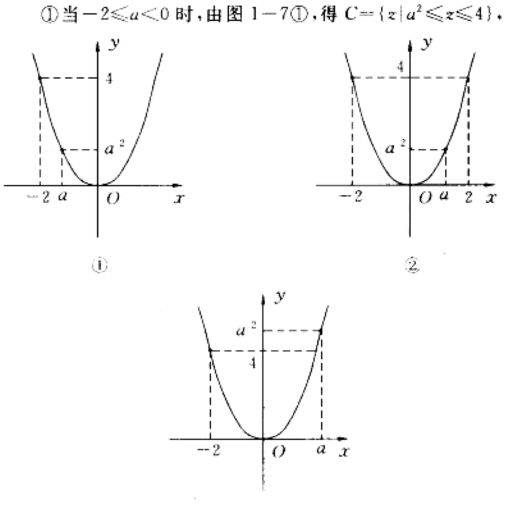



图 1－7

由 $C\subseteq B$，得 $4\leqslant 2a+3$，$\therefore a\geqslant \frac{1}{2}$，与 $-2\leqslant a<0$ 矛盾.

②当 $0\leqslant a<2$ 时，由图 1－7②，得 $C=\{z\mid 0\leqslant z\leqslant 4\}$，由 $C\subseteq B$，得 $4\leqslant 2a+3$，$\therefore a\geqslant \frac{1}{2}$.

$\therefore \frac{1}{2}\leqslant a<2$.

③当 $a\geqslant 2$ 时，由图 1－7③，得 $C=\{z\mid 0\leqslant z\leqslant a^2\}$，由 $C\subseteq B$，得 $a^2\leqslant 2a+3$，

即 $a^2-2a-3\leqslant 0$，$\therefore -1\leqslant a\leqslant 3$. 又 $a\geqslant 2$，$\therefore 2\leqslant a\leqslant 3$.

综上所述，$a$ 的取值范围是 $\{a\mid \frac{1}{2}\leqslant a\leqslant 3\}$.

**解题回顾**　对于集合 $A$ 与 $B$，存在下列关系：

①若 $A\cap B=A$，则 $A\subseteq B$；反过来，若 $A\subseteq B$，则 $A\cap B=A$；

②若 $A\cup B=B$，则 $A\subseteq B$；反过来，若 $A\subseteq B$，则 $A\cup B=B$.

**例 5**　设集合 $A=\{x\mid x^2+ax-12=0\}$，$B=\{x\mid x^2+bx+c=0\}$，且 $A\neq B$，$A\cup B=\{-3,4\}$，$A\cap B=\{-3\}$，求 $a$、$b$、$c$ 的值.

**思路点拨**　由于集合中元素是以方程的解的形式给出，所以，要从集合 $A$、$B$ 之间的交集、并集及 $A\neq B$ 进行思考.

**规范解答**　$\because A\cap B=\{-3\}$，$\therefore -3\in A$，$-3\in B$.

将 $-3$ 代入到 $x^2+ax-12=0$，得 $a=-1$，$\therefore A=\{-3,4\}$.

将 $-3$ 代入到 $x^2+bx+c=0$，得 $3b-c=9$.　　①

$\because A\cup B=\{-3,4\}=A$，$\therefore B\subseteq A$.

又 $A\neq B$，$\therefore B\subsetneqq A$，$\therefore B=\{-3\}$.

$\therefore$ 方程 $x^2+bx+c=0$ 的判别式

$\Delta=b^2-4c=0$.　　②

由①、②，得 $\begin{cases}3b-c=9,\\ b^2-4c=0,\end{cases}$ 解得 $b=6$，$c=9$.

综上所述，$a=-1$，$b=6$，$c=9$.

**解题回顾**　在本例解题过程中，要抓住 $A\cup B=\{-3,4\}=A$ 这一隐含条件，得到 $B\subseteq A$，再由 $A\neq B$ 得到 $B\subsetneqq A$，从而解决了问题. 在今后的解题过程中，要善于抓住题目中所隐含的条件来解决问题.

