

ZH 九年级

走向名校丛书

与浙教版新课标教材配套  
课课达标

《数学ABC》编写组 编

数学 ABC

走向名校丛书



# 数学 ABC

九年级

《数学 ABC》编写组 编



浙江大学出版社

**图书在版编目(CIP)数据**

数学 ABC. 九年级. 上 /《数学 ABC》编写组编.  
—杭州：浙江大学出版社，2003. 1  
ISBN 7-308-03104-7

I. 数... II. 数... III. 数学课—初中—教学  
参考资料 IV. G. 634. 603

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2002)第 055664 号

**责任编辑** 杨晓鸣

**封面设计** 刘依群

**出版发行** 浙江大学出版社

(杭州天目山路 148 号 邮政编码 310028)

(E-mail:zupress@mail.hz.zj.cn)

(网址: <http://www.zupress.com>)

**排 版** 浙江大学出版社电脑排版中心

**印 刷** 杭新印务有限公司

**开 本** 787mm×960mm 1/16

**印 张** 10.5

**字 数** 250 千字

**版 印 次** 2003 年 1 月第 1 版 2006 年 6 月第 7 次印刷

**书 号** ISBN 7-308-03104-7/G · 550

**定 价** 10.00 元



# Catalog

## 目 录

### 目 录

#### 九年级上册

<b>第一章 反比例函数</b>	.....	(1)
1.1 反比例函数	.....	(1)
1.2 反比例函数的图象和性质	.....	(4)
1.3 反比例函数的应用	.....	(8)
单元测试题	.....	(12)
<b>第二章 二次函数</b>	.....	(15)
2.1 二次函数	.....	(15)
2.2 二次函数的图象(一)	.....	(16)
2.2 二次函数的图象(二)	.....	(18)
2.2 二次函数的图象(三)	.....	(20)
2.2 二次函数的图象(四)	.....	(22)
2.3 二次函数的性质	.....	(24)
2.4 二次函数的应用	.....	(26)
单元测试题	.....	(28)
<b>第三章 圆的基本性质</b>	.....	(31)
3.1 圆	.....	(31)
3.2 圆的轴对称性	.....	(34)
3.3 圆心角	.....	(37)
3.4 圆周角	.....	(41)
3.5 弧长及扇形的面积	.....	(44)
3.6 圆锥的侧面积和全面积	.....	(48)
单元测试题	.....	(52)
<b>第四章 相似三角形</b>	.....	(54)
4.1 比例线段	.....	(54)
4.2 相似三角形的概念	.....	(57)
4.3 两个三角形相似的条件	.....	(59)
4.4 相似三角形的性质及其应用	.....	(63)

# 数学 ABC

4.5 相似多边形 ······	(67)
4.6 图形的位似 ······	(70)
单元测试题 ······	(74)

## 九年级下册

<b>第五章 解直角三角形 ······</b>	(77)
5.1 锐角三角函数 ······	(77)
6.2 三角函数的计算 ······	(80)
5.3 解直角三角形 ······	(83)
单元测试题 ······	(88)
<b>第六章 直线与圆、圆与圆的位置关系 ······</b>	(91)
6.1 直线与圆的位置关系(一) ······	(91)
6.1 直线与圆的位置关系(二) ······	(94)
2.2 三角形的内切圆 ······	(98)
6.3 圆与圆的位置关系 ······	(101)
单元测试题 ······	(105)
<b>第七章 简单事件的概率 ······</b>	(108)
7.1 简单事件的概率 ······	(108)
7.2 估计概率 ······	(112)
7.3 概率的简单应用 ······	(115)
单元测试题 ······	(119)
<b>第八章 投影与三视图 ······</b>	(123)
8.1 视角与盲区 ······	(123)
8.2 投影 ······	(126)
8.3 简单物体的三视图 ······	(131)
单元测试题 ······	(135)
<b>数学九年级上册综合测试题 ······</b>	(138)
<b>初中毕业数学学业水平考试模拟试题 ······</b>	(142)
<b>参考答案 ······</b>	(146)





## 九年级上册

# 第一章 反比例函数

### 1.1 反比例函数

#### 【教学目标】

1. 在具体情境中,经历反比例函数概念的抽象过程,体会反比例函数的意义.
2. 能根据情境的已知条件,确定反比例函数的表达式.
3. 体验数学来源于生活生产,又应用于实际.

#### 【例题与分析】

**【例 1】** 向阳中学要在校园内划出一块面积是  $100\text{m}^2$  的矩形土地做花圃,这个矩形相邻两边的长分别为  $x\text{m}$ , $y\text{m}$ ,那么变量  $y$  是变量  $x$  的反比例函数吗?为什么?

**【解】** 因为矩形的面积等于它的长乘以宽,当矩形面积  $S$  一定时,长  $x$  与宽  $y$  成反比例,即  $S=xy$ . 所以,  $y$  是  $x$  的反比例函数,即  $y=\frac{S}{x}$ ,其中比例系数为  $S$ .

**【说明】** 两个变量是否是反比例函数关系,其实质是判断这两个变量  $x$  与  $y$  成反比例. 如果  $y=\frac{k}{x}$  ( $k$  为不等于零的常量),那么  $y$  是  $x$  的反比例函数,其中  $k$  是个比例系数,  $x$  是自变量,  $y$  是函数. 与正比例函数  $y=kx(k \neq 0)$  作比较:对于反比例函数中两个变量的积是一个定值,对于正比例函数中两个变量的比是一个定值.

