中等职业教育国家规划教材
全国中等职业教育教材审定委员会审定

数学

基础版

3

第三册

（修订本）

主编 乔家瑞

语文出版社 http://www.ywcbs.com

中等职业教育国家规划教材

全国中等职业教育教材审定委员会审定

数　学

基础版

第三册

（修订本）

主　　编　乔家瑞

责任主审　李文林

审　　稿　孙永生　杨浩菊

语　文　出　版　社

中等职业教育国家规划教材

数　学

基础版

第三册

（修订本）

主编　乔家瑞

*

语 文 出 版 社 出 版

100010　北京朝阳门南小街51号

E-mail:ywp@ywcbs.com

新华书店经销　北京市联华印刷厂印刷

*

787毫米×1092毫米　16开本　15印张　384千字

2005年5月第2版　2006年3月第6次印刷

定价：15.00元

ISBN 7-80126-907-1/G·646

本书如有缺页、倒页、脱页，请寄本社发行部调换。

中等职业教育国家规划教材
出 版 说 明

为了贯彻《中共中央国务院关于深化教育改革全面推进素质教育的决定》精神，落实《面向21世纪教育振兴行动计划》中提出的职业教育课程改革和教材建设规划，根据教育部关于《中等职业教育国家规划教材申报、立项及管理意见》（教职成［2001］1号）的精神，我们组织力量对实现中等职业教育培养目标和保证基本教学规格起保障作用的德育课程、文化基础课程、专业技术基础课程和80个重点建设专业主干课程的教材进行了规划和编写，从2001年秋季开学起，国家规划教材将陆续提供给各类中等职业学校选用。

国家规划教材是根据教育部最新颁布的德育课程、文化基础课程、专业技术基础课程和80个重点建设专业主干课程的教学大纲（课程教学基本要求）编写，并经全国中等职业教育教材审定委员会审定通过。新教材全面贯彻素质教育思想，从社会发展对高素质劳动者和中初级专门人才需要的实际出发，注重对学生的创新精神和实践能力的培养。新教材在理论体系、组织结构和阐述方法等方面均作了一些新的尝试。新教材实行一纲多本，努力为教材选用提供比较和选择，满足不同学制、不同专业和不同办学条件的教学需要。

希望各地、各部门积极推广和选用国家规划教材，并在使用过程中，注意总结经验，及时提出修改意见和建议，使之不断完善和提高。

教育部职业教育与成人教育司

2001年5月

前言

一

本教材编写的指导思想是：

1. 切实落实新《大纲》精神。新《大纲》继承和发扬了以往我国中等职业教育数学大纲的优良传统，致力于弥补我国中等职业学校数学教育的不足，建立了实施素质教育的中等职业学校数学课程的新体系，并首次正式提出使用计算器计算、要求形成基本计算工具使用能力的问题，为数学教学改革提出了新课题。基于对新《大纲》的理解和认识，我们完全按照新《大纲》的要求编写教材，《大纲》要求什么内容就编进什么内容，《大纲》要求编写到什么程度就编到什么程度，以使《大纲》精神切实得到落实。

2. 加强改革意识，加大改革力度。在教材编写中，要在培养学生创新意识和实践能力上多下功夫，这是一个重要目的和一条基本原则，是实施素质教育的核心。为了充分体现这一指导思想，我们在教材的编写中，力求突出知识的交汇性、再生性及应用性，建立数学教学的全新模式。在教材的编写中，尽可能地吸纳国内外数学教材编写的先进思想、方法和经验，走创新之路，努力编出职教特色，编出新特色，编出自己的特色。

3. 把握学生的认知规律。在教材编写中，我们认真遵循知识发生、发展的客观规律，从学生的年龄特征和现有的知识水平出发，尽量贯彻深入浅出，由易到难，由实际到抽象，循序渐进的原则；注意了教材的系统性、科学性以及各部分内容的相互独立；还兼顾了与专业课程的衔接。

4. 加强教材的实用性和适用性。在教材的编写中，我们充分考虑到我国地域辽阔，各地经济、文化发展不平衡，职教专业多等实际情况，力求使教材适用于不同地区、不同类型的职业学校，适合于不同专业、不同学习程度的学生使用。