## 互动平台

通过本节内容的学习，你觉得交集、并集概念中的“且”、“或”与我们生活中的“且”、“或”的含义相同吗？

## 达标演练

1. 若 $A\cup B=\varnothing$，则　　(　　)

A. $A\neq\varnothing$，$B\neq\varnothing$　　B. $A\neq\varnothing$，$B=\varnothing$

C. $A=\varnothing$，$B\neq\varnothing$　　D. $A=\varnothing$，$B=\varnothing$

2. 已知集合 $P=\{x\mid x<2\}$，$Q=\{x\mid -1\leqslant x\leqslant 3\}$，则 $P\cup Q$ 等于　　(　　)

A. $\{x\mid -1\leqslant x<2\}$　　B. $\{x\mid -1\leqslant x\leqslant 3\}$

C. $\{x|x\leqslant 3\}$　　D. $\{x|x\geqslant -1\}$

3. 已知集合 $M=\{y|y=x^2+1,x\in\mathbf{R}\}$，$N=\{y|y=-x^2+1,x\in\mathbf{R}\}$，则 $M\cap N$ 是（　　）

A. $\{0,1\}$　　B. $\{(0,1)\}$

C. $\{1\}$　　D. 非上述答案

4. 已知集合 $P=\{1,3,x\}$，$Q=\{1,x^2\}$，且 $P\cup Q=\{1,3,x\}$，则满足条件的 $x$ 的个数是（　　）

A. 1 个　　B. 2 个

C. 3 个　　D. 4 个

5. 全集 $U=\mathbf{R}$，集合 $M=\{x|x\geqslant 1\}$，$N=\{x|-1\leqslant x<2\}$，则 $\complement_U(M\cap N)$ 等于（　　）

A. $\{x|x\geqslant 2$，或 $x<1\}$　　B. $\{x|x>2$，或 $x\leqslant 1\}$

C. $\{x|1\leqslant x\leqslant 2\}$　　D. $\{x|x\geqslant 2\}$

6. 下列四个命题：①若 $a\in(A\cup B)$，则 $a\in A$；②若 $a\in(A\cap B)$，则 $a\in(A\cup B)$；③若 $A\subseteq B$，则 $A\cup B=B$；④若 $A\cup B=A$，则 $A\cap B=B$. 其中正确命题的个数是（　　）

A. 1 个　　B. 2 个

C. 3 个　　D. 4 个

7. 已知集合 $A=\{x\in\mathbf{R}|x\neq 3\}$，$B=\{x\in\mathbf{R}|x\neq 5\}$，则 $A\cup B$ 等于（　　）

A. $\{x\in\mathbf{R}|x\neq 3\}$　　B. $\{x\in\mathbf{R}|x\neq 5\}$

C. $\{x\in\mathbf{R}|x\neq 3$，且 $x\neq 5\}$　　D. $\mathbf{R}$

8. 设集合 $M$、$P$ 是全集 $U$ 的子集，且 $M\subseteq P$，则下列等式一定成立的是（　　）

A. $\complement_U M\subseteq\complement_U P$　　B. $(\complement_U M)\cup(\complement_U P)=U$

C. $M\cap(\complement_U P)=\varnothing$　　D. $(\complement_U M)\cap P=\varnothing$

9. 已知集合 $A$、$B$、$C$ 都是全集 $U$ 的子集，试用集合 $A$、$B$、$C$ 的交集、并集、补集分别表示图 1－8 中的 Ⅰ、Ⅱ、Ⅲ、Ⅳ 这四个部分所表示的集合：

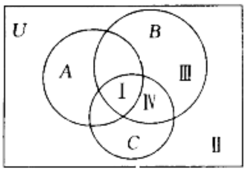



图 1－8

Ⅰ部分：________；

Ⅱ部分：________；Ⅲ部分：________；

Ⅳ部分：________.