**【例 2】** 已知  $y$  是  $x$  的反比例函数,且当  $x=-2$  时,  $y=1$ .

(1)求这个反比例函数关系式及自变量取值范围;

(2)求当  $x=2$ ,  $-\frac{1}{2}$  时,函数  $y$  的值.

**【解】** (1)设这个反比例函数关系式是  $y=\frac{k}{x}$ ,把  $x=-2$ ,  $y=1$  代入,得  $1=\frac{k}{-2}$ ,  $k=-2$ .

# 数字 ABC

∴ 所求函数解析式是  $y = \frac{-2}{x}$ .

当  $x=0$  时, 函数关系式  $y = \frac{-2}{x}$  无意义.

所以自变量  $x$  的取值范围是不等于零的实数.

(2) 当  $x=2$  时,  $y = \frac{-2}{2} = -1$ ; 当  $x=-\frac{1}{2}$  时,  $y = -2 \div (-\frac{1}{2}) = 4$ .

**【说明】** 已知  $y$  是  $x$  的反比例函数时, 可设关系式为  $y = \frac{k}{x}$ ,  $k$  为待定的常数. 要

确定一个反比例函数的关键在于求得非零的常数  $k$ . 为求得待定常数  $k$ , 首先, 我们根据已知的自变量与函数的对应值, 列出含  $k$  的方程; 然后, 用代入法解得待定常数  $k$  的值; 最后, 把  $k$  的值代入函数关系式  $y = \frac{k}{x}$  中.

**【例 3】** 已知  $y$  与  $x$  成反比例, 下表是  $y$  与  $x$  的对应值表:

$x$	...			-2	-1	1	2	3	...
$y$	...	-1.5	-2			6		2	...

(1) 写出这个反比例函数的表达式;

(2) 根据所写的反比例函数表达式完成上表.

**【解】** (1) 已知  $y$  与  $x$  成反比例, 所以  $y = \frac{k}{x}$  ( $k \neq 0$ ), 由表知, 当  $x=1$  时,  $y=6$ , 得  $6 = \frac{k}{1}$ , 即  $k=6$ , ∴  $y = \frac{6}{x}$ .

(2) 当  $x$  分别为  $-2, -1, 2$  时, 代入  $y = \frac{6}{x}$ , 得  $y = -3, -6, 3$ ;

当  $y$  分别为  $-1.5, -2$  时, 代入  $y = \frac{6}{x}$ , 得  $x = -4, -3$ .

**【说明】** 本题给出了函数的两种表示方法, 即表格表示与用解析式表示, 两种表示法各有所长, 列表法有一目了然的优点, 不用计算就可查出函数与自变量的对应关系. 有些变化过程中的两个变量间的对应数, 不一定都能构成一个解析式, 还需表格来反映. 用解析式表达函数关系, 有简单明了、全面概括的优点. 解析式反映了整个变化过程中的两个变量的对应关系. 函数的解析式与函数的表格, 两者可以互相转化, 互补互利, 我们要认识它, 要掌握这种转化技能, 为学好函数奠定基础.

## 【训练习题一】

1. 判别下列各种情景的变化过程中, 两个变量之间成反比例关系的是\_\_\_\_\_.

# 第一章 反比例函数



(1) 三角形的面积是 1, 一边长  $x$  与这边上的高  $y$ .

(2) 汽车的行驶速度  $v$  一定, 汽车行驶的时间  $t$  与经过的路程  $s$ .

(3) 在某电路中, 电压一定时, 电阻  $R$  与电流强度  $I$ .

(4) 一年中月份与降雨量.

2. 判别下列各式中, 两个变量  $x$  与  $y$  具有反比例函数关系的是 \_\_\_\_\_.

(1)  $xy = -1$       (2)  $y = \frac{1}{2x}$       (3)  $x = \frac{1}{y}$

(4)  $y = \frac{1}{x^2}$       (5)  $y = x^{-1}$       (6)  $y = \frac{x}{k}$

3. 汽车在 1000km 的公路上行驶, 汽车行驶全程所需时间  $t$ (时)与行驶的平均速度  $v$ (km/h)之间的关系是 \_\_\_\_\_.

4. 有一面积为 100 的梯形, 其上底长是下底长的  $\frac{1}{3}$ , 若上底长为  $x$ , 高为  $y$ , 则  $y$  与  $x$  的函数关系式为 \_\_\_\_\_.

5. 水池有水 500 吨, 厂方作业用水每天平均需要  $x$  吨, 这一池水能用  $y$  天, 则  $y$  与  $x$  之间的函数关系为 \_\_\_\_\_, 所以  $y$  是  $x$  的 \_\_\_\_\_ 函数.

