

研究生教学用书

教育部研究生工作办公室推荐

木质材料流变学

*The Rheology of
Wood Materials*

王逢瑚 编著 李 坚 审

东北林业大学出版社

木质材料流变学

The Rheology of Wood Materials

王逢瑚 编著
李 坚 审

东北林业大学出版社

图书在版编目 (CIP) 数据

木质材料流变学/王逢瑚编著. —2 版. —哈尔滨: 东北林业大学出版社, 2005.8

ISBN 7-81008-753-3

I. 木… II. 王… III. 木材-流变学 IV. TB 322

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2005) 第 141177 号

内 容 提 要

本书重点阐述了木质材料流变学原理及其应用的研究成果。主要包括: 木质材料普通蠕变和机械吸附蠕变理论及其测试和分析, 木质材料流变学特性影响因素的讨论, 以及木质材料蠕变和应力释放的研究和应用实例。

本书可供从事木材科学与加工技术的科技人员和有关高等院校的师生学习和参考。

责任编辑: 卜彩虹 张红梅

封面设计: 彭 宇



NEFUP

木质材料流变学

Muzhi Cailiao Liubianxue

王逢瑚 编著

李 坚 审

东北林业大学出版社出版发行

(哈尔滨市和兴路 26 号)

东北林业大学印刷厂印装

开本 960 × 787 1/16 印张 16 字数 249 千字

2005 年 8 月第 2 版 2005 年 8 月第 1 次印刷

ISBN 7-81008-753-3

TB·52 定价: 27.50 元

前 言

木质材料是人类生存不可缺少的重要资源之一,提高和加深对其基本性能的理解和认识,对于优质高效地利用木材和森林资源,使之得以永续利用具有重大意义。木质材料流变学是木材科学中研究木质材料与时间相关特性的一个分支学科,涉及物理、化学、数学和生命科学等众多学科,在理论和实践上具有相当的深度与广度,一直是许多年来木材科学与技术领域研究的中心问题之一。鉴于研究和教学的需要,作者将本人在该领域学习和研究的成果归纳整理,并吸收国际上较新的研究成果而编著出版,希望能起到抛砖引玉之作用,使该科学分支的理论与实践更加发展和完善。

本书阐述了木质材料的普通蠕变和机械吸附蠕变的原理,给出了蠕变测量、分析、建立数学模型模拟和预测的方法,介绍了蠕变和应力释放的应用实例,并就影响木质材料流变学特性的各种因素进行了讨论。

本书是在国家自然科学基金委员会资助出版的学术专著基础上,由国务院学位委员会审定入选研究生教学用书后,经充实,修订出版。书中主要成果是作者在主持国家自然科学基金项目《刨花板制板过程中板内应力释放机理的研究》和《非木人造材机械吸附流变理论的研究》中,以及在英国威尔士大学留学期间完成的。新增的章节 8.4 是近年与顾继友、高振华合作的结果。在本书编写过程中曾得到东北林业大学材料科学与工程学院和东北林业大学出版社的同仁和朋友的支持与帮助,特别是博士生导师李坚教授给予了指导和全面审改,谨此一并致谢。

本书可供从事木材科学与技术的研究生、科技人员和有关高等院校的师生学习和参考。

由于水平所限,书中疏漏与不当之处,恳请读者批评指正。

著 者
2005 年 6 月

目 录

1 绪论	(1)
1.1 木质材料流变现象及其研究的重要性	(1)
1.2 木质材料流变学特征	(2)
1.3 近期研究进展	(3)
2 木质材料的普通蠕变理论	(5)
2.1 木质材料的蠕变和松弛	(5)
2.1.1 普通蠕变的构成	(5)
2.1.2 木质材料的松弛	(7)
2.2 蠕变的简化分子构造释因	(8)
2.3 普通蠕变的数学模型	(9)
2.3.1 木质材料的蠕变公式	(10)
2.3.2 蠕变公式的选用	(14)
2.3.3 木质材料的松弛模型	(15)
2.3.4 蠕变模型与松弛模型的关系	(16)
3 木质材料普通蠕变的测量与分析	(19)
3.1 普通蠕变的测量	(19)
3.2 蠕变的计算机快速测试	(19)
3.2.1 测试设备和装置	(20)
3.2.2 蠕变数据的采集	(21)
3.2.3 勃格模型主要参数求解	(30)
3.2.4 测试实例	(31)
3.2.5 松弛的模拟	(33)
3.3 普通蠕变的其他数学公式	(35)
3.3.1 常用经验公式	(35)
3.3.2 可线性化的公式	(36)
4 影响木质材料流变学特性的因素	(40)
4.1 影响因素的多样性	(40)
4.2 周期式重复加载对普通蠕变的影响	(42)
4.2.1 周期式重复加载	(42)