10. 若集合 $A=\{$平行四边形$\}$，$B=\{$矩形$\}$，$C=\{$菱形$\}$，则 $A\cap B=$________；$B\cap C=$________；$A\cap C=$________；$A\cup B=$________；$A\cap(B\cap C)=$________.

11. 已知全集 $U=\{2,3,a^2+2a-3\}$，$A=\{2,|a+7|\}$，$\complement_U A=\{5\}$，求 $a$ 的值.

12. 设集合 $A=\{x|x^2-ax+a^2-19=0\}$，$B=\{x|x^2-5x+6=0\}$，$C=\{x|x^2+2x-8=0\}$，且 $A\cap B\neq\varnothing$，$A\cap C=\varnothing$，求 $a$ 的值.

13. 设集合 $A=\{x|(a-1)x^2-ax+1=0\}$，$B=\{x|x^2-7x+12=0\}$，$C=\{x|(x-1)(x-2)(x-3)=0\}$，且 $A\cap B=\varnothing$，$A\cup C=C$，求实数 $a$ 的值.

## 能力提升

14. 设全集 $U(U\neq\varnothing)$ 和 $U$ 的子集 $M$、$N$、$P$ 满足 $M=\complement_U N$，$N=\complement_U P$，则 $M$ 与 $P$ 的关系是（　　）

A. $M=\complement_U P$　　B. $M=P$

C. $P\subsetneqq M$　　D. $M\subsetneqq P$

15. 设集合 $A=\{$锐角三角形$\}$，$B=\{$直角三角形$\}$，$C=\{$钝角三角形$\}$，$D=\{$斜三角形$\}$，则 $(A\cup B)\cap(C\cup D)$ 等于（　　）

A. $\{$锐角三角形$\}$　　B. $\{$钝角三角形$\}$

C. $\{$直角三角形$\}$　　D. $\varnothing$

16. 设全集 $U=\{(x,y)|x\in\mathbf{R},y\in\mathbf{R}\}$，$M=\{(x,y)|\frac{y-3}{x-2}=1\}$，$N=\{(x,y)|y\neq x+1\}$，则 $(\complement_U M)\cap(\complement_U N)$ 等于（　　）

A. $\varnothing$　　B. $\{(2,3)\}$

C. $\{(x,y)|y=x+1\}$　　D. $\{(x,y)|x=2$，或 $y=3\}$

17. 已知集合 $S=\{x|2x^2-px+q=0\}$，$T=\{x|6x^2+(p+2)x+q+5=0\}$，且 $S\cap T=\left\{\frac{1}{2}\right\}$，求集合 $S$ 和 $T$.

18. 设全集 $U=\mathbf{N}_+$，集合 $M=\{x|\frac{x+1}{2}\in\mathbf{N}_+\}$，$P=\{x|x=4k,k\in\mathbf{N}_+\}$，求 $(\complement_U M)\cap P$.

19. 已知集合 $A=\{x|x^2-px-2=0\}$，$B=\{x|x^2+qx+r=0\}$，且 $A\cup B=\{-2,1,5\}$，问：由已知条件能否确定 $p$、$q$ 和 $r$ 的值？若能确定，求出它们的值；若不能确定，说明理由.

## 拓展创新

20. 对于非空集合 $A$ 和 $B$，把所有属于 $A$ 而不属于 $B$ 的元素称为 $A$ 与 $B$ 的差集，记为 $A\backslash B$.

(1)已知 $A=\{1,2,3,4,5\}$，$B=\{3,4,5,6\}$，求 $A\backslash B$；

(2)在什么条件下，$A\backslash B=\complement_A B$.