6. 某玩具厂计划生产“公鸡啄米”的玩具, 已知生产这种玩具每只的成本为  $y$  元, 若该厂平均每天生产  $x$  只, 一个月(30 日计算)的总成本为 5000 元, 则  $y$  与  $x$  之间的函数关系式为 ( )

A.  $y = \frac{x}{5000}$       B.  $y = \frac{5000}{x}$       C.  $y = \frac{3}{500x}$       D.  $y = \frac{500}{3x}$

7. 已知  $y$  与  $x$  成反比例, 当  $x=2$  时,  $y=-\sqrt{2}$ , 则  $y$  关于  $x$  的函数关系式是 ( )

A.  $y = \frac{-\sqrt{2}}{x}$       B.  $y = -\sqrt{2}x$       C.  $y = -2\sqrt{2}x$       D.  $y = \frac{-2\sqrt{2}}{x}$

8. 已知两个变量  $x$ 、 $y$  成反比例, 以  $x$  为自变量,  $y$  为函数, 这个函数关系反映于下表:

$x$	-3	-2	-1	1	2	3
$y$	2	3	6	-6	-3	-2

则这个函数的解析式是 ( )

A.  $y = \frac{6}{x}$       B.  $y = \frac{x}{6}$       C.  $y = -\frac{6}{x}$       D.  $y = -\frac{x}{6}$

9. 关于  $y = \frac{k}{x}$  ( $k$  为常数), 下列说法中正确的是 ( )

- A. 一定是反比例函数
- B. 当  $k \neq 0$  时, 自变量  $x$  的取值范围是一切实数
- C. 当  $k \neq 0$  时, 函数值  $y$  可以为一切实数
- D. 当  $k \neq 0$  时, 它是反比例函数

10. 一定质量的氧气, 它的密度  $\rho$ ( $\text{kg}/\text{m}^3$ ) 是它的体积  $V(\text{m}^3)$  的反比例函数, 当  $V=10$  时,  $\rho=$

1. 43. (1) 求  $\rho$  与  $V$  的函数关系式;

(2) 求当  $V=2\text{m}^3$  时氧气的密度  $\rho$ .

# 数学 ABC

11. 近视眼镜的度数  $y$  度与镜片的焦距  $x$ (m)成反比例. 已知 400 度近视眼镜片的焦距为 0.25m, 求眼镜度数  $y$  与镜片焦距  $x$  之间的函数关系式.
12. 已知  $y$  与  $x$  成反比例, 当  $x=3$  时,  $y=4$ . (1)写出  $y$  与  $x$  之间的函数关系式; (2)当  $x=-1$  时, 求  $y$  的值; (3)当  $y=3$  时, 求  $x$  的值.

## 【实践与探索】

13. 甲、乙两地相距  $s$  千米, 汽车从甲地向乙地匀速行驶, 但速度不得超过  $c$  千米/时, 全程运输成本  $y$ (元)是速度  $x$ (千米/时)的函数. 已知汽车每时的运输成本由固定部分与可变部分组成, 固定成本为  $a$  元, 可变部分与速度  $x$ (千米/时)的平方成正比, 比例系数为  $b$ , 写出  $y$  与  $x$  的函数关系式, 并指出  $x$  的取值范围.

## 1.2 反比例函数的图象和性质

### 【教学目标】

1. 会利用描点法画反比例函数图象.
2. 能根据反比例函数的图象和关系式  $y=\frac{k}{x}$  探索反比例函数的性质.
3. 从函数的三种表示法中整体认识反比例函数, 会进行函数三种表示方法之间的相互转换.
4. 学会从函数图象中获取信息, 提高分析解决问题的能力.

### 【例题与分析】

**【例 1】** 设矩形的长和宽分别为  $x$ 、 $y$ , 矩形面积为  $S$ , 当面积  $S$  为定值时,  $y$  与  $x$  成反比例, 已知  $x=2$  时, 矩形的周长为 6, 求  $y$  关于  $x$  的反比例函数表达式, 并画出它的图象.

**【解】** (1)由题意, 矩形的周长为 6, 得  $2(2+y)=6$ , 解得  $y=1$ .

$$\therefore S=x \cdot y=2 \times 1=2,$$

$$\therefore y \text{ 关于 } x \text{ 的反比例函数表达式是 } y=\frac{2}{x} (x>0).$$

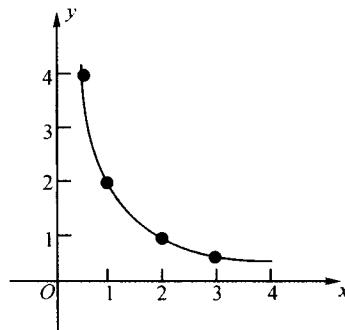


图 1-2-1

(2)列表:

$x$	...	$\frac{1}{2}$	1	2	3	...
$y$	...	4	2	1	$\frac{2}{3}$	...



# 第一章 反比例函数



分别描点 $(\frac{1}{2}, 4), (1, 2), (2, 1), (3, \frac{2}{3})$ , 连线, 如图 1-2-1.

**【说明】** (1) 由于自变量  $x$  不能取零, 所以画双曲线时, 不能与  $x$  轴和  $y$  轴相交;  
(2) 本题中自变量  $x$  的实际意义是矩形的边长, 所以  $x$  的取值范围是  $x > 0$ , 图象只有第一象限的一支. 画函数图象时, 一定要注意自变量在实际意义中的取值范围.