4.2.2	应力水平恒定的重复加载	(43)
4.3	环境因素对普通蠕变的影响	(45)
4.3.1	湿度的影响	(46)
4.3.2	温度的影响	(54)
4.3.3	湿热共同影响	(61)
5	木质材料的机械吸附蠕变理论	(74)
5.1	机械吸附蠕变概述	(74)
5.2	机械吸附蠕变与木材	(75)
5.2.1	木材成型与木材构造	(75)
5.2.2	机械吸附特性与木材性能	(79)
5.2.3	木材生长应力	(83)
5.3	机械吸附蠕变的数学模型	(86)
5.3.1	建模要求和相关因子	(86)
5.3.2	基本机械吸附蠕变模型	(89)
5.3.3	长周期机械吸附蠕变模型	(93)
5.4	木质材料的蠕变极限	(101)
5.4.1	蠕变极限及其意义	(101)
5.4.2	极限的多周期数据推算	(102)
5.4.3	加速推算方法	(106)
6	机械吸附蠕变的测量	(108)
6.1	机械吸附蠕变实验概述	(108)
6.1.1	机械吸附特性实验	(108)
6.1.2	实验主要考虑的因素	(110)
6.1.3	实验的设定	(111)
6.2	动态含水率对亲水纤维材料蠕变的影响	(115)
6.2.1	实验的必要性	(115)
6.2.2	实验材料和装置	(116)
6.2.3	实验结果与讨论	(116)
6.2.4	机理讨论	(121)
6.3	木材干燥中蠕变的机理研究	(122)
6.3.1	实验目的和理论背景	(122)
6.3.2	实验材料与方法	(124)
6.3.3	实验结果与讨论	(127)
6.3.4	结论	(131)

7 影响机械吸附蠕变的因素	(132)
7.1 板材厚度的影响	(132)
7.1.1 数学模型的应用	(132)
7.1.2 结果与比较	(134)
7.2 软化剂的影响	(137)
7.2.1 问题的提出	(137)
7.2.2 现象讨论	(137)
7.2.3 结论	(140)
8 木质材料流变学原理的应用	(141)
8.1 木材结构设计中的蠕变问题	(141)
8.1.1 研究目标	(141)
8.1.2 蠕变模型和蠕变系数	(142)
8.1.3 结果和讨论	(144)
8.1.4 结论	(147)
8.2 树木生长应力及其松弛	(148)
8.2.1 生长应力及形成	(148)
8.2.2 生长应力的危害	(164)
8.2.3 生长应力的松弛和湿热恢复	(176)
8.3 酚醛刨花板的应力释放	(189)
8.3.1 原理综述	(189)
8.3.2 胶黏剂 pH 值对胶膜蠕变性能的影响	(200)
8.3.3 胶黏剂 pH 值对酚醛刨花板尺寸稳定性的影响	(208)
8.3.4 刨花碱液预处理对酚醛刨花板尺寸稳定性的影响	(213)
8.3.5 一种改进酚醛刨花板尺寸稳定性的方法	(216)
8.4 刨花板厚度方向的变形模型	(223)
8.4.1 刨花板厚度方向变形模型的建立	(223)
8.4.2 刨花板厚度方向变形模型及规律的确定	(232)
8.4.3 结论	(240)
参考文献	(241)

1 绪 论

流变学 (Rheology) 一词源于希腊语, 意为研究物质流动的学问。长期以来它作为研究固体材料, 如高分子聚合物随时间推移产生形变这一特性的科技术语。木质材料流变学涉及木材及木质复合材料流变的特性和机理, 所以它是认识木质材料的自然属性, 从而对其进行有效的利用的科学。