# 单 元 评 价

## A 卷

**（测试时间 45 分钟）**

**一、选择题**

1. 下列集合中，表示空集的是　（　　）

A. $\{x|x+3=3\}$

B. $\{(x,y)|y^2=-x^2,x,y\in\mathbf{R}\}$

C. $\{y|y^2>0,y\in\mathbf{R}\}$

D. $\{x|x^2-x+1=0,x\in\mathbf{R}\}$

2. 已知 $U$ 为全集，若非空集合 $A$ 与 $B$ 满足 $A\supseteq B$，则下列集合中为空集的是　（　　）

A. $A\cap B$

B. $(\complement_U A)\cap B$

C. $(\complement_U A)\cap(\complement_U B)$

D. $A\cap(\complement_U B)$

3. 若集合 $A=\{x|ax^2+2x+a=0\}$ 是一个单元素集合，则 $a$ 的取值范围是　（　　）

A. $\{1\}$　　B. $\{-1\}$

C. $\{0,1\}$　　D. $\{-1,0,1\}$

4. 已知 $U$ 为全集，集合 $A$、$B$ 满足 $A\cup B=U$，那么下列关系中一定正确的是　（　　）

A. $B\subseteq(\complement_U A)$

B. $A\cap B=\varnothing$

C. $(\complement_U A)\subseteq B$

D. $(\complement_U A)\cap(\complement_U B)=U$

5. 已知集合 $A\subsetneqq\{1,2,3\}$，且 $A$ 至少有两个元素，满足条件的集合 $A$ 共有　（　　）

A. 1 个　　B. 2 个

C. 3 个　　D. 4 个

6. 如果 $A=\{x|x=n,n\in\mathbf{Z}\}$，$B=\{x|x=\frac{n}{2},n\in\mathbf{Z}\}$，$C=\{x|x=n+\frac{1}{2},n\in\mathbf{Z}\}$，那么下列各式中正确的是　（　　）

A. $A=B$　　B. $B=A\cup C$

C. $B\subsetneqq C$　　D. $B=A\cap C$

**二、填空题**

7. 设集合 $A=\{x|x<3,x\in\mathbf{Z}\}$，$B=\{x|x\leqslant1,x\in\mathbf{Z}\}$，则 $A\cap(\complement_{\mathbf{Z}}B)=$________.

8. 已知集合 $A$、$B$ 各有 8 个元素，$A\cap B$ 中有 4 个元素，则 $A\cup B$ 中共有________个元素.

9. 满足 $\{1,3\}\cup A=\{0,1,2,3\}$ 的所有集合 $A$ 的个数是________.

10. 在图 1－9 中用集合前面的代号标出每个集合所对应的区域：

①$(A\cap B)\cap\complement_U C$；②$(A\cap B)\cap C$；③$\complement_U(A\cup B\cup C)$.

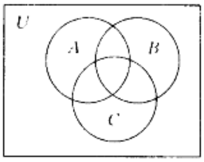



图 1－9

**三、解答题**

11. 设全集 $U=\mathbf{R}$，集合 $M=\{m|$关于 $x$ 的方程 $mx^2-x-1=0$ 有实根$\}$，$N=\{n|$关于 $x$ 的方程 $x^2-x+n=0$ 有实根$\}$，求$(\complement_U M)\cap N$.

12. 集合 $A=\{1,1+d,1+2d\}$，$B=\{1,q,q^2\}$，若 $A=B$，求 $d$、$q$ 的值.

13. 设集合 $A=\{x|-3\leqslant x\leqslant a,a\geqslant-3\}$，$B=\{y|y=3x+10,x\in A\}$，$C=\{z|z=5-x,x\in A\}$，$B\cap C=C$，求实数 $a$ 的取值范围.

