



东方教育
EAST EDUCATION

高等学校教材经典同步辅导丛书

离散数学

同步辅导及习题全解

普通高等教育国家规划教材研究中心

东方教育教材研发中心

LI SAN SHU XUE

赠 学习卡
名校真题



新华出版社

高等学校教材经典同步辅导丛书

离散数学

同步辅导及习题全解

普通高等教育国家规划教材研究中心
东方教育教材研发中心

新 华 出 版 社

图书在版编目(CIP)数据

离散数学同步辅导及习题全解/夏应龙编著.

北京:新华出版社,2006.2

ISBN 7-5011-7393-1

I. 离… II. 夏… III. 离散数学—高等学校—教学参考资料
IV. 0158

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2006)第 005294 号

离散数学同步辅导及习题全解

责任编辑: 丁慧

装帧设计: 东方教育视觉艺术中心

责任校对: 宋丽丽

出版发行: 新华出版社

地 址: 北京石景山区京原路 8 号

网 址: <http://www.xinhupub.com>

邮 编: 100043

经 销: 新华书店

印 刷: 北京市昌平百善印刷厂

开 本: 850mm×1168mm 1/32

印 张: 15.25

字 数: 336 千字

版 次: 2006 年 2 月第 1 版

印 次: 2006 年 2 月北京第 1 次印刷

书 号: ISBN 7-5011-7393-1

定 价: 16.00 元

东方教育教材研发中心
经典同步辅导丛书编委会

主 任：	清华大学	王 飞
副 主 任：	清华大学	夏应龙
	清华大学	聂飞平

编 委(按姓氏笔画排序)：

于志慧	王 焯	甘 露	朱凤琴
刘胜志	刘淑红	师文玉	吕现杰
李晓炜	李炳颖	李 冰	李燕平
李 波	李凤军	李雅平	李晓光
宋之来	宋婷婷	宋 猛	张 慧
张守臣	张旭东	张国良	张鹏林
周海燕	孟庆芬	韩艳美	韩国生

前言 / Preface

《离散数学》作为计算机科学与技术专业的基础课程越来越受到人们的重视。左孝凌、李维、刘永才编著的《离散数学》以体系完整、结构严谨、层次清晰、深入浅出的特点成为这门课程的经典教材，被全国许多院校采用。为了帮助读者更好地学好这门课程，掌握更多知识，我们根据多年的教学经验编写了这本与此教材配套的《离散数学同步辅导及习题全解》。本书旨在使广大读者理解基本概念，掌握基本知识，学会基本解题方法与解题技巧，提高应试能力。

本书作为一种辅助性的教材，具有较强的针对性、启发性、指导性和补充性的特点。考虑到读者的不同情况，我们在内容上做了以下安排：

1. 学习要求：根据考试大纲的要求，总结的各章重要知识点。
2. 知识网络图：以图表的形式贯穿各章知识网络，提纲挈领，统领全章，使知识体系更加系统化。
3. 内容概要：串讲概念，总结性质和定理，知识全面系统。
4. 典型题型与解题技巧：精选各类题型，涵盖本章所有重要知识点，对题目进行深入、详细的讨论与分析，并引导学生思考问题、能够举一反三，拓展思路。
5. 考研真题链接：精选历年考研真题进行深入的讲解。

6. 同步自测:根据各章的学习要求,精选了适量的自测题目,并附有答案。读者可以通过这些自测题目进一步掌握本章的内容要领,巩固和加深对本章知识的理解,增强解决问题的能力,并检查自己对所学知识的掌握程度。

7. 课后习题全解:本书给出了左孝凌、李维、刘永才编著的《离散数学》各章习题的答案。我们不仅给出了详细的解题过程,而且还对解题思路或方法作了简要的说明。由于解题方法具有多样性,通常本书只给了一种方法,仅作参考。