1.1 木质材料流变现象及其研究的重要性

木质材料作为优良的工程材料, 受到人们的喜爱, 广泛地应用于各种生活设施和各行各业。木质材料的常规机械力学性能, 一般是基于弹性力学范畴, 即在研究其强度时, 首先假设木质材料是弹性体, 当应力作用该物体上时, 其应变在任何作用的时间均是恒定的。但实际并非如此, 木质材料受应力作用时, 其应变是随时间变化的, 一般情况下, 应变随时间推移逐渐增加。该部分与时间相关的应变增量受木质材料的许多基本特性、时间及载荷特点和环境因素的影响。因此, 研究木质材料流变现象是涉及多学科、多因素的复杂问题。

在实际生活、生产和科研实践中, 经常可以观察到下列事实: 工程木结构梁或其他木制构件在长期载荷作用下发生严重变形, 一些构件甚至在远小于极限载荷下破坏, 造成重大损失。在弯曲木制生产中由于缺乏科学的流变学特征数据, 导致弯曲工序的废品率增加及浪费珍贵材料。在胶合工艺中, 常常因为加压胶合时的应力释放使压力降低, 从而导致胶合强度及质量的严重下降。在人造板生产中, 板材厚度的尺寸精度由于压机开合的瞬间产生的回弹而很难控制, 只有依靠砂磨等后续工段修正, 既破坏了板材表层, 也增加了投资和生产消耗。当然, 木质材料的流变特性也可以用来为人类服务。如建立木质材料流变学特性数据库, 以此为依据优化木制品和工程构件的结构设计, 以最低的消耗取得最佳效益; 利用流变学原理, 在人造板热压过程中迅速有效地释放板内锁定的压缩应力, 极大限度地降低板材不可逆厚度的膨胀, 提高人造板的尺寸稳定性和耐久性。研究木质材料湿、热耦合效应, 在木材干燥中

可防止干缩应力集中,减少干燥缺陷,提高木材干燥质量。根据木质材料流变学原理,可以进一步发展木材成型、固定技术,如进行木材横纹压缩大变形的研究,开发人造方材、成型材等新型木材产品,以及发展弯曲部件成型技术,等等。由此可见,学习和研究木质材料流变学具有重要意义。

1.2 木质材料流变学特征

一个弹性系统,如果应力与应变为仅有变量,那么应力与应变之间的关系不会因为加载的时间或变形产生和发展的速率不同而有任何改变。但在测试中观察到,许多材料尤其是高分子聚合物的机械力学性能受加载的速率以及施加应力的水平等因素的影响。如进行木材横纹抗弯强度测试时,测试结果会由于加载的快慢而不同。木材的这种非弹性特征还表现在承重物卸载后的变形恢复上。木质材料在应力作用下产生应变,从而形成应力-应变特征曲线。当将该应力移去,其应变的恢复并不遵循原来的曲线,而是需要一定时间来逐渐完成应力-应变的转换,并形成部分残余应变。在这种情况下,没有其他变量参与,加载和卸载所产生的不同曲线只能与应力-应变互相转化所需的时间相关,这就将时间的概念导入了对木质材料的力学性能的描述中。材料的这种具有双重应力-应变曲线的现象称作“应力-应变滞后”。木质材料的应力-应变滞后是由木质材料与时间相关特性所决定的。图 1.1 为该特性的具体例子。该曲线显示了刨花板垂直板面抗压强度测试中加载和卸载 5 个循环后的结果。图中阴影部分由首次加载和卸载循环应力-应变曲线围成,可见木质材料卸载后,应变需要一定时间逐渐恢复,具有黏弹性的特点。并且还可以观察到“永久性变形”现象,即当应力回至零点后,尚有部分应变不能完全恢复,即使长时间存放后也不能回至零位。这种永久性变形随着加载和卸载循环增加而累积,同时材料在相同载荷下的应力-应变都按一定规律发展。所以描述弹性体的二维应力-应变图已不能真实表达木质材料的应力-应变关系。事实上木质材料的应力-应变关系与时间密切相关,它们之间的关系是三维的。图 1.2 表示了木质材料与时间相关的应力-应变关系。由此图可见,随时间推移,木质材料的应变发展速率呈下降趋势(见应力-时间平面),并且材料因被施加的应力速率不同而表现了不同的应变特性(见应力-应变平面)。随着时间的增加特性曲线斜率逐渐减小,这表明当木质材料受一加载速率较慢的应力