## B 卷

（测试时间 45 分钟）

### 一、选择题

1. 设全集 $U=\{0,1,2,3,4\}$，集合 $A=\{0,1,2,3\}$，集合 $B=\{2,3,4\}$，则 $(\complement_U A)\cup(\complement_U B)$ 等于 （  ）

A. $\{0\}$　　B. $\{0,1\}$

C. $\{0,1,4\}$　　D. $\{0,1,2,3,4\}$

2. 设全集 $U=\mathbf{R}$，集合 $M=\{x|x\leqslant 1+\sqrt{2}\}$，$N=\{1,2,3,4\}$，则 $(\complement_U M)\cap N$ 等于 （  ）

A. $\{4\}$　　B. $\{3,4\}$

C. $\{2,3,4\}$　　D. $\{1,2,3,4\}$

3. 设集合 $A=\{x|x\in\mathbf{Z}$，且 $-10\leqslant x\leqslant -1\}$，$B=\{x|x\in\mathbf{Z}$，且 $-5\leqslant x\leqslant 5\}$，则 $A\cup B$ 中元素个数是 （  ）

A. 11　　B. 10

C. 16　　D. 15

4. 已知全集 $U=\mathbf{N}$，集合 $A=\{x|x=2n,n\in\mathbf{N}\}$，$B=\{x|x=4n,n\in\mathbf{N}\}$，则 （  ）

A. $U=A\cup B$　　B. $U=(\complement_U A)\cup B$

C. $U=A\cup(\complement_U B)$　　D. $U=(\complement_U A)\cup(\complement_U B)$

5. 设全集 $U=\mathbf{R}$，集合 $M=\{x|x<1\}$，$N=\{x|-1<x<2\}$，则集合 $\{x|-1<x<1\}$ 等于 （  ）

A. $M\cup N$　　B. $M\cap N$

C. $(\complement_{\mathbf{R}} M)\cup N$　　D. $(\complement_{\mathbf{R}} M)\cap N$

6. 设集合 $M=\{a,b\}$，$N=\{c,d,e,f\}$，设 $M\cap N$ 中有 $m$ 个元素，$M\cup N$ 中有 $n$ 个元素，则 $m\cdot n$ 的最大值是 （  ）

A. 5　　B. 6

C. 8　　D. 12

### 二、填空题

7. 若非空集合 $S\subseteq\{1,2,3,4,5\}$，且若 $a\in S$，必有 $(6-a)\in S$，则所有满足条件的集合 $S$ 共有______个.

8. 若集合 $M=\{x|2x^2-5x-3=0\}$，$N=\{x|mx=1\}$，且 $N\subsetneqq M$，则实数 $m$ 取值的集合是________.

9. 设集合 $P$、$Q$ 都是全集 $U=\{1,2,3,4\}$ 的子集，若 $(\complement_U P)\cap Q=\{1\}$，$P\cap Q=\{3\}$，$(\complement_U P)\cap(\complement_U Q)=\{2\}$，则 $P=$________，$Q=$________.

10. 已知集合 $A=\{(x,y)|\frac{y-1}{x-2}=0,x,y\in\mathbf{R}\}$，$B=\{(x,y)|x-2y=0,x,y\in\mathbf{R}\}$，那么，$A\cap B=$________.

### 三、解答题

11. 已知集合 $A=\{a^2,a+1,-3\}$，$B=\{a-3,2a-1,a^2+1\}$，$A\cap B=\{-3\}$，求实数 $a$.

12. 设集合 $A=\{x|x^2+4x=0\}$，$B=\{x|x^2+2(a+1)x+a^2-1=0\}$.

(1)若 $A\cap B=B$，求实数 $a$ 的取值范围；

(2)若 $A\cup B=B$，求实数 $a$ 的取值范围.

13. 设 $S$ 是满足下列两个条件的实数所构成的集合：

①$S$ 内不含 1；

②若 $a\in S$，则 $\frac{1}{1-a}\in S$.

解答下列问题：

(1)若 $2\in S$，则 $S$ 中必有其他两个元素，求出这两个元素；

(2)求证：若 $a\in S$，则 $1-\frac{1}{a}\in S$；

(3)在集合 $S$ 中，元素的个数能否只有 1 个？说明理由.