

总主编/蔡上鹤

特别合作 sina 新浪网
中学生学习报

Magic

魔力! 高效! 经典! 权威!



魔法数学

Magic Math

专题突破

方程(组)与不等式(组)

体验征服学习考试
精彩感觉!

初中版

丛书主编/严文科

请认准此防伪标识



补上你知识木桶上
最短的那一块

- 最全面、最创新的素质教育
- 最科学、最优化的学习流程
- 最新颖、最独到的情境设置



著名节目主持人
魔法数学品牌代言人 何昊

长征出版社
CHANGZHENG PRESS



Magic

总主编/蔡上鹤



魔力！高效！经典！权威！

魔法数学

Magic Math

专题突破 方程(组)与不等式(组)

初中版

丛书主编/ 严文科
本册主编/ 张四平 胡光华
编 委/ 龚天青 熊正兰 张扩军
龚天荣 张胜言 姜建华

长征出版社
CHANGZHENG PRESS

图书在版编目 (CIP) 数据

魔法数学专题突破. 初中: 方程(组)与不等式(组)/张四平, 胡光华
主编. —北京: 长征出版社, 2004

ISBN 7-80015-814-4

I. 魔… II. ①张… ②胡… III. 数学课—初中—教学参考资料
IV. G634.603

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2004) 第 044330 号

魔法数学专题突破 初中版

主创设计 / 魔法教育发展研究中心

电 话 / 010—80602977

网 址 / <http://www.magic365.com.cn>

出 版 / 长征出版社

(北京市西城区阜外大街 34 号 邮编: 100832)

行销企划 / 北京九恒世纪文化有限公司

(服务热线: 010—80602977)

经 销 / 全国新华书店

印 刷 / 保定市印刷厂

开 本 / 880×1230 1/32

字 数 / 4160 千字

印 张 / 130 印张

版 次 / 2004 年 6 月第 1 版

印 次 / 2004 年 6 月第 1 次印刷

书 号 / ISBN 7-80015-814-4/G·313

全套定价 / 192.00 元

版权所有·侵权必究



致读者

在新的世纪,国内基础教育正发生着日新月异的变化,广大教师和学生中学教辅读物出版创新的呼声也此起彼伏:中学教辅需要精品,需要品牌,需要从更远、更新的角度重新打造!在这一大背景下,魔法英语以其独特的品质和魅力赢得了读者的尊重和认可,应接不暇的咨询电话和雪片般的订单让我们更加深刻地体会到:中国的基础教育太需要“魔法”这样卓越的图书了!

数以万计的中学教师和学生问我们:你们何时出版“魔法语文”“魔法数学”“魔法物理”“魔法化学”等其他学科的图书?

肩负着社会的责任,带着广大中学师生的期盼,我们联合了美国蒙登戈国际语言研究中心、英国剑桥国际语言研究院等国内外数十所教育研究机构,邀请了张定远、蔡上鹤、薄冰、张同恂、程耀尧、刘真、杨启楠、臧嵘、刘淑梅等十余名基础教育界权威、国内顶级教材专家,在北京四中、黄冈中学、华东师大附中、清华大学附中、北大附中等国内百余所重点中学的鼎力协助下,隆重推出了以《魔法英语》为龙头的《魔法语文》《魔法数学》《魔法物理》《魔法化学》《魔法生物》《魔法政治》《魔法历史》《魔法地理》系列魔法图书。

“享受学习每一刻!”是魔法系列图书最基本的理念,我们希望把魔法系列图书这一成功的理念推广到中学教育的每一个学科、每一个年级、每一个领域。

一千多位教育专家及知名特高级教师联手缔造的魔法系列图书,已经走在中学教辅图书的最前沿,成为一个全新的中学教辅品牌!一个真正由专家打造的具有国际品质的中学教辅品牌!

我们希望给中学生提供一个崭新的学习平台,为每位读者付出的时间和殷切的期待提供丰厚的回报。我们力求通过不懈的努力,让魔法系列图书解放中学生的学习,解放中学生的考试,让学习变得“轻松、快乐、高效”的思想光芒照耀每位读者!

我们与读者的心是相通的,同广大一线教师的心是相通的。现在,我们付出的每一份努力,都得到了广大教师和读者的支持和肯定。面对这些勉励和关怀,我们将会以百倍的努力来报答。未来我们会做得更好,这是我们的目标,也是我们不变的承诺。

魔法系列图书愿做中学生学习的最佳助手,最贴心的朋友!让魔法系列图书伴随着我们的幸福、快乐和回忆,一起成长!