作用时, 会观察到较小的强度值。通常增加时间会产生较低的极限应力, 同样, 延长测试时间会使木质材料在破坏之前发展更大的应变量。

由此可见, 木质材料流变学的关键在于研究其与时间相关的特性。

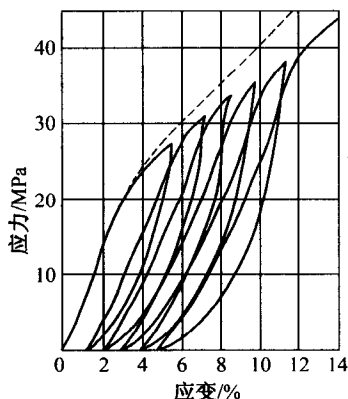


图 1.1 木质材料的应力-应变滞后

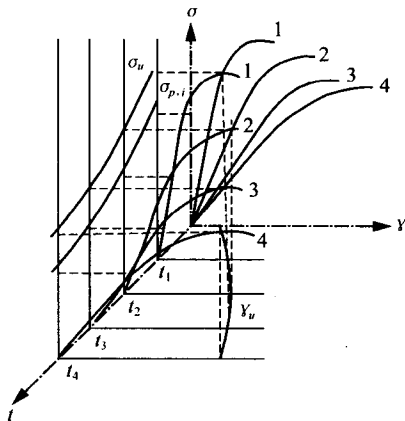


图 1.2 木质材料与时间相关的应力-应变关系

1.3 近期研究进展

进入 21 世纪以来, 木质材料流变学在实验方法的改进、流变模型的建立及应用等方面都取得了巨大进展。2000 年 Hanhijarvi 利用 Kelvin 数学模型模拟了芬兰云杉在高温干燥时切线和射线方向上的变形干燥应力。同年 Clorius 建立数学模型研究了木材在循环载荷下的疲劳破坏。2001 年日本学者 Zhou 等人对水分非平衡态下木材的变形行为进行了多方面的研究, 结果表明在木材循环的吸湿和解吸过程中, 第一个吸湿过程蠕变量很大, 而在后续的吸湿过程中, 会有一定程度的蠕变回复, 在所有的解吸过程中, 初期蠕变迅速增大, 然后其变化会趋于平缓。Pritchard 研究了两个相对湿度环境对中密度纤维板、定向刨花板和硬纸板蠕变性能的影响, 用四点弯曲试验进行疲劳和蠕变的并联试验。结果表明, 在一定的相对湿度范围内, 不同的湿循环速度会影响木材抗拉和抗压蠕变变形。同时温度和含水率也是相互关联的两个影响因素。到目前为止, 对木质材料含水率和温度相互作用对蠕变性能影响的研究尚在继续, 但二者对木质材料物理力学性能的共同影响是显著的。2002 年

Dubois 用一种新的有限元的方法研究木材锯材的黏弹性特征对蠕变裂纹增长的影响, 考虑线性黏弹性蠕变行为, 提出了一个数学表达式来描述应力和裂纹开放强度因数之间的关系, 并且通过力学实验得到了验证。2004 年德国学者 Andrzej 用不同纤维含量的木材纤维增强聚丙烯复合材为试件, 用弯曲蠕变实验来研究其蠕变行为, 结果表明含水率影响木材的冲击性能; 木材-聚丙烯复合材的蠕变随着温度的升高而增加, 随木材纤维含量的升高而降低。