二

本教材有如下特点：

1. 注重在知识浅层挖掘。从教学改革的要求和教学实际出发，教材将最基础部分的知识，从不同的起点、不同的层次、不同的侧面，进行了变通性强化、方法性强化和对比性强化，从而使基础知识得到充实、丰富和发展。

2. 注重培养学生的创新意识和实践能力。教材在内容的安排上，切实落实新《大纲》的认知要求三层次（了解、理解、掌握）和能力培养六方面（基本运算能力、基本计算工具使用能力、空间想像能力、数形结合能力、简单实际应用能力、逻辑思维能力）的要求，注重培养学生的创新意识和实践能力。

3. 注重加强学法指导，教会学生学习。进行学习方法的指导，教材除了在各章节的内容上不断渗透外，在每章之后，还专门编入了“学法指导”的内容，集中指导学习方法，让学生在学习知识的同时，不断地改进学习方法，逐步掌握科学的思维方式。

4. 注重让学生参与实现教育目标的过程，寓教学方法于教材之中。教材十分重视学生的认识过程和探索过程。例如，在概念、定理、公式后，安排"想一想"的内容，提出具有启发性的问题，让学生进行思考、讨论。又如，安排让学生根据要求自己编制题目的内容，以使学生动手动脑，把课堂教学变成师生的共同活动。再如，教材中的例题，除了给出解法外，还在解法前安排分析，解法后安排小结，为学生自学创造条件。还适当地安排了"阅读空间"的内容，提供有关材料供学生课外阅读或课堂上讨论。

5. 在例题和习题的编排上有较大改革。主要是：把例题和习题的题量、难度进行量化；引进客观题，增加开放题和建模题等新题型；采用串联成组的方法，以使发挥题目的个体功能转变成发挥题门的整体功能；选择富有代表性、启发性的题目，进行详尽透彻的分析，并在此基础上进行横向或纵向的演变，最大限度地发挥题组的潜在功能；在适当位置设计"条件填充题"或"结论填充题"，以缩小知识跨度，减少学习困难。

6. 《教学参考书》从内容到形式，都有较大突破。在"教参"的编写中，将教学参考、进修、考核三项内容融为一体。以教材中的章为编写单位，安排了如下内容：教材分析、课时分配、优秀课程设计介绍、能力素质培养措施、专题研究、资料汇编、习题思路分析与解答等。

三

为了编写出高质量、高水平的面向21世纪中等职业教育国家规划教材，我社成立了国家规划中等职业文化基础课教材编写委员会。编委会主任：史习江；编委会副主任：杨曙望；编委会委员（按姓氏笔画排列）：王立善、王晓庆、方鸣、史习江、李建国、乔家瑞、杨曙望、张程、赵大鹏、赵曾、降林、戴宗显。

本教材共四册，供两学年四学期使用，每学期一册。每册教材均有配套《教学参考书》和《练习册》。为满足中职学生参加高职、成考、自考等各类高等教育升学考试的需要，另配有《数学复习考试教科书》。

本教材由乔家瑞任主编，主审是罗声雄。

参加编写方案讨论及教材编写的有岳荫巍、彭林、张秋立、陈斯、李励信、朱林、王水琛、逯新丽、张宗慈、马仲华、孙满立、王匡强、蒙锦杰、方曦、王刚、伊余才、钟致诚、方鸣、张程、周士其等。

责任编辑是张程。

语文出版社

2001年5月

修 订 说 明

为了全面、深入地落实《中等职业学校数学教学大纲（试行）》的精神，加强改革意识，加大改革力度，我们召开了多种形式的座谈会，进行了多方面的调查研究。通过调查研究使我们认识到，教材在使用过程中，应根据实际情况及时地进行修订，使之不断完善和提高。在保持教材原有特色的前提下，于2004年初我们对教材进行了较大幅度的修订，使教材更加贴近中职数学教学的实际情况，更全面地贯彻素质教育思想。