魔法教育发展研究中心
2004.6





前言

根据教育专家多年的研究发现,几乎每位学生在学习过程当中都有薄弱的学科,每一学科中都有薄弱的专题,而正是这些薄弱学科、薄弱的专题阻碍了学生的成功。“亡羊补牢,未为迟也。”为了帮助更多中学生在中考走向成功,我们组织了全国数十名有多年教学和研究经验的特高级教师、教研员,在张定远、薄冰、蔡上鹤、张同恂、程耀尧、刘真、杨启楠、臧嵘、刘淑梅等中学教育界权威、教材专家的悉心指导下,在北京四中、黄冈中学、华东师大附中、清华大学附中、北大附中等国内百余所重点中学的鼎力协助下,精心编写了本系列图书。

我们在丛书编写过程中,秉承“科学划分、高效实用”的编写理念,尊重现行教材体系,依据教学大纲与考试说明,将初中数学专题科学地设置为:《实数与代数式》《方程(组)与不等式(组)》《圆》《三角形与四边形》《相似形与解直角三角形》《综合性问题》《创新型问题》《函数及其图像》八个分册。

本书具备以下特点:

细分专题,针对性强:适合初中不同年级的学生对自己的薄弱学科、薄弱专题集中学习,不受年级、教材的限制。

内容详尽,重点突出:以大纲为面,考纲为线,所有该专题的内容全面详尽,重点难点突出。

表述灵活,直观高效:本书灵活使用图、表、眉批、旁注等多种表述方式进行内容阐述,使平常枯燥的学习过程变得直观、具体、高效。

信息敏锐,材料新颖:本书采用了大量的前沿性、趣味性、现实性资料,结合最新的中考信息和命题趋势,从最新的角度组织学习和复习,具有很强的实用性和超前性。



前言

本丛书分为以下几个栏目：

【教考资讯】紧扣教学大纲，总结分析中学教学、教材改革的新趋势、新动向，突出最新考试信息和对未来中考命题走向的预测，增强针对性。

【知识精讲】这是本套丛书最具特色的栏目。专题在这个栏目中，下大气力，对所涉及的知识点，高度集中地作全面、详尽地分析，以利学生在有限的时间里，集中补差、补弱，系统有效地提高自己知识能力，补上自己知识木桶上最短的那一块。

【典题探究】此栏目针对综合性强的拓展题进行解析，结合最新的《考试说明》，评价每道题的命题角度和能力层级要求，分析解题过程，点拨解题技巧。

【思维跨越】对重点、难点和热点进行延伸和拓展。以提高学生综合解决问题的能力。

【中考链接】收集了与本节内容相关的近几年各省市的中考题进行详细解析，使学生学以致用，了解中考，感受中考，为决胜中考做准备。

【魔法训练】魔法训练由三个层次组成，第一层次的基本训练，重在基础；第二层次的拓展训练，重在提高；第三层次的综合创新，重在应用。从而使知识的训练由浅入深，阶梯形提高，最终达到把握基础知识，培养和提高学生综合素质和应考能力。

本套丛书既适应应考学生的中考需要，也适合初一、初二学生的学习需要。

我们在编写过程中，本着对学生高度负责的态度，处处把关，如还有疏漏，诚请读者指正。

编者

2004年6月于北京



目 录

第一章	一次方程(组)的解	(1)
第二章	一元一次不等式(组)的解	(17)
第三章	一元二次方程的解法及根的判别式(一)	(36)
第四章	一元二次方程根与系数的关系及 根的判别式(二)	(57)
第五章	简单分式方程与无理方程	(81)
第六章	简单的二元二次方程组	(104)
第七章	方程型应用题	(120)
第八章	不等式型应用题	(142)
自我测试		(163)





Magic

第一章 一次方程(组)的解法



第一章 一次方程(组)的解法

教考资讯

1. 了解等式和方程、一元一次方程、方程的解(根)的概念, 掌握等式的基本性质, 灵活运用等式的基本性质和移项法则解一元一次方程.

2. 了解二元一次方程、方程组的解等概念; 会把二元一次方程化为用一个未知数的代数

式表示另一个未知数的形式; 会检查一对数值是不是某个二元一次方程的一个解.