我国在 20 世纪 90 年代初对木质材料流变学的研究有了较大的发展, 比如王培元等人进行了刨花在压缩力下变形状态的研究。从 1993 年开始东北林业大学王逢瑚先后主持了两项国家自然科学基金项目《刨花板制板过程中板内应力释放机理的研究》和《非木人造材机械吸附流变理论的研究》, 所得到成果发展了非木人造材制造工艺理论, 于 1997 年出版了学术专著《木质材料流变学》, 开发的图像处理技术测试机械吸附蠕变的方法和论文获得了美国木材科学和技术学会 2003 年 George Marra 奖一等奖, 并被国内外所采用。1999 年南京林业大学李大纲和顾炼百讨论了不同干燥温度时板材表层厚度为 3 mm 处的木材横纹流变特性。2001 年北京林业大学赵广杰在国家自然科学基金资助项目《杉木密化固定过程中不同热处理路径的化学应力松弛》中, 通过归纳木材化学应力松弛的测定基础、实验装置及研究现状, 指出应用 Tobolsky 等人提出的不连续应力松弛测定法是解明密化木材永久固定机理的最有效的途径之一, 从而为今后进一步开展木材化学应力松弛方面的研究进行了有益的探索。

2 木质材料的普通蠕变理论

2.1 木质材料的蠕变和松弛

如果进行这样的试验,在木质材料上作用一瞬时外力,并且在一定时间内保持载荷恒定,产生的结果如图 2.1 所示。当载荷在时间 t_0 作用时,材料产生一定量的瞬时变形。在载荷保持恒定期间,变形以递降的速率不断发展。当在时间 t_1 移去载荷时,材料立即产生变形恢复并随时间以递降速率继续恢复,直至木质材料变形恢复停止,同时残留少量永久性变形。这一过程即为木质材料典型的普通蠕变过程。反之,如果在试验中给木质材料施加瞬时变形,并且在一定时间内保持变形恒定,则产生的曲线如图 2.2 所示,在时间 t_0 施加变形所需的外力则随时间的增加而逐渐衰减。这种对木质材料施加一定变形,而材料内部反作用力随时间变化的现象称做木质材料的松弛。

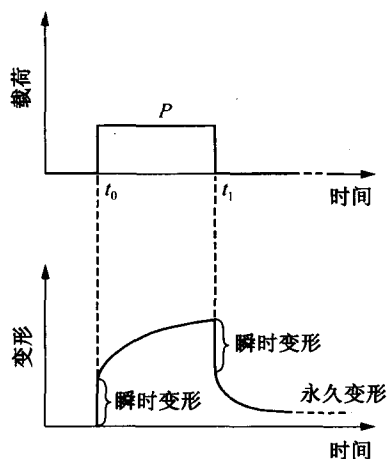


图 2.1 蠕变曲线

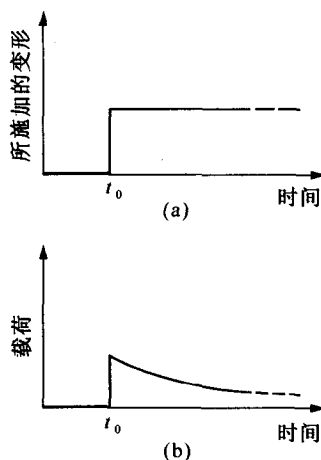


图 2.2 松弛曲线

2.1.1 普通蠕变的构成

木质材料的普通蠕变可分为三个阶段,在蠕变的初始阶段变形的速

率是递减的,蠕变的第二阶段变形曲线呈线性,变形速率基本恒定,而终了阶段变形的速率呈递增直至材料被破坏。当然不是所有木质材料都表现如此典型的阶段划分。因为在实际应用或测试中,受力的水平、承载时间和载荷的类型都是十分重要的影响因素,还受到诸如温度、含水率等许多重要因素的影响。一般地说,普通蠕变的初始阶段表现材料所受应力的稳定性,终了阶段表明材料最终破坏,而第二阶段可认为是一种过渡阶段。对木质材料普通蠕变各个阶段的结构机制,还有待进一步研究。但就研究和实际应用来说,主要焦点集中在普通蠕变的初始阶段和第二阶段。

图 2.3 为典型的木质材料普通蠕变曲线。普通蠕变由三部分组成。将载荷 P 瞬时作用于木质构件(即在时间 t_0 时加载荷 P)时产生一个瞬时弹性变形 δ_e 。继续加载至时间 t_1 ,会产生一个总变形 δ_1 。根据线性黏弹性理论,该总变形 δ_1 由弹性变形 δ_e 、黏弹性变形 δ_{de} 和黏性变形 δ_v 组成,即

$$\delta_1 = \delta_e + \delta_{de} + \delta_v \quad (2.1)$$

公式中,弹性变形部分 δ_e 即

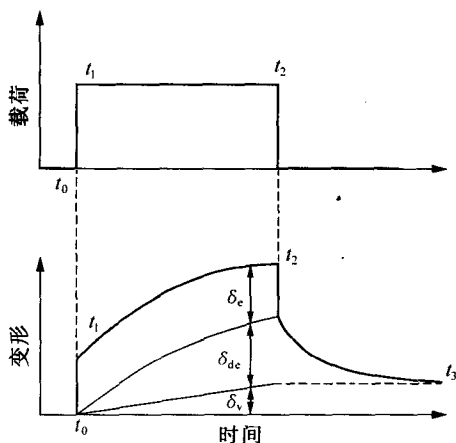
图 2.3 木质材料的普通蠕变

为图 2.3 中时间 t_0 时的瞬时变形;而黏弹性变形 δ_{de} 和黏性变形 δ_v 的区分需在蠕变曲线的恢复部分完成以后才能实现。在时间 t_2 ,当载荷 P 移去后,弹性变形 δ_e 立即恢复,并且其他变形也随时间逐渐恢复。但这种恢复是不完全的,最终有部分变形残留,称为残余变形。这种残余变形就是木质材料在承受载荷期间发展的黏性变形 δ_v 。在时间 t_2 ,弹性变形瞬间恢复后所剩的变形 δ_2 为黏弹性变形 δ_{de} 与黏性变形 δ_v 之和。这样可以从实验观测值 δ_2 和 δ_v 计算出黏弹性变形 δ_{de} , 即

$$\delta_{de} = \delta_2 - \delta_v \quad (2.2)$$

对于大多数木质材料而言,其黏性变形随时间呈线性发展,而黏弹性变形是非线性的。

简言之,木质材料的蠕变由三部分构成:



- (1) 弹性变形, 为瞬时的和可恢复的变形;
- (2) 黏弹性变形, 与时间相关且可恢复的变形;
- (3) 黏性变形, 为永久的和不可恢复的变形。

应当指出, 上述关于蠕变的概念是建立在一维线性黏弹性理论基础上的, 许多经过简化获得的认识与实际有一定差异。而且由于实验手段的限制, 如不可能真正实现对被测构件的瞬时加载或卸载, 无法区分在弹性变形发展阶段伴生的黏弹性变形部分等, 这些都会产生误差。另外, 在高水平应力作用下, 木质材料的黏性变形具有非线性趋势, 但是这些都不会影响对木质材料蠕变性能的基本认识。相信通过进一步研究和观察, 可以更准确地认识木质材料的这一重要特性。

2.1.2 木质材料的松弛

木质材料的松弛是保持材料被给定变形所需的外力随时间逐渐衰减的物理现象。实际上, 蠕变和松弛是一个事物的两个不同方面, 它们都是由材料与时间相关特性即黏弹性所决定的。在应力松弛的过程中, 材料的总体变形保持不变, 但变形的三个部分(弹性变形、黏弹性变形和黏性变形)的量却随时间发生变化(见图 2.4)。最初, 加载产生的变形都为瞬时变形, 即弹性变形 u_e , 随着时间推移, 弹性变形逐渐由于黏弹性变形 u_{de} 和黏性变形 u_v 的发展而缩小, 但在任何时候, 该三部分变形的总和保持不变。如果在时间 t_2 移去剩余的应力, 则木质材料的弹性变形 u_{de} 降为 0。通常松弛的曲线发展规律是与蠕变的恢复曲线相一致的, 最终所有黏弹性变形 u_{de} 完全复原, 而黏性变形 u_v 则为永久性的, 不可恢复。