本教材此次主要在以下几方面进行了修订：

教材针对学习价值和应用价值不大的内容、对部分选学内容进行了删减或改为阅读空间内容；降低了习题难度，为此增加了由最简单、最基本题目组成的A组题，同时删去了原有的难度较大的题目；增加了内容新颖独特的阅读空间；用“小结”取代了“学法指导”；使之更加实用。这样，教材的整体难度有所下降。

对教学参考书中的课堂教学设计，做了大幅度的加工润色，增加了具有中职数学教学特点的教学设计，及对重点知识和有难度内容的教学设计。同时，教学参考书也对能力素质培养措施、专题研究、资料汇编内容做了部分增补。

参加本次教材修订及编写工作的有乔家瑞、张秋立、彭林、张程，主编仍由乔家瑞担任。

语文出版社

2004年3月

目　录

第九章　直线和圆的方程 …… (1)
一　直线的方程 …… (1)
9.1　直线方程的点斜式和斜截式 …… (1)
9.2　直线方程的一般式 …… (6)
二　两条直线的位置关系 …… (10)
9.3　两条直线的平行和垂直 …… (10)
9.4　两条直线的夹角 …… (13)
9.5　两条直线的交点 …… (15)
9.6　点到直线的距离 …… (17)
9.7　二元一次不等式表示的平面区域 …… (18)
三　曲线和方程 …… (25)
9.8　曲线和方程 …… (25)
四　圆 …… (31)
9.9　圆的标准方程和一般方程 …… (31)
9.10　圆的参数方程 …… (36)
小结 …… (40)
第十章　圆锥曲线方程 …… (47)
一　椭圆 …… (47)
10.1　椭圆及其标准方程 …… (47)
10.2　椭圆的简单几何性质 …… (51)
二　双曲线 …… (58)
10.3　双曲线及其标准方程 …… (58)
10.4　双曲线的简单几何性质 …… (62)
三　抛物线 …… (70)
10.5　抛物线及其标准方程 …… (70)
10.6　抛物线的简单几何性质 …… (74)
四　坐标轴的平移 …… (77)
10.7　坐标轴的平移 …… (77)
小结 …… (80)
第十一章　直线、平面、简单几何体 …… (88)
一　平面 …… (88)
11.1　平面的概念 …… (88)
11.2　平面的基本性质 …… (90)

11.3 空间图形在平面上的表示方法 ……………………………… (94)
二 空间直线 ……………………………… (97)
11.4 空间两条直线的位置关系 ……………………………… (97)
11.5 平行直线 ……………………………… (98)
11.6 两条异面直线所成的角 ……………………………… (101)
三 空间直线和平面 ……………………………… (105)
11.7 直线与平面平行的判定和性质 ……………………………… (105)
11.8 直线与平面垂直的判定和性质 ……………………………… (110)
11.9 三垂线定理 ……………………………… (114)
四 空间两个平面 ……………………………… (121)
11.10 平面与平面平行的判定和性质 ……………………………… (121)
11.11 二面角 ……………………………… (124)
11.12 两个平面垂直的判定和性质 ……………………………… (129)
*五 简单几何体 ……………………………… (133)
11.13 棱柱 ……………………………… (133)
11.14 棱锥 ……………………………… (139)
小结 ……………………………… (147)
第十二章 排列、组合和概率 ……………………………… (170)
一 排列与组合 ……………………………… (170)
12.1 分类计数原理和分步计数原理 ……………………………… (170)
12.2 排列定义 ……………………………… (174)
12.3 排列种数计算公式 ……………………………… (176)
12.4 组合定义 ……………………………… (182)
12.5 组合种数计算公式 ……………………………… (183)
二 二项式定理 ……………………………… (190)
12.6 二项式定理 ……………………………… (190)
12.7 二项式系数的性质 ……………………………… (193)
三 概率 ……………………………… (196)
12.8 随机现象，概率的统计定义 ……………………………… (197)
12.9 必然事件和不可能事件 ……………………………… (199)
12.10 基本事件和离散样本空间 ……………………………… (199)
12.11 古典概率 ……………………………… (201)
12.12 概率的性质 ……………………………… (204)
12.13 互不相容的概率的加法公式 ……………………………… (205)
12.14 互相独立的概率的乘法公式 ……………………………… (209)
12.15 离散型随机变量和超几何分布 ……………………………… (212)
12.16 n 次独立重复试验中恰好发生 k 次的概率 ……………………………… (215)
小结 ……………………………… (220)

第九章　直线和圆的方程

一　直线的方程

1. 两个斜率公式

$$k=\tan\alpha\ (0^\circ\leqslant\alpha<180^\circ，且\ \alpha\neq 90^\circ)$$

$$k=\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}\ (x_1\neq x_2)$$

2. 三个方程

点斜式方程　$y-y_1=k(x-x_1)$

斜截式方程　$y=kx+b$

一般式方程　$Ax+By+C=0$（A，B 不同时为零）

9.1　直线方程的点斜式和斜截式

1. 直线的倾斜角和斜率

观察图 9 - 1，直线 l 在直角坐标系中与两条坐标轴有不同的夹角. 我们规定，**直线 l 向上的方向与 x 轴的正方向所成的最小正角，叫做直线 l 的倾斜角.** 如图 9 - 1 中的 α.

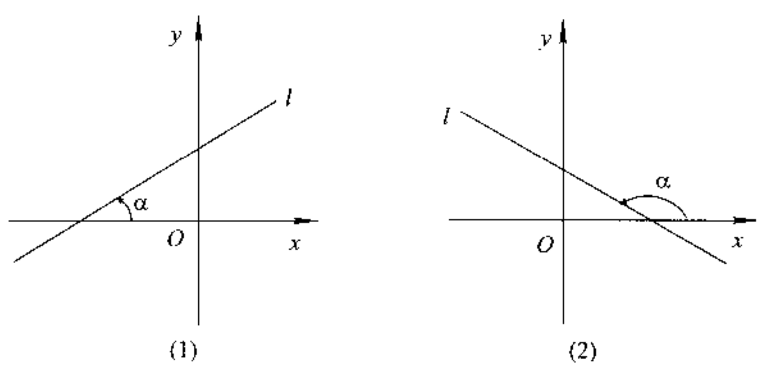

图　9 - 1

特别地，当直线 l 与 x 轴平行或重合时，规定它的倾斜角为 0°. 因此直线的倾斜角 α 的取值范围是 $0^\circ\leqslant\alpha<180^\circ$.

倾斜角不是 90°的直线，它的倾斜角的正切叫做这条直线的斜率. 直线的斜率通常用

k 表示，即

$$\boxed{k=\tan\alpha}$$

倾斜角是90°的直线的斜率不存在；倾斜角不是90°的直线都有确定的斜率.

如果一条直线经过两个已知点 P_1（x_1，y_1），P_2（x_2，y_2），并且直线的倾斜角不等于90°，我们来研究怎样依据直线上两个已知点的坐标来计算这条直线的斜率.

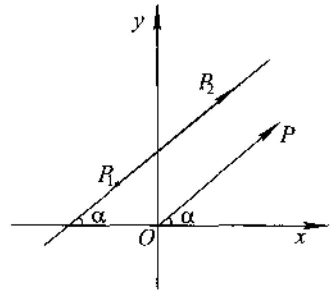

图 9－2

设直线 P_1P_2 的倾斜角是 α，斜率是 k，向量$\overrightarrow{P_1P_2}$的方向是向上的（图 9－2）. 向量$\overrightarrow{P_1P_2}$的坐标是（x_2-x_1，y_2-y_1）. 过原点做向量 $\overrightarrow{OP}=\overrightarrow{P_1P_2}$，则点 P 的坐标是（x_2-x_1，y_2-y_1），而且直线 OP 的倾斜角也是 α. 根据正切函数的定义，

$$\tan\alpha=\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1},$$

即 $$k=\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}.$$

同样，当向量$\overrightarrow{P_2P_1}$的方向向上时，

$$\tan\alpha=\frac{y_1-y_2}{x_1-x_2}=\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1},$$

即 $$k=\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}.$$

综上所述，我们得到经过点 P_1（x_1，y_1），P_2（x_2，y_2）两点的直线的**斜率公式**：

$$\boxed{k=\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}}$$

必须注意，当 $x_1=x_2$ 时，直线的倾斜角是90°，斜率 k 不存在.

例 1 求经过 A（-2，3）和 B（2，-1）两点的直线的斜率和倾斜角.

解：把两点的坐标（-2，3），（2，-1）代入斜率公式，得

$$k=\frac{-1-3}{2-(-2)}=-1.$$

即 $\tan\alpha=-1.$

$\because$ $0°\leqslant\alpha<180°$，

$\therefore$ $\alpha=135°$.

因此，这条直线的斜率是 -1，倾斜角是135°.

例 2 已知直线 l 的斜率 $k=\dfrac{2}{3}$，且经过点 A（4，$2t-1$），B（-2，6），求 t 的值.

分析：应用斜率公式列出关于 t 的方程，解这个方程就可以求出 t 的值.

解：由题设条件，有 $\dfrac{2t-1-6}{4-(-2)}=\dfrac{2}{3}$.

即 $2t-7=4$.

解关于 t 的方程，得 $t=\frac{11}{2}$.

$\therefore\quad t=\frac{11}{2}$.

练一练（题组训练）：

已知直线 l 过点 A（t，2）和 B（-3，4），

（1）如果直线 l 的斜率 $k=-\frac{1}{2}$，求 t；

（2）如果直线 l 的倾斜角 $\alpha=30°$，求 t.

练　习

1. 填空：根据直线的倾斜角 α 的取值，确定斜率 k 的数值或范围.

（1）当 $\alpha=0°$ 时，k ________；

（2）当 $0°<\alpha<90°$ 时，k ________；

（3）当 $\alpha=90°$ 时，k ________；

（4）当 $90°<\alpha<180°$ 时，k ________.

2. 填表中空格.

直线倾斜角 α	30°	45°	60°	120°	135°	150°		
斜率 k							0	不存在

3. 根据下列条件确定直线 l 的倾斜角 α 和斜率 k：

（1）直线 l 平行于 x 轴时，则 $\alpha=$ ________，$k=$ ________；

（2）直线 l 平行于 y 轴时，则 $\alpha=$ ________，k ________.

4. 根据下列条件，求直线的倾斜角：

（1）直线的斜率 $k=\sqrt{3}$；　　（2）直线的斜率 $k=-1$；

（3）直线的斜率 $k=-\frac{\sqrt{3}}{3}$；　　（4）直线与 x 轴平行.

5. 求经过下列每两点的直线的斜率和倾斜角：

（1）（0，-2），（4，2）；　　（2）（0，-4），（$-\sqrt{3}$，-1）；

（3）原点，（-1，$-\sqrt{3}$）；　　（4）（$-\sqrt{3}$，$\sqrt{2}$），（$\sqrt{2}$，$-\sqrt{3}$）.

2. 直线方程的点斜式和斜截式

（1）点斜式

已知直线 l 的斜率是 k，并且经过点 P_1（x_1，y_1），求直线 l 的方程（图 9－3）.

设点 P（x，y）是直线 l 上不同于 P_1 的任意一点. 因直线 l 的斜率为 k，根据经过两点的直线的斜率公式，得

$$k=\frac{y-y_1}{x-x_1}$$

上式可化为

$$\boxed{y-y_1=k(x-x_1)}$$

这个方程就是斜率为 k 且过点 $P_1(x_1,\ y_1)$ 的直线 l 的方程.

由于这个方程是由直线上一点和直线的斜率确定的，所以叫做直线方程的**点斜式**.

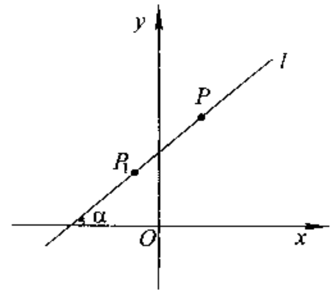

图 9-3

例 3 已知直线 l 的倾斜角是 60°，且过点 $A(\sqrt{3},-2)$，求直线 l 的方程. 并画出相应的图形.

解：直线 l 的斜率是

$$k=\tan 60°=\sqrt{3}.$$

又知直线 l 过点 $A(\sqrt{3},\ -2)$，代入点斜式方程，得

$$y-(-2)=\sqrt{3}(x-\sqrt{3})$$

即 $$\sqrt{3}x-y-5=0.$$

图形如图 9-4 所示.

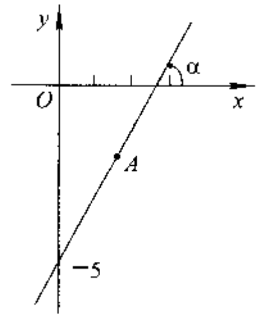

图 9-4

直线的点斜式方程作为代数方程还应进行化简，今后如果题中说"求直线的方程"，都要对方程进行化简.

练 习

1. 填空题：

根据下列条件写出直线的点斜式方程：

(1) 斜率是 2，且过点 $P(-3,\ 5)$，________；

(2) 倾斜角是 135°，且过点 $A(-1,\ -2)$，________.

2. 根据下列直线的点斜式方程，说出各直线的斜率、倾斜角和直线经过的已知点的坐标：

(1) $y-3=x+2$； (2) $y+4=-(x-1)$；

(3) $y+2=\sqrt{3}(x-5)$； (4) $y-7=-\dfrac{\sqrt{3}}{3}(x+2)$.

现在来考虑两种特殊情况.

(1) 直线 l 过点 $P_1(x_1,\ y_1)$，且平行于 x 轴，求直线 l 的方程（如图 9-5 (1)).

因为直线 l 平行于 x 轴，所以倾斜角 $\alpha=0°$，斜率 $k=0$，由点斜式得直线 l 的方程为

$$y-y_1=0\ (x-x_1),$$

即 $$y=y_1.$$

(2) 直线 l 过点 $P_1(x_1,\ y_1)$，且平行于 y 轴，求直线 l 的方程（如图 9-5 (2)).

因为直线 l 平行于 y 轴，所以倾斜角 $\alpha=90°$，直线 l 没有斜率，它的方程不能用点斜式表示，但因 l 上每一点的横坐标都等于 x_1，所以它的方程是

$$x=x_1.$$

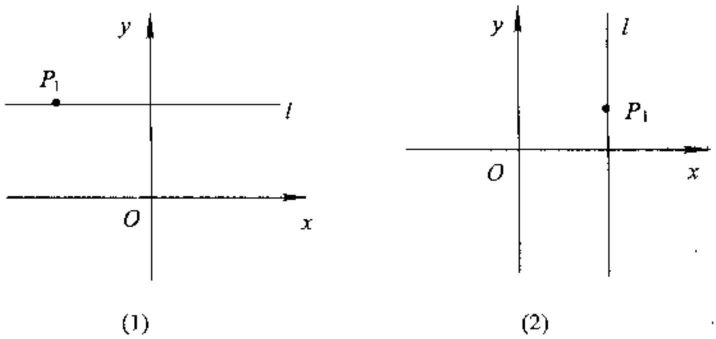

图 9－5

特别地，当直线 l 与 x 轴重合时，它的方程为 $y=0$，当直线 l 与 y 轴重合时，它的方程为 $x=0$.

练　习

填空题：

(1) 过点 A (2, －3)，倾斜角是 0°的直线方程是________.

(2) 过点 B (5, －1)，倾斜角是 90°的直线方程是________.

(3) 过点 C (0, 4)，且平行于 x 轴的直线方程是________.

(4) 过点 D (6, 3)，且平行于 y 轴的直线方程是________.

(5) 直线 $x-3=0$ 过点（　　）与______轴平行.

(6) 直线 $y+5=0$ 过点（　　）与______轴平行.

(2) 斜截式

一条直线与 x 轴交点的横坐标，叫做这条直线**在 x 轴上的截距**；直线与 y 轴交点的纵坐标，叫做这条直线**在 y 轴上的截距**. 例如直线 l 与 x 轴交于点 $(a, 0)$，与 y 轴交于点 $(0, b)$，则 a 就是直线 l 在 x 轴上的截距，b 就是直线 l 在 y 轴上的截距.

如果已知直线 l 的斜率是 k，在 y 轴上的截距是 b，如何求出直线 l 的方程呢？

因为 b 是直线 l 与 y 轴交点的纵坐标，所以直线 l 与 y 轴交于点 $(0, b)$，又知直线 l 的斜率为 k，代入点斜式就得出直线 l 的方程

$$y-b=k(x-0).$$

即

$$\boxed{y=kx+b}$$

这个方程是由直线 l 的斜率和它在 y 轴上的截距确定的，所以叫做直线方程的斜截式.

例 4　求与 y 轴交于点 $(0, -4)$，且倾斜角为 150°的直线方程.

解：已知直线在 y 轴上的截距 $b=-4$，斜率 $k=\tan 150°=-\frac{\sqrt{3}}{3}$，代入斜截式，得

$$y=-\frac{\sqrt{3}}{3}x-4.$$

即 $$\sqrt{3}x+3y+12=0.$$

例5 化直线 l 的点斜式方程 $y-2=\frac{1}{3}(x+4)$ 为直线的斜截式方程，并指出方程的斜率和在 y 轴上的截距.

解：$\because$ 直线 l 的点斜式方程为 $y-2=\frac{1}{3}(x+4)$.

$\therefore$ $y=\frac{1}{3}x+\frac{4}{3}+2$.

$\therefore$ 直线 l 的斜截式方程为 $y=\frac{1}{3}x+\frac{10}{3}$.

由直线 l 的斜截式方程得它的斜率为 $\frac{1}{3}$，在 y 轴上的截距为 $\frac{10}{3}$.

练 习

1. 说出下列直线的斜率 k，在 y 轴上的截距 b 及 x 轴上的截距 a 的值：

(1) $y=2x+3$；　　(2) $y=-\sqrt{3}(x+5)$；

(3) $x=2y-1$；　　(4) $2x-y-7=0$.

2. 填空题：写出适合下列条件的直线的斜截式方程.

(1) 斜率是 $\frac{\sqrt{3}}{3}$，在 y 轴上的截距是 -2. ____________；

(2) 倾斜角是 $135°$，在 y 轴上的截距是 3. ____________；

(3) 倾斜角是 $60°$，在 x 轴上的截距是 5. ____________；

(4) 斜率是 -2，过点 $(0, 4)$. ____________.

3. 化下列直线的点斜式方程为斜截式方程，并指出方程的斜率和在 y 轴上的截距：

(1) $y+5=\frac{1}{2}(x-6)$；　　(2) $y-4=-\frac{1}{3}(x+3)$；

(3) $y-\frac{1}{2}=\frac{3}{4}(x-2)$；　　(4) $y+7=\frac{3}{5}(x+10)$.

9.2 直线方程的一般式

前面我们学习了直线方程的几种特殊形式，它们都是二元一次方程，下面我们来进一步研究直线和二元一次方程的关系.

在平面直角坐标系中，任何直线的方程都可以表示成 $Ax+By+C=0$（A，B 不同时为零）的形式，这是因为在直角坐标系中，任何直线都有倾斜角 α（$0°\leqslant\alpha<180°$），当 $\alpha\neq 90°$ 时，它们都有斜率，方程可以写成如下形式：

$$y=kx+b.$$

当 $\alpha=90°$ 时，方程可以写成 $x=x_1$ 的形式（可以看成 $x+0\cdot y=x_1$），这个方程也是关于 x，y 的二元一次方程，其中 y 的系数是 0.

由上述可知，在直角坐标平面内，任何直线都可以求得它的方程，而且是二元一次方程. 也就是说，直线的方程都可以写成关于 x，y 的一次方程 $Ax+By+C=0$（A，B 不同时为零）.

反之，方程 $Ax+By+C=0$（A，B 不同时为零）总表示直线.