3. 灵活运用代入法、加减法解二元一次方程组; 并会解简单的三元一次方程组; 了解消元的思想方法.

知识精讲

1. 等式和它的性质.

用等号“=”来表示相等关系的式子, 叫做等式. 等式的性质: (1) 等式两边都加上(或减去)同一个数或同一个整式, 所得结果仍是等式; (2) 等式两边都乘以(或除以)同一个数(除数不能是0), 所得结果仍是等式.

2. 方程、方程的解和解方程.

(1) 含有未知数的等式叫做方程. (2) 使方程左、右两边值相等的未知数的值, 叫做方程的解(只含有一个未知数的方程的解, 也叫做根).

名师导学

你熟悉天平吗? 其实等式的这些性质和天平的一些特性很接近的!



(3)求方程解的过程,叫做解方程.

3.一元一次方程.

在整式方程中,只含有一个未知数,并且未知数的次数是1,次数为1的未知数的系数不等于0的方程叫做一元一次方程, $ax+b=0(a \neq 0)$ 是一元一次方程的标准形式. $ax=b(a \neq 0)$ 是一元一次方程的最简形式.

4.解一元一次方程的一般步骤.

(1)去分母:在方程两边都乘以各分母的最小公倍数.

(2)去括号:先去小括号,再去中括号,最后去大括号(注意去括号法则).

(3)移项:把含有未知数的项都移到方程的一边,其他项都移到方程的另一边(注意移项要变号).

(4)合并同类项:方程化为 $ax=b$ 的形式($a \neq 0$).当 $a=0$ 时无解或有任意解.

(5)系数化为1:在方程两边都除以未知数的系数 a ,得到方程的解 x 的值.

5.二元一次方程的有关概念.

(1)二元一次方程:含有两个未知数,并且含有未知数的项的次数都是1的整式方程.

(2)二元一次方程的解:使二元一次方程左、右两边相等的一组未知数的值.

注意:检验一个数(组)是否为方程的解,应分别将其代入方程的左右两边,分别计算后比较是否相等.若相等则是原方程的解,否则不是.

正确区分一元一次方程,可要练就一双火眼金睛喔!往往很多解题条件就隐藏其中,请特别注意.首先是整式方程.

(试一试)下列方程中,是一元一次方程的是:

☐ A $x^2-x=0$ ☐ B $2x-3y=0$

☐ C $x+\frac{1}{x}=0$ ☐ D $2x=0$

答:D

对于分子、分母

里面有小数的方程,我们可以先利用分数的基本性质将其化为整数后再去分母.

要注意,多了一个未知数,一个方程往往有无数组解了!





Magic

第一章 一次方程(组)的解法



(3)方程组:由几个方程组成的一组方程.

(4)方程组的解:方程组里各个方程的公共解,叫做这个方程组的解.

(5)二元一次方程组:两个二元一次方程合在一起,就组成了一个二元一次方程组.

(6)二元一次方程组的解:使二元一次方程组的两个方程左、右两边的值都相等的两个未知数的值,叫做二元一次方程组的解.

6. 二元一次方程组的解法.

(1)代入法:即代入消元法,其步骤如下:

①求表示式:从方程组中选一个系数比较简单的方程(最好是系数为1),将此方程中的一个未知数,例如 y , 用含 x 的代数式表示出来,写成 $y=ax+b$ 的形式.

②代入消元:将 $y=ax+b$ 代入另一个方程中,消去 y , 得一个关于 x 的一元一次方程.

③解一元一次方程,求出 x 的值.

④回代得解:将求出的 x 的值代入 $y=ax+b$ 中,求出 y 的值.

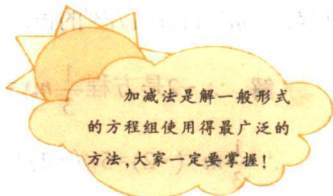
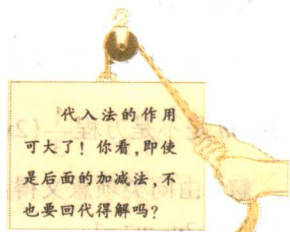
(2)加减法:即加减消元法,其主要步骤如下:

①变换系数,即把一个方程或两个方程的两边都乘以适当的数,变换两个方程的某一个未知数的系数,使其绝对值相等.