**【例 2】** 如图 1-2-2, 其中是反比例函数  $y = -\frac{1}{x}$  的图象是 ( )

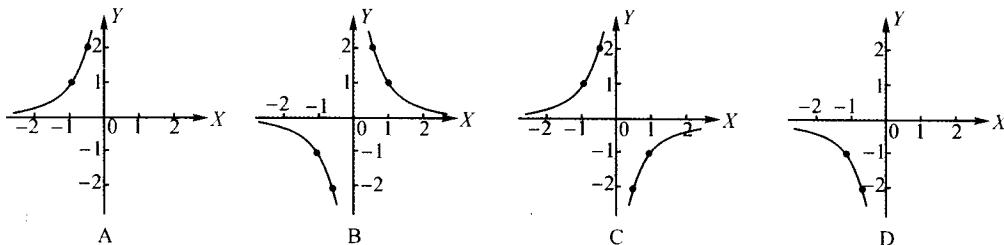


图 1-2-2

**【解】** 因为  $y = -\frac{1}{x}$  中的  $k = -1 < 0$ , 所以这个反比例函数的图象位于第二、四象限, 故选 C.

**【说明】** 当  $k > 0$  时,  $y = \frac{k}{x}$  的图象位于第一、三象限(如图中 B); 当  $k < 0$  时,  $y = \frac{k}{x}$  的图象位于第二、四象限(如图中 C). 图中 A, 图象在  $y$  轴上方的左侧( $x < 0$ ), 即在第二象限, 所以是  $y = \frac{k}{x}$ , 且  $k < 0, x < 0$  的图象; 图中 D, 图象在  $y$  轴下方的左侧, 即在第三象限, 所以是  $y = \frac{k}{x}$ , 且  $k > 0, x < 0$  的图象.

**【例 3】** 若点  $(-3, y_1), (-2, y_2), (1, y_3)$  在反比例函数  $y = -\frac{6}{x}$  的图象上, 则下列结论正确的是 ( )

- A.  $y_1 > y_2 > y_3$       B.  $y_2 > y_1 > y_3$       C.  $y_3 > y_1 > y_2$       D.  $y_3 > y_2 > y_1$

**【解】**  $\because -3 < -2 < 0 < 1$ , 即  $x_1 < x_2 < 0 < x_3$ , 又  $y = -\frac{6}{x}$ ,  $\therefore k = -6$ , 图象位于第二、四象限, 分别在这两个象限内,  $y$  的值随着  $x$  的增大而增大, 又  $\because$  点  $(-3, y_1)$  和  $(-2, y_2)$  在第二象限, 而点  $(1, y_3)$  在第四象限,

$$\therefore y_2 > y_1, y_3 < y_1 \text{ 且 } y_3 < y_2, \therefore y_2 > y_1 > y_3, \text{ 故选 B.}$$

**【说明】** 本题是应用反比例函数的图象与性质去求解的, 但应注意当自变量  $x$  取值中有正、负数时, 决不能一次性应用反比例函数的性质去比较函数值  $y$  的大小, 而要

# 数学 ABC

在图象的两个象限内分别比较. 防止像“因为  $y = -\frac{6}{x}$ ,  $x_1 < x_2 < x_3$ , 所以  $y_3 > y_2 > y_1$ , 故选 D”的错误.

本题可以把  $x$  为  $-3, -2, 1$  直接代入  $y = -\frac{6}{x}$ , 求出  $y_1, y_2, y_3$  的值, 然后再比较判断; 本题还可以利用图象求解, 即先在直角坐标系中作出  $y = -\frac{6}{x}$  的草图, 然后描出所绘的三点, 比较这三点位置关系, 从图象上观察得出结论.

**【例 4】** 如图 1-2-3 所示, 已知点 A 是双曲线  $y = \frac{k}{x}$  ( $x < 0$ ) 一支上的点, 过 A 点分别作  $AB \perp x$  轴于点 B,  $AC \perp y$  轴于点 C. 若矩形  $ABOC$  的面积为 10, 求  $k$  的值.

**【解】** ∵ 点 A 在  $y = \frac{k}{x}$  的图象上, 设点 A 的坐标为  $(x, y)$ .  
 $\therefore xy = k$ .

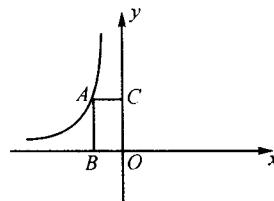


图 1-2-3

观察图象知  $BO = |x|$ ,  $OC = |y|$ , 且  $x < 0, y > 0$ .

∴ 矩形  $ABOC$  的面积为  $OB \cdot OC = |x| \cdot |y| = 10$ ,

$\therefore xy = -10$ , 故  $k = -10$ .

**【说明】** 本题是运用数形结合思想求解的例子. 注意到从  $y_1 = \frac{k}{x_1}$ , 得到  $x_1 y_1 = k$ ,

即欲求反比例函数中的待定系数  $k$ , 只要求出  $xy$  的积就得到  $k = xy$ . 在图象上看这是一个由双曲线上的一点  $(x_1, y_1)$ , 分别由  $x$  轴、 $y$  轴作垂线所构成的矩形的面积, 这是反比例函数的一大特性. 这里我们还运用数形结合的思想, 注意到  $x < 0, y > 0$ , 所以得到  $k = -10$ , 而不是 10.

## 【练习题二】

1. 当  $k = \underline{\hspace{2cm}}$  时, 反比例函数  $y = -\frac{k}{x}$  ( $x > 0$ ) 的图象在第一象限. (只需填一个数)

2. 如图 1-2-4, 是反比例函数  $y = \frac{k}{x}$  的图象, 那么  $k$  与 0 的大小关系是  
 $\underline{\hspace{2cm}}$ .

3. 若反比例函数  $y = \frac{k}{x}$  的图象经过点  $(3, -2)$ , 则  $k = \underline{\hspace{2cm}}$ , 图象位于第  
 $\underline{\hspace{2cm}}$  象限.

4. 已知点 A 在双曲线  $y = \frac{3}{x}$  ( $x > 0$ ) 的一支上, 过点 A 作  $AB \perp x$  轴于点 B, 则  
 $\triangle ABO$  的面积为  $\underline{\hspace{2cm}}$ .

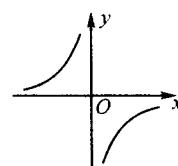


图 1-2-4



# 第一章 反比例函数



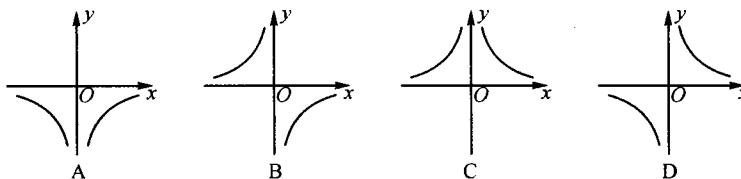
5. 下列函数中, 函数值  $y$  随着自变量  $x$  的增大而减小的有 \_\_\_\_\_; 图象位于第一、三象限的有 \_\_\_\_\_, 位于第二、四象限的有 \_\_\_\_\_.

$$(1) y = \frac{5}{x}, (2) y = -\frac{1}{5x}, (3) y = \frac{-5}{2x}, (4) y = \frac{2}{3x}.$$

6. 若双曲线  $y = \frac{k}{x}$  经过点  $(2, -3)$ , 则此双曲线也经过点 \_\_\_\_\_ ( )

A.  $(-3, -2)$       B.  $(-3, 2)$       C.  $(2, 3)$       D.  $(-2, -3)$

7. 函数  $y = \frac{k^2}{x}$  ( $k \neq 0$ ) 的图象是 \_\_\_\_\_ ( )



8. 若反比例函数  $y = -\frac{2}{x}$  的图象经过点  $(a, -a)$ , 则  $a$  的值为 \_\_\_\_\_ ( )

A.  $\sqrt{2}$       B.  $-\sqrt{2}$       C.  $\pm\sqrt{2}$       D.  $\pm 2$

9. 若  $m < -1$ , 下列函数: ①  $y = \frac{m}{x}$  ( $x > 0$ ); ②  $y = -mx + 1$ ; ③  $y = mx$ ; ④  $y = \frac{m+1}{x}$  中,  $y$  随  $x$  的增大而增大的是 \_\_\_\_\_ ( )

A. ①②      B. ②③      C. ①③      D. ③④

10. 已知一个函数关系满足下表( $x$  为自变量):

$x$	...	-3	-2	-1	1	2	3	...
$y$	...	1	1.5	3	-3	-1.5	-1	...

则  $y$  关于  $x$  的函数关系式是 \_\_\_\_\_ ( )

- A.  $y = \frac{3}{x}$       B.  $y = -\frac{3}{x}$   
C.  $y = -\frac{x}{3}$       D.  $y = \frac{x}{3}$

11. 函数  $y = \frac{3m+4}{x}$  的图象中, 在  $x > 0$  时,  $y$  的值随  $x$  的增大而增大, 求  $m$  的取值范围.

12. 在压力不变的情况下, 某物体承受的压强  $p$  (Pa) 是它受力面积  $S$  ( $m^2$ ) 的反比例函数, 其图象如图 1-2-5 所示.

(1) 求  $p$  与  $S$  之间的函数关系式;

(2) 当  $S = 0.5 m^2$  时, 求物体承受的压强  $p$ .

13. 若点  $(-1, y_1)$ 、 $(2, y_2)$ 、 $(3, y_3)$  在反比例函数  $y = \frac{5}{x}$  的图象上, 请比较  $y_1$ 、 $y_2$ 、 $y_3$  的大小.

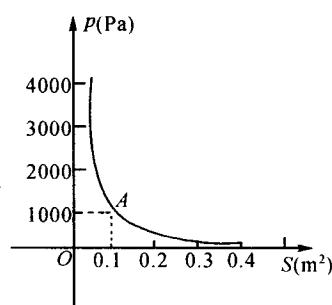


图 1-2-5

# 数学 ABC

## 【实践与探索】

14. 如图 1-2-6,一次函数  $y=kx+b$  的图象与反比例函数  $y=\frac{m}{x}$  的图象交于点  $A(-2,1)$  和  $B(1,n)$ .

(1)求反比例函数和一次函数的表达式;

(2)根据图象写出使一次函数的值大于反比例函数的值的  $x$  取值范围.

15. 已知反比例函数  $y=\frac{k}{x}$  的图象经过点  $A(-2,3)$ ,

(1)求反比例函数的表达式;

(2)经过点  $A$  的正比例函数  $y=kx$  的图象与这个反比例函数  $y=\frac{k}{x}$  的图象还有其它交点吗?若有,求出交点坐标;若没有,请说出理由.

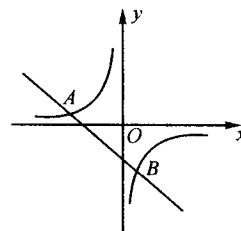


图 1-2-6

## 1.3 反比例函数的应用

### 【教学目标】

- 在实际问题的情境中,学会分析问题中变量之间的关系,构建反比例函数模型解决问题.
- 联系生产生活实际,能用反比例函数解决实际问题,增强应用意识,提高数学能力.

### 【例题与分析】

**【例 1】** 已知一次函数  $y=3x-2k$  的图象与反比例函数  $y=\frac{k-3}{x}$  的图象相交,其中一个交点的纵坐标为 6,求反比例函数的表达式.

**【解】** 设二个图象的交点坐标为  $A(x_0, 6)$ ,把它代入二个函数的表达式,得

$$\begin{cases} 6 = 3x_0 - 2k \\ 6 = \frac{k-3}{x_0} \end{cases}, \text{解得 } x_0 = -\frac{4}{3}, k = -5.$$

$\therefore$  所求反比例函数表达式为  $y = -\frac{5}{x}$ .

**【说明】** 若函数  $y=\frac{k}{x}$  与  $y=kx+b$  (或  $y=\frac{m}{x}$ ) 的图象相交,其交点的坐标可以通过

过解方程组  $\begin{cases} y = \frac{k}{x} \\ y = kx + b \end{cases}$ , (或解方程  $\frac{k}{x} = kx + b$ ) 得到.



# 第一章 反比例函数



**【例 2】** 某气球内充满了一定质量的气体,当温度不变时,气球内气体的气压  $p$ (kPa)是气体体积  $V$ ( $m^3$ )的反比例函数,其图象如图 1-3-1.

- (1)写出这一函数的表达式;
- (2)当气体体积为  $1m^3$  时,气压是多少?
- (3)当气球内的气压大于  $140kPa$  时气球将爆炸,为安全起见,气体的体积应不小于多少?

**【解】** (1)  $\because$  变量  $p$  与  $V$  成反比例函数,点  $A(0.8, 120)$  在这个函数的图象上.

$$\therefore \text{设 } p = \frac{k}{V} (k \neq 0), \text{ 则有 } 120 = \frac{k}{0.8}, \therefore k = 96. \text{ 得 } p = \frac{96}{V} (V > 0);$$

$$(2) \text{ 当 } V = 1 \text{ 时, } p = \frac{96}{1} = 96 (\text{kPa});$$

$$(3) \because p > 140, \text{ 即 } \frac{96}{V} > 140, \text{ 得 } V < \frac{24}{35}.$$

$$\therefore \text{气体的体积应不小于 } \frac{24}{35} m^3.$$

**【说明】** 本例示范建立反比例函数模型解决实际问题的过程,启示善于提取图象中的信息. 本题仅在图象上反映了点  $A$  在曲线上,捕捉这个信息,利用该点的坐标代入反比例函数模型,使实际问题得到解决.

**【例 3】** 如图 1-3-2,已知:正方形  $OABC$  的面积为 9,点  $O$  为坐标原点,点  $A$  在  $x$  轴上,点  $C$  在  $y$  轴上,点  $B$  在函数  $y = \frac{k}{x}$  ( $k > 0, x > 0$ ) 的图象上,点  $P(m, n)$  是函数  $y = \frac{k}{x}$  ( $k > 0, x > 0$ ) 的图象上任意一点,过点  $P$  分别作  $x$  轴,  $y$  轴的垂线,垂足分别为  $E, F$ .

并设矩形  $OEPF$  和正方形  $OABC$  不重合的阴影部分的面积为  $S$ . (1)求点  $B$  的坐标和  $k$  的值;

$$(2) \text{ 当 } S = \frac{9}{2} \text{ 时,求点 } P \text{ 的坐标.}$$

**【解】** (1) 设点  $B$  坐标为  $(x_0, y_0)$ .

$$\because \text{正方形 } OABC \text{ 的面积为 } 9, \text{ 得 } x_0 y_0 = 9, \therefore x_0 = y_0 = 3, \text{ 即 } B(3, 3).$$

$$\because x_0 y_0 = k, \therefore k = 3 \times 3 = 9;$$

$$(2) \because \text{点 } P(m, n) \text{ 在 } y = \frac{9}{x} \text{ 的图象上,} \therefore \text{矩形 } OEPF \text{ 的面积为 } mn = 9,$$

$$\text{又} \because B(3, 3), \therefore \text{矩形 } OAGF \text{ 的面积为 } 3n,$$

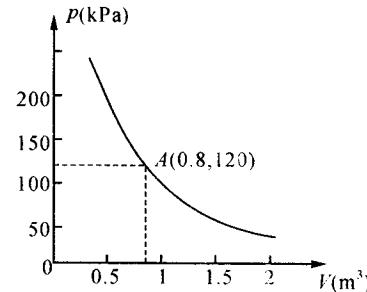


图 1-3-1

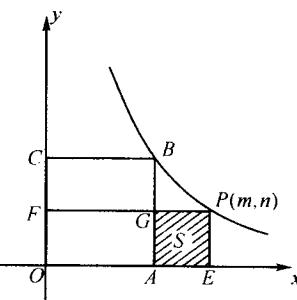


图 1-3-2

# 数字 ABC

当  $S = \frac{9}{2}$  时, 即  $S = 9 - 3n = \frac{9}{2}$ ,

解得  $n = \frac{3}{2}$ ,  $m = 9 \div \frac{3}{2} = 6$ , 故  $P(6, \frac{3}{2})$ .