我们知道，关于 x，y 的一次方程的一般形式是

$$Ax+By+C=0. \tag{①}$$

其中 A，B，C 是任意实数，但 A，B 不能同时为零. 因此，B 必有两种情况：$B\neq0$ 和 $B=0$. 现分别加以讨论.

1. 若 $B\neq0$，则方程①可以化为

$$y=-\frac{A}{B}x-\frac{C}{B}.$$

这是直线的斜截式方程，它表示斜率 $k=-\dfrac{A}{B}$，在 y 轴上的截距 $b=-\dfrac{C}{B}$ 的直线.

2. 若 $B=0$，这时必有 $A\neq0$，方程①可化为

$$x=-\frac{C}{A}.$$

它表示一条与 y 轴平行（$C\neq0$）或重合（$C=0$）的直线.

由上述可知，关于 x，y 的一次方程表示一条直线. 我们称方程

$$\boxed{Ax+By+C=0}$$

是直线方程的**一般形式（其中 A，B 不同时为零）**.

为了方便起见，直线 l 的方程是 $Ax+By+C=0$，可以记做

l：$Ax+By+C=0$.

例 1 求直线 l：$2x-3y+6=0$ 的斜率和在 y 轴上的截距.

解法 1：将直线 l 的方程化为斜截式.

将原方程移项，得 $3y=2x+6$.

两边同除以 3，得斜截式 $y=\dfrac{2}{3}x+2$.

$\therefore$ 直线 l 的斜率为 $\dfrac{2}{3}$，在 y 轴上的截距是 2.

解法 2：根据 $k=-\dfrac{A}{B}$，$b=-\dfrac{C}{B}$，求 k，b.

$\because$ $A=2$，$B=-3$，$C=6$，

$\therefore$ $k=-\dfrac{A}{B}=-\dfrac{2}{-3}=\dfrac{2}{3}$，$b=-\dfrac{C}{B}=-\dfrac{6}{-3}=2$.

$\therefore$ 直线 l 的斜率为 $\dfrac{2}{3}$，在 y 轴上的截距是 2.

例 2 画出方程 $4x-3y-12=0$ 表示的直线.

解：在方程 $4x-3y-12=0$ 中，令 $x=0$ 得 $y=-4$，令 $y=0$ 得 $x=3$，可知直线经过点

A (0, -4) 和 B (3, 0). 在坐标系中, 做出点 A (0, -4) 和 B (3, 0), 过 A, B 两点作直线, 则直线 AB 就是方程 $4x-3y-12=0$ 的育线 (图 9-6).

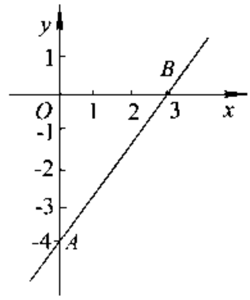

图 9-6

练 习

1. 填空题:

(1) 当 $B\neq 0$ 时, 直线 $Ax+By+C=0$ 的斜率 $k=$______, 在 y 轴上的截距 $b=$______, 在 x 轴上的截距 (当 $A\neq 0$ 时) $a=$　　　;

(2) 当 $B=0$ 时, 直线 $Ax+By+C=0$ 与______轴平行或重合, 它的斜率是______;

(3) 当　　时, 直线 $Ax+By+C=0$ 通过原点.

2. 由下列条件写出直线的方程, 并化成一般形式:

(1) 经过点 A (-3, 5), 斜率是 -2;

(2) 经过点 P_1 (-3, 5) 和 P_2 (-4, 7);

(3) 在 x 轴和 y 轴上的截距分别是 $\frac{3}{2}$ 和 -3;

(4) 倾斜角是 $120°$, 在 y 轴上的截距是 4;

(5) 过点 B (-3, 4), 且平行于 y 轴.

3. 分别画出下列直线:

(1) $3x+y-6=0$;　(2) $y=\frac{1}{2}x-4$;　(3) $2x-3y=0$;　(4) $2x-5=0$.

习 题 一

A 组

1. 填空题:

(1) 直线 l 的斜率为 $\frac{2}{5}$, 且过点 (-3, 1), 则直线 l 的点斜式方程为____________, 一般式方程为____________.