②加减消元,把变换系数后的两个方程的两边分别相加或相减,消去一个未知数,得到一元一次方程.

③解这个一元一次方程,求出一个未知数的值.

④回代得解,将求出的未知数的值代入原方程组的任意一个方程中,求出另一





一个未知数,从而得到方程组的解.



典题探究

例 1 下列变形中,正确的是 ()

A 若 $3x-1=2x+1$, 则 $x=0$ **B** 若 $ac=bc$, 则 $a=b$

C 若 $a=b$, 则 $\frac{a}{c}=\frac{b}{c}$ **D** 若 $\frac{y}{5}=\frac{x}{5}$, 则 $y=x$

答案 D

例 2 已知 $-3a^2b^{n+2}$ 与 $\frac{1}{3}a^{m-1}b^3$ 是同类项, 试判断

$x=2n-m$ 是不是方程 $\frac{1}{3}(2x+5)=2x+3$ 的根.

解 由同类项意义得: $m-1=2, n+2=3$, 即 $m=3, n=1$, 则 $x=2n-m=-1$.

当 $x=-1$ 时, 方程的左边 $=\frac{1}{3}[2 \times (-1)+5]=1$,

右边 $=2 \times (-1)+3=1$.

$\therefore$ 左边=右边, $\therefore x=2n-m$ 是方程的根.

点拨与发散

点拨: 正确运用等式的性质!

A 中运用等式的性质(1), 必须注意将等式的两边加上(或减去)“同一个整式”; B 与 C 中, 显然是运用等式的性质(2), 当 $c=0$ 时, 两个结论都不成立.



点拨: 检验一个数是否为某个一元一次方程的根, 是必须掌握的最基本技能技巧, 检验某个给定的数是否为某方程的根, 只要将该数代入方程, 看能否使方程左、右两边的值相等, 这种方法, 当代著名数学家教育家波利亚称之为“回到定义上去”. 这是一种重要的数学思想方法.

例 3 已知 -2 是方程 $\frac{1}{3}mx=5x+(-2)^2$ 的解, 求

代数式 $(m^2-11m+17)^{2003}$ 的值.

解 $\because -2$ 是方程 $\frac{1}{3}mx=5x+(-2)^2$ 的解,

$\therefore \frac{1}{3}m \times (-2) = 5 \times (-2) + (-2)^2$. 解得 $m=9$.

点拨: 如果已知一个含字母系数的方程的解, 可根据解的定义将解直接代入方程, 求出方程中的字母系数, 但必须分清楚是关于哪个字母的方程, 就本例而言, 有待求或知方程是关于 x 的方程.



Magic

第一章 一次方程(组)的解法



∴ 代数式 $(m^2 - 11m + 17)^{2003} = (9^2 - 11 \times 9 + 17)^{2003} = (-1)^{2003} = -1$.

例4 下列一元一次方程的变形对不对? 如果不对, 找出错在哪里, 并改正.

(1) 由 $3x - 8 = 2$, 得到 $3x = 2 - 8$

(2) 由 $3x = x - 6$, 得到 $3x - x = 6$

(3) 解方程 $\frac{x-1}{2} - \frac{3x+2}{4} = \frac{x}{2} - 1$

解法1 去分母, 得: $2(x-1) - (3x+2) = 2x-1$

解法2 去分母, 得: $2(x-1) - 3x + 2 = 2x-4$

(4) 解方程 $3x + 10 = x - 2$

解: $3x + 10 = x - 2 \Rightarrow 3x - x = -2 - 10 \Rightarrow 2x = -12 \Rightarrow x = -6$

答案 (1) 不对, -8 从等号的左边移到右边应该改变符号, 应改为 $3x = 2 + 8$.

(2) 不对, -6 在等号右边没有移项不应改变符号, 应改为 $3x - x = -6$.

(3) 解法1 不对, 去分母时, 应各项同乘以4, 分母为1的项 -1 没有乘4.

解法2 也不对, 分数线兼有括号的作用, 去分母后, 没有在 $3x + 2$ 上加括号, 应改为 $2(x-1) - (3x+2) = 2x-4$.

(4) 不对, 在解题过程中出现的4个方程 $3x + 10 = x - 2$, $3x - x = -2 - 10$, $2x = -12$, $x = -6$ 彼此是独立的同解方程, 不能用等号连接起来. 应改为:

∵ $3x + 10 = x - 2$, ∴ $3x - x = -2 - 10$,

∴ $2x = -12$, 故 $x = -6$.

点拨: 这里指出来的是解方程中出现的几种常见错误, 同学们应从这些错误中吸取教训, 尽量避免错误.

例5 解方程 $x - \frac{3-2x}{2} = 1 - \frac{x+2}{6}$.

解 去分母得: $6x - 3(3-2x) = 6 - (x+2)$,

去括号得 $6x - 9 + 6x = 6 - x - 2$,

移项得 $6x + 6x + x = 6 - 2 + 9$,

合并同类项得 $13x = 13$,

系数化为1得 $x = 1$.





点拨:

方程中含有分母,去分母是首先要考虑的.去掉分母可能出现括号.去括号后还要移项、合并同类项,才能化成最简形式.要注意去分母时方程中各项都要乘以各分母的最小公倍数,去括号时一定要按法则进行.

例6 填空题

下列方程组中,是二元一次方程组的有_____.

$$(1) \begin{cases} \frac{x-y}{2} + 1 = x \\ 3(x-y) = y-2 \end{cases} \quad (2) \begin{cases} x-y=xy \\ x+y=2 \end{cases} \quad (3) \begin{cases} 2z+y=1 \\ x+y=2 \end{cases} \quad (4) \begin{cases} x+y=3 \\ 2x-y=2 \\ x-2y=0 \end{cases}$$

$$(5) \begin{cases} x=3 \\ y=2 \end{cases} \quad (6) \begin{cases} x=a \\ x-y=0 \end{cases} \quad (x, y \text{ 未知数})$$

答案 正确的是(1)、(4)、(5)、(6).

点拨:由二元一次方程组定义,(2)中的 $x-y=xy$ 不是一次方程,(3)中的两个方程虽然都是二元一次方程,但两个方程中的未知数共有三个,这个方程组不是二元一次方程组.故选(1)、(4)、(5)、(6)共4个.

例7 用代入法及加减法解二元一次方程组

$$\begin{cases} 3x-y=7 & (1) \\ 5x+2y=8 & (2) \end{cases}$$

解 代入法:

由(1)得 $y=3x-7$, (3)

把(3)代入(2)得, $5x+2(3x-7)=8$,

即 $11x=22$, $x=2$,

把 $x=2$ 代入(3),得 $y=3 \times 2 - 7$,

即 $y=-1$.

$\therefore \begin{cases} x=2 \\ y=-1 \end{cases}$ 是原方程组的解.

点拨:

方程(1)中 y 的系数的绝对值为1,可选取对它进行变形,用含 x 的代数式表示 y 较容易.

方程(3)由方程(1)变形而来,只能代入方程(2),不然解不出方程组,不信你可试试!



Magic

第一章 一次方程(组)的解法



加减法:

$$\text{由}(1) \times 2 \text{ 得 } 6x - 2y = 14 \quad (3)$$

$$(2) + (3) \text{ 得 } 11x = 22,$$

$$\therefore x = 2,$$

把 $x=2$ 代入(1)可得 $y = -1$,

$$\therefore \begin{cases} x=2, \\ y=-1, \end{cases} \text{ 是原方程组的解.}$$

点拨

用加减消元法解方程组关键要确定好消哪个未知数,一般先消系数绝对值相等或较容易变成系数相等的未知数.

思维跨越

例1 解方程

$$\frac{1}{9} \left\{ \frac{1}{7} \left[\frac{1}{5} \left(\frac{x+2}{3} + 4 \right) + 6 \right] + 8 \right\} = 1$$

解 方程两边同乘以9,得

$$\frac{1}{7} \left[\frac{1}{5} \left(\frac{x+2}{3} + 4 \right) + 6 \right] + 8 = 9,$$

$$\text{移项, 合并得 } \frac{1}{7} \left[\frac{1}{5} \left(\frac{x+2}{3} + 4 \right) + 6 \right] = 1,$$

$$\text{方程两边同乘以7, 得 } \frac{1}{5} \left(\frac{x+2}{3} + 4 \right) + 6 = 7,$$

$$\text{移项, 合并得 } \frac{1}{5} \left(\frac{x+2}{3} + 4 \right) = 1,$$

$$\text{方程两边同乘以5, 得 } \frac{x+2}{3} + 4 = 5,$$

$$\text{移项, 合并得 } \frac{x+2}{3} = 1,$$

故 $x+2=3$, 方程的解为 $x=1$.