**【说明】** 从该例的求解中, 体会以数形结合思想去领悟反比例函数与图象的性质: 点  $P(x_1, y_1)$  在  $y = \frac{k}{x}$  的图象上, 则  $k = x_1 y_1$ ; 从形的方面看, 由点  $P(x_1, y_1)$  向  $x$  轴、 $y$  轴作垂线构成的矩形面积就等于  $k$ .

**【例 4】** 如图 1-3-3, 一个圆台物体的上底面积是下底面积的  $\frac{1}{4}$ , 把这个物体放在桌面上(图 1), 对桌面的压强为 200Pa, 把它翻过来放(图 2), 它对桌面的压强是多少?

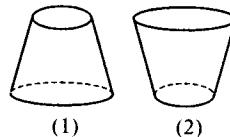


图 1-3-3

比例.

当下底面积 4 接触桌面时  $p = 200$ , 得  $F = pS = 200 \times 4 = 800$ ,

当上底面积 1 接触桌面时,  $p = \frac{F}{S} = \frac{800}{1} = 800$ .

$\therefore$  当翻过来时, 桌面压强为 800Pa.

**【说明】** 有关科学知识中的压力、压强、受力面积的问题, 当质量不变时(压力不变), 压强与受力面积之间就构成反比例函数模型, 只要利用反比例函数就可以解决有关的生活生产实际问题了.

## 【练习题三】

- 玩具厂有原木材  $200\text{m}^3$ , 这些原木材能用的天数  $y$ , 与平均每天用木材的立方数  $x$  之间的函数关系式是 \_\_\_\_\_.
- 矩形土地面积为  $100\text{m}^2$ , 则这块地的长  $y(\text{m})$  与宽  $x(\text{m})$  之间的函数关系式是 \_\_\_\_\_, 自变量  $x$  的取值范围是 \_\_\_\_\_.
- 已知  $a$  台工作效率相同的机器一齐工作, 需  $a$  小时完成一项工程, 当由  $x$  台这样机器( $x$  为不大于  $a$  的正整数)完成这项工程, 所需时间  $y(\text{时})$  与机器台数  $x$  之间的函数关系式是 \_\_\_\_\_.
- 如图 1-3-4, 当蓄电池的电压为定值时, 该蓄电池的电流  $I(\text{A})$  与电阻  $R(\Omega)$  之间的函数关系如图所示, 请你写出它的函数表达式 \_\_\_\_\_.
- 某村的粮食总产量为  $a$  吨, 设该村粮食的人均产量为  $y(\text{吨})$ , 人口数为  $x$ , 则  $y$  与  $x$  之间的函数关系的大致图象是 \_\_\_\_\_.

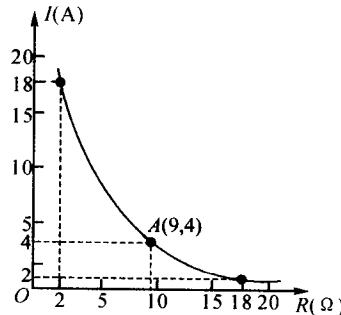
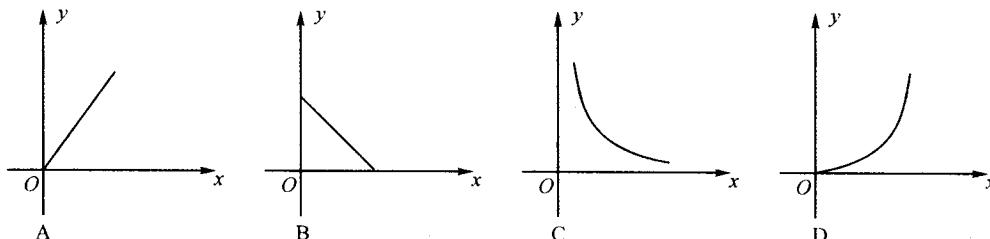


图 1-3-4



# 第一章 反比例函数



6. 某超市仓库里有计算器 1000 只,若平均每天可售出  $x$  只,仓库里的计算器可以销售  $y$  天,则  $y$  与  $x$  的函数关系式是 ( )

A.  $y = 1000 - x$       B.  $y = 1000x$       C.  $y = \frac{1000}{x}$       D.  $y = \frac{x}{1000}$

7. 若反比例函数  $y = \frac{a}{x}$ , 当  $x > 0$  时,  $y$  随  $x$  的增大而增大, 则直线  $y = ax - a$  经过 ( )

- A. 第一、二、三象限      B. 第一、三、四象限  
C. 第二、三、四象限      D. 第一、二、四象限

8. 如图 1-3-5, 点  $P$  是双曲线  $y = \frac{5}{x}$  ( $x > 0$ ) 上一点, 过点  $P$  作  $PQ \perp x$  轴 于  $Q$ , 当点  $P$  在这支曲线上运动时, 直角三角形  $POQ$  的面积在

- ( )
- A. 逐渐变大      B. 逐渐变小  
C. 保持不变      D. 点  $P$  越接近  $x$  轴、 $y$  轴, 面积越小;  $PO$  距离越大, 面积越大

9. 已知力  $F$  所做的功是 15 焦, 则力  $F$  与物体在力的方向上通过的距离  $s$  的图象大致是 ( )

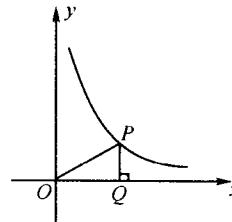
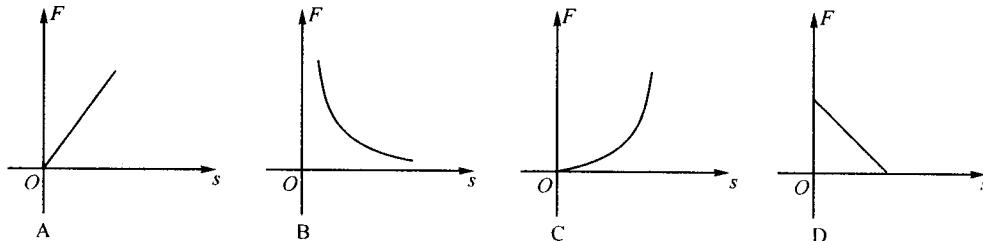


图 1-3-5



10. 在某电路中, 保持电压不变, 电流  $I$ (A) 与电阻  $R$ ( $\Omega$ ) 成反比例, 当电阻  $R = 5\Omega$  时, 电流  $I = 2A$ .

- (1) 求  $I$  与  $R$  之间的函数关系式;  
(2) 当电流  $I = 0.5A$  时, 求电阻的值.

11. 一池内储水  $20m^3$ , 设放完池水的时间为  $T$  时, 每时流水量为  $W(m^3/\text{时})$ , 规定放水时间不得超过 10 时, 求  $T$  关于  $W$  的函数关系式, 写出自变量  $W$  的取值范围, 并画出它的图象.

12. 某市去年电价为 0.8 元/度, 年用电量为 1 亿度, 今年计划将电价调至 0.55 至 0.75 元/度之间, 经测算若电价调至  $x$  元/度, 则今年度新增用电量  $y$  亿度与  $(x - 0.4)$  元成反比例, 且当  $x$

# 数学 ABC

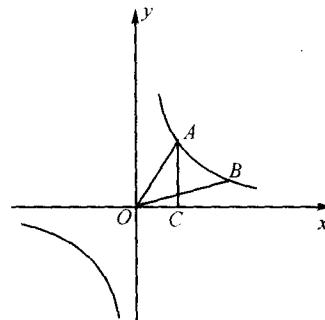
$=0.65$  时,  $y=0.8$ . (1)求  $y$  与  $x$  之间函数关系式;

(2)若每度电的成本价为 0.3 元/度, 则电价调至多少元/度时, 本年度电力部门的收益将比去年增加 20%? [收益 = 用电度数  $\times$  (实际电价 - 成本价)]

13. 一次函数  $y=3x-k$  与反比例函数  $y=\frac{k}{x}$  的图象只有一个交点, 求这两个函数的表达式, 并求这个交点的坐标.

## 【实践与探索】

14. 如图 1-3-6, 点  $A, B$  在反比例函数  $y=\frac{k}{x}$  的图象上, 且点  $A, B$  的横坐标分别为  $a, 2a$  ( $a>0$ ),  $AC \perp x$  轴, 垂足为  $C$ , 且  $\triangle AOC$  的面积为 2.  
(1)求该反比例函数的表达式;  
(2)若点  $(-a, y_1), (-2a, y_2)$  在该反比例函数的图象上, 试比较  $y_1$  与  $y_2$  的大小.



## 单元测试题

图 1-3-6

### 一、填空题(每题 4 分, 共 28 分)

1. 反比例函数  $y=\frac{k}{x}$  的图象经过  $P(-2, 1)$ , 则  $k=$  \_\_\_\_\_.
2. 函数  $y=-\frac{3}{5x}$  的图象的两个分支位于第 \_\_\_\_\_ 象限, 在每个象限内,  $y$  随  $x$  的增大而 \_\_\_\_\_.
3. 如图 1-1, 已知双曲线  $y=\frac{k}{x}$  上一点  $B$ , 矩形  $ABEO$  的面积为 7, 则双曲线对应的函数表达式是 \_\_\_\_\_.
4. 函数  $y=\frac{3}{x}$  的自变量  $x$  的取值范围是 \_\_\_\_\_; 当  $x<0$  时,  $y$  随  $x$  的增大而 \_\_\_\_\_.
5. 若点  $A(a, 4)$  在函数  $y=\frac{8}{x}$  的图象上, 则  $a$  的值为 \_\_\_\_\_.
6. 写出一个反比例函数, 使它的图象在第二、四象限, 这个函数关系式是 \_\_\_\_\_.
7. 已知函数  $y=\frac{4k-7}{x}$  的函数值随  $x$  的增大而增大, 且  $k$  为正整数, 则  $k=$  \_\_\_\_\_.

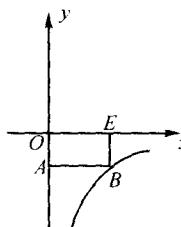


图 1-1