编写本书时,依据大学本科现行教材及教学大纲的要求,参考了清华大学、北京大学、同济大学、浙江大学、人民大学、复旦大学等高等院校的教材,并结合教学大纲的要求进行编写。

我们衷心希望本书提供的内容能够对读者在掌握课程内容、提高解题能力上有所帮助。同时,由于编者的水平有限,本书难免出现不妥之处,恳请广大读者批评指正。

东方教育教材研发中心

目 录 / Contents



第一篇 数理逻辑

第一章 命题逻辑

3	学习要求
4	知识网络图
4	内容概要
10	典型题型与解题技巧
17	考研真题链接
21	同步自测
22	同步自测答案及解析
24	课后习题全解



第二章 谓词逻辑

57	学习要求
58	知识网络图
58	内容概要
62	典型题型与解题技巧
67	考研真题链接
71	同步自测
73	同步自测答案及解析
74	课后习题全解

第二篇 集合论

第三章 集合与关系

91	学习要求
92	知识网络图
92	内容概要
104	典型题型与解题技巧
116	考研真题链接
121	同步自测
124	同步自测答案及解析
125	课后习题全解

第四章 函数

165	学习要求
165	知识网络图
166	内容概要
170	典型题型与解题技巧
175	考研真题链接
182	同步自测
183	同步自测答案及解析
185	课后习题全解

第三篇 代数系统

第五章 代数结构

205	学习要求
206	知识网络图
206	内容概要
215	典型题型与解题技巧
229	考研真题链接
236	同步自测

237	同步自测答案及解析
240	课后习题全解

第六章 格与布尔代数

264	学习要求
265	知识网络图
265	内容概要
270	典型题型与解题技巧
281	考研真题链接
287	同步自测
289	同步自测答案及解析
291	课后习题全解

第四篇 图论

第七章 图论

315	学习要求
316	知识网络图
316	内容概要
328	典型题型与解题技巧
346	考研真题链接
357	同步自测
360	同步自测答案及解析
363	课后习题全解

第五篇 计算机科学中的应用

第八章 形式语言与自动机

401	学习要求
402	知识网络图

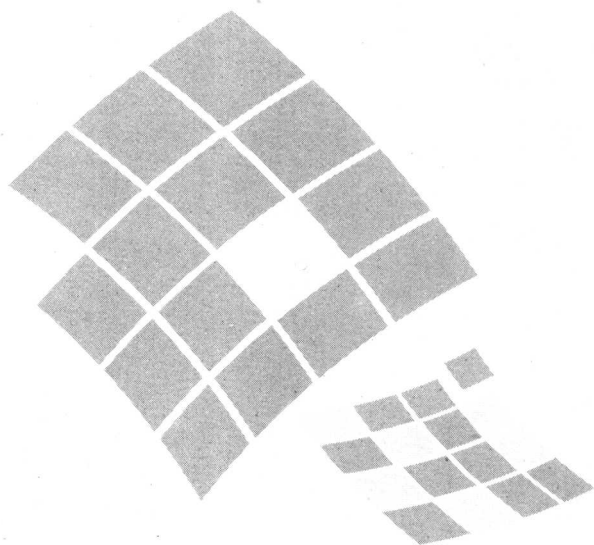
402	内容概要
412	典型题型与解题技巧
423	考研真题链接
430	课后习题全解