木质材料的松弛特性对于人造板应力释放的研究和木材横纹压缩变形固定的研究, 以及木材干燥中防止变形开裂等具有十分重要的意义, 此内容在以后的章节中作进一步阐述。

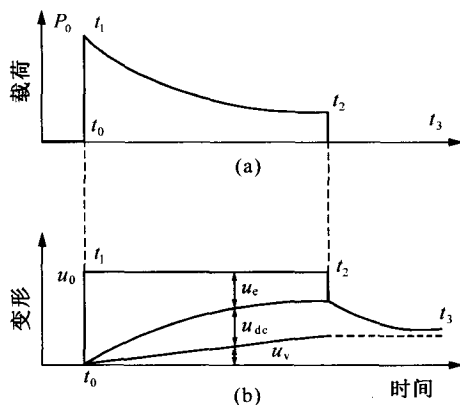


图 2.4 木质材料的松弛

2.2 蠕变的简化分子构造释因

许多年以来,为了更清楚、明了地解释木质材料的流变学特性,揭示其分子构造与蠕变的关系,许多科学家付出了艰辛的努力,并取得了一定成功,但尚有更多的工作留待我们继续探索。

木质材料的分子构造是一个非常复杂的系统,为了便于研究,人们试图采用高度简化的二维分子构造模型来解释木质材料的流变学特性。

图 2.5 为弹性变形的分子构造释因。图 2.5 (a) 为基本构造。木质材料的两个分子链,各具有四个单体,中间的虚线代表侧链间的氢键结合。长度 l 表示该两分子链结合在一起的系统原始长度。当在两分子链端部施加载荷 P 后,系统被拉长至 $l + u_e$ (见图 2.5 (b))。由于化学键是弹性的,当该载荷 P 移去后,系统将恢复至原始长度 l (见图 2.5 (c))。在宏观上,材料表现为弹性变形,其后又完全恢复。这种方法,不仅较准确地描述了木质材料蠕变的物理现象,并且大大简化了木质材料的分子构造系统。

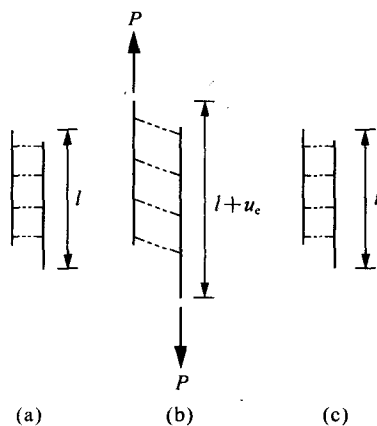


图 2.5 弹性变形的分子构造释因

木质材料的黏性变形的分子构造释因稍复杂一些,如图 2.6 所示。黏性变形是由于分子链间的氢键结合断裂并重新组合而成的,还伴有弹性变形,故此阶段的变形具有永久性。一旦分子链之间的氢键断开,载荷即传导至该系统的其他部分,从而侧链又形成新的结合,此时的系统长度为 $l + u_e + u_v$ 。而后如图 2.6 (d) 所示,尽管载荷已经移去,但系统中新形成的结合依然保留,系统长度为 $l + u_v$,即黏性变形 u_v 保留下来。宏观上木质材料的黏性变形不能恢复。

然而,木质材料的黏弹性变形被假设为分子链的卷曲(见图 2.7)。在无外力的作用下,分子链将以保持最大自由度并在最小自由能的状况下形成一定形状。如果给分子链施加载荷 P ,它将部分张紧,达到新的长度 $l + u_{de}$ 。随着分子间力 P' 的增加,分子链的形状继续变化,表现

出黏弹性的特点。由于张紧,分子链刚度不断增加,其黏弹性逐渐消失。如果将载荷卸去,分子链将逐渐恢复到低能量的自由状态。木质材料表现出在载荷下随时间逐渐变形并恢复的特征。

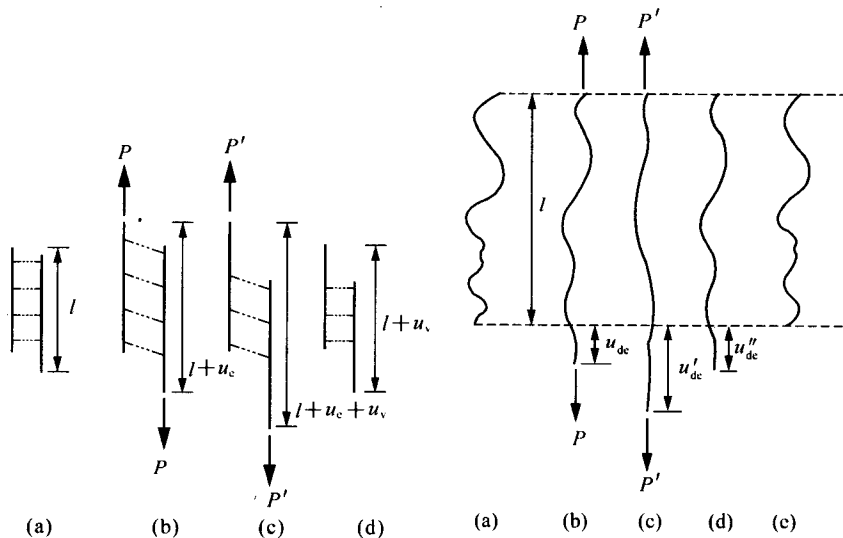


图 2.6 黏性变形的分子构造释因

图 2.7 黏弹性变形的分子构造释因

综上所述,木质材料的变形从分子水平考虑由三部分组成:

- (1) 弹性变形主要是分子的一类和二类化学键的弹性变形;
- (2) 黏弹性变形与分子链在外力作用下张紧和少量二类化学键断裂及重组有关;
- (3) 黏性变形是因为分子间移位,形成新的氢键造成的。

2.3 普通蠕变的数学模型

数学模型的建立对于研究和预测木质材料的物理力学性能具有重要作用。本章节的目标是通过分析研究,建立尽可能简单,又能准确代表木质材料普遍蠕变的数学模型。十分明显,材料的物理力学性能与材料本身的结构密切相关,而试图预测这些性能又是十分困难的工作。由某些实验数据中总结的模型并不能保证这些数学公式适合所有情况,需要经过多次反复的与各种情况下的实验结果相拟合、修正,才能真正具有实用价值。

2.3.1 木质材料的蠕变公式

由弹性力学所知, 虎克弹性体可由下式描述

$$P_e = k u_e \quad (2.3)$$

材料的变形 u_e 与弹性系数 k 和作用力 P_e 有关, 而与时间无关。所以需用另一组件来描述木质材料与时间相关的特性。牛顿阻尼器在理想状态下可以模拟蠕变曲线的黏性部分, 其公式为

$$P_v = \gamma (du_v/dt) \quad (2.4)$$

式中: γ ——阻尼系数;

u_v ——黏性变形;

du_v/dt ——变形速率。

如果所加的载荷是恒定的, (2.4) 式可经积分得下式

$$u_v = u_0 + (P_0/\gamma) t \quad (2.5)$$

式中: t ——时间;

u_0 ——加载 P_0 之前初始变形, 通常为零。

由公式可知, 黏性变形 u_v 与时间、载荷和阻尼系数有关。当卸载之后, 将不会产生任何恢复, 黏性变形是永久的。

牛顿阻尼器的运动是线性的, 尽管有些木质材料的黏性变形呈线性的趋势, 尤其在高应力水平的条件下, 但它对多数木质材料和在适当应力水平时, 能很好地代表黏性变形。

将虎克弹性体和牛顿阻尼器串接, 即组成马克斯韦模型 (Maxwell Body) (见图 2.8 (a))。由于是串联, 作用于弹性体的载荷 P_e 与作用于阻尼器的载荷 P_v 相等, 即

$$P_e = P_v = P \quad (2.6)$$

该组合的总体变形 u_M 即是弹性体变形 u_e 与阻尼器变形 u_v 之和, 即

$$u_M = u_e + u_v \quad (2.7)$$

将 (2.7) 式对时间求导, 有下式

$$\frac{du_M}{dt} = \frac{du_e}{dt} + \frac{du_v}{dt} \quad (2.8)$$

将 (2.3) 式对时间求导, 并将 (2.4) 式一起代入 (2.8) 式, 得

$$\frac{du_M}{dt} = \frac{1}{k} \frac{dP}{dt} + \frac{P}{\gamma} \quad (2.9)$$

如果载荷恒定 (为常数), 则 $\frac{dP}{dt} = 0$, (2.9) 式可简化为