例2 已知 $\begin{cases} 4x-3y-3z=0, \\ x-3y-z=0, \end{cases}$

求(1) $x:z$ 的值; (2) $x:y:z$;

名师指路

原方程中有多层括号,各分母的最小公倍数是个非常大的数,无论是先按常规去分母,或去括号,都不是容易的事,所以得另辟蹊径,巧妙求解,对本题我们采用从大到小逐层去括号的方法比较简便.所以在解方程时要根据方程特点灵活安排求解步骤.





(3) $\frac{xy+2yz}{x^2+y^2-z^2}$ 的值.

解 (1) 求 $x:z$ 的值, 可以把 y 视为已知数, 解关于 x, z 的二元一次方程组 $\begin{cases} 4x-3z=3y \\ x-z=3y \end{cases}$

解得 $x=-6y, z=-9y, \therefore x:z=2:3$

(2) 可以由(1)的结论 $x=-6y,$

$z=-9y,$

得: $x:y:z=(-6):1:(-9).$

(3) 同样可以由(1)的结论 $x=-6y, z=-9y,$

$$\begin{aligned} \text{代入化简 } \frac{xy+2yz}{x^2+y^2-z^2} &= \frac{(-6y)y+2y(-9y)}{(-6y)^2+y^2-(-9y)^2} \\ &= \frac{6}{11}. \end{aligned}$$

所给方程组中含有三个未知数, 由两个方程组成, 要把 x, y, z 的值求出来是不可能. 但方程组具有的特点是“常数项”为零, 要求比值可以做到. 方法与解一般方程组的模式相同, 即把某一字母视为“已知数”另两个字母视为未知数, 解方程组用“已知数”的代数式把“未知数”表示出来, 问题就得解决.

中考链接

例 1 (2002·苏州) 已知 $\begin{cases} x=1 \\ y=2 \end{cases}$ 是方程 $ax-3y=5$ 的一个解, 则 $a=$ ____.

解 将 $\begin{cases} x=1 \\ y=2 \end{cases}$ 代入方程 $ax-3y=5$, 得 $a-6=5,$

所以 $a=11.$

例 2 (北京东城区) 关于 x 的一元二次方程 $(a-1)x^2+x+a^2-1=0$ 的一个根是 0, 则 a 的值是 ().

A 1

B -1

C 1 或 -1

D $\frac{1}{2}$

解 将 $x=0$ 代入方程 $(a-1)x^2+x+a^2-1=0$ 得 $a^2-1=0,$

则 $a=\pm 1$, 当 $a=1$ 时, 原方程二次项系数为 $x=0$, 不是一元二次方程, 舍去. $a=-1$, 故选 B.



例 3 (云南省)二元一次方程组 $\begin{cases} 2x-y=2, & (1) \\ x+3y=-\frac{5}{2} & (2) \end{cases}$ 的解是 ()

- A $\begin{cases} x=1 \\ y=0 \end{cases}$ B $\begin{cases} x=2 \\ y=-\frac{3}{2} \end{cases}$ C $\begin{cases} x=\frac{1}{2} \\ y=-1 \end{cases}$ D $\begin{cases} x=-1 \\ y=-\frac{4}{5} \end{cases}$

解 由(1)得 $y=2x-2$, (3)

将(3)代入(2), 得 $x+3(2x-2)=-\frac{5}{2}$.

解得 $x=\frac{1}{2}$, (4)

将(4)代入(3), 得 $y=-1$.

$\therefore \begin{cases} x=\frac{1}{2} \\ y=-1 \end{cases}$, 故选 C.

例 4 (无锡市)已知方程组 $\begin{cases} 4x+y=3, & (1) \\ 3x+2y=2. & (2) \end{cases}$ 则 $x-y$ 的值是 ()

- A 1 B -1 C 0 D 2

解 (1)-(2)得 $x-y=1$, 故选 A.

魔法训练

基础训练 A

一、选择题

- 已知 2 是关于 x 的方程 $x^2-2a=0$ 的一个根, 则 $2a-1$ 的值是 ()
 A 3 B 4 C 5 D 6
- 已知 $\begin{cases} x=2 \\ y=1 \end{cases}$ 是方程 $kx-y=3$ 的解, 那么 k 的值是 ()
 A 2 B -2 C 1 D -1