第九章 纠错码初步

461	学习要求
461	知识网络图
462	内容概要
463	典型题型与解题技巧
467	考研真题链接
468	课后习题全解

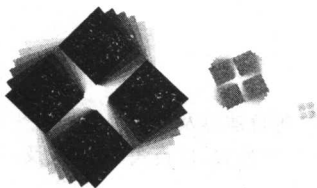
第一篇

数理逻辑



第一章

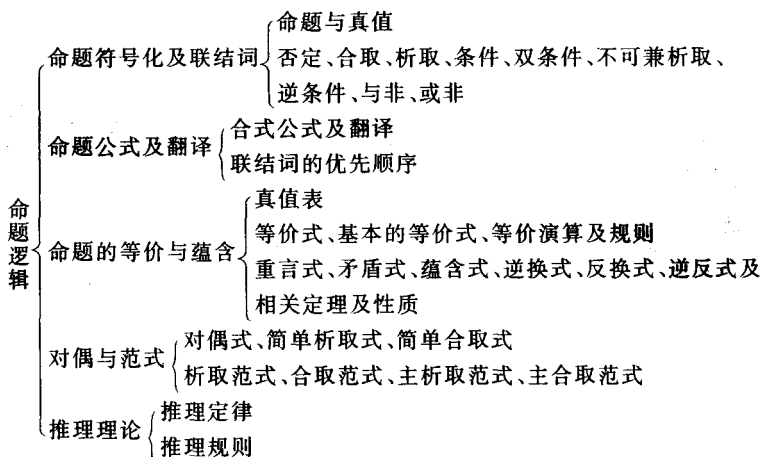
命题逻辑



学习要求

1. 掌握命题、逻辑联结词等概念,能够将命题符号化.
2. 掌握命题的合式公式、翻译等概念,能够判断一公式是否为合式公式,会翻译自然语句.
3. 掌握公式的等价、蕴含等概念,熟记基本的等价式、蕴含式,会证明更复杂的等价式、蕴含式.
4. 掌握对偶式、析取范式、合取范式、大项、小项、主析取范式、主合取范式的概念和性质,掌握求各种范式的方法,能够用等价演算法和真值表法求命题公式的主析取范式、主合取范式,了解一个命题公式的主合取范式与主析取范式的关系——如何根据一种主范式立即写出另一种主范式.
5. 掌握论证的基本方法:真值表法、直接证法和间接证法,掌握推理定律和推理规则,并能够熟练运用.

知识网络图



内容概要

一、命题符号化及联结词

1. 命题的基本概念

数理逻辑研究的中心问题是推理,而推理的前提和结论都是表达判断的陈述句.因而,表达判断的陈述句构成了推理的基本单位.我们称能判断真假的陈述句为命题.这种陈述句的判断只有两种可能,一种是正确的判断,一种是错误的判断.称判断为正确的命题的真值(或值)为真,称判断为错误的命题的真值为假,因而又可以把“具有唯一真值的陈述句”称为命题.

2. 命题的联结词

将联结命题与命题的符号称为命题联结词,基本的命题联结词包括:

否定 设 P 是任意命题, P 的否定记为 $\neg P$, 读作“非 P ”. 若 P 为真, $\neg P$ 为假; 若 P 为假, $\neg P$ 为真.

合取 设 P 和 Q 是任意命题, P 和 Q 的合取记为 $P \wedge Q$, 读作“ P 且 Q ”. 当且仅当 P, Q 同时为真时, $P \wedge Q$ 为真. 此外, $P \wedge Q$ 的值均为假.

析取 设 P 和 Q 是任意命题, P 和 Q 的析取记为 $P \vee Q$, 读作“ P 或 Q ”. 当且仅当 P, Q 同时为假时, $P \vee Q$ 为假. 此外, $P \vee Q$ 均为真.

条件 设 P 和 Q 是任意命题, P 和 Q 的条件命题记为 $P \rightarrow Q$, 读作“如果 P , 那么 Q ”或“若 P 则 Q ”. 当且仅当 P 为真, Q 为假时, $P \rightarrow Q$ 为假. 此外 $P \rightarrow Q$ 均为真.

双条件 设 P 和 Q 是任意命题, P 和 Q 的双条件命题定为 $P \leftrightarrow Q$, 读作“ P 当且仅当 Q ”. 当 P 和 Q 的真值相同时, $P \leftrightarrow Q$ 为真, 否则 $P \leftrightarrow Q$ 为假.

不可兼析取 设 P 和 Q 是命题公式, P 和 Q 的不可兼析取命题记为 $P \vee\vee Q$, 读作“ P 、 Q 中仅一个成立”. 当且仅当 P 和 Q 真值相异时, $P \vee\vee Q$ 为真. 此外, $P \vee\vee Q$ 为假.

逆条件 设 P 和 Q 是命题公式, P 和 Q 的逆条件或否定条件命题记为 $P \xrightarrow{c} Q$, 读作“当且仅当 $P \wedge \neg Q$ 为真时, $P \xrightarrow{c} Q$ 为真”.

与非 设 P 和 Q 是命题公式, P 和 Q 的与非命题记为 $P \uparrow Q$, 读作“当且仅当 $P \wedge Q$ 为真时, $P \uparrow Q$ 为假”.

或非 设 P 和 Q 是命题公式, P 和 Q 的或非命题记为 $P \downarrow Q$, 读作“当且仅当 $\neg P \wedge \neg Q$ 真时, $P \downarrow Q$ 为真”.

本书涉及的命题联结词有以上九个就够了, 其中前五个为常用的命题联结词.

二、命题公式及翻译

1. 合式公式的定义

合式公式是指满足下列条件的公式:

- ① 单个命题变元本身是一个合式公式;
- ② 如果 A 是合式公式, 那么 $\neg A$ 是合式公式;
- ③ 如果 A 和 B 是合式公式, 那么 $(A \wedge B)$, $(A \vee B)$, $(A \rightarrow B)$ 和 $(A \leftrightarrow B)$ 都是合式公式;
- ④ 当且仅当能够有限次地应用①, ②, ③所得到的, 并且包含命题变元, 联结词和括号的符号串是合式公式.

2. 翻译

把自然语言中的语句用数理逻辑中的符号表示出来.

3. 联结词的优先顺序

在演算中, $\neg$ 最优先, 其次为 $\wedge$ 与 $\vee$ 及 $\vee\vee$ ($\wedge$, $\vee$, $\vee\vee$ 同级) 再其次为 $\rightarrow$ 与 $\leftrightarrow$ ($\rightarrow$ 与 $\leftrightarrow$ 同级), 若有括号(圆括号)则括号最优先, 同级按从左至右的顺序演算.

三、命题公式的等价与蕴含

1. 真值表

赋值 设 A 为含有命题变元 $P_1, P_2, \dots, P_n$ 的命题公式, 给 $P_1, P_2, \dots, P_n$ 指定一组真值, 称为对 A 的一个赋值或真值指派.

真值表 公式 A 在其一切可能的赋值下取得的值, 列成一张表, 该表称为 A 的真值表.

2. 命题的等价演算

① 命题等价的基本概念

等价 设 A, B 为两命题公式, 若公式 $A \Leftrightarrow B$ 是重言式, 则称 A 与 B 是等价的, 记作 $A \Leftrightarrow B$.

注意: 定义中引进的符号“ $\Leftrightarrow$ ”不是联结词符, 它只是当 A 与 B 等价时的一种简便记法. 千万不能将 $\Leftrightarrow$ 与 $\Rightarrow$ 或将 $\Leftrightarrow$ 与 $=$ 混为一谈.

另外, 不难看出命题公式之间的等价关系是自反的、对称的和传递的.

② 基本的等价式

$$\textcircled{1} A \Leftrightarrow \neg \neg A.$$

$$\textcircled{2} A \Leftrightarrow A \vee A.$$

$$\textcircled{3} A \Leftrightarrow A \wedge A.$$

$$\textcircled{4} A \vee B \Leftrightarrow B \vee A.$$

$$\textcircled{5} A \wedge B \Leftrightarrow B \wedge A.$$

$$\textcircled{6} (A \vee B) \vee C \Leftrightarrow A \vee (B \vee C).$$

$$\textcircled{7} (A \wedge B) \wedge C \Leftrightarrow A \wedge (B \wedge C).$$

$$\textcircled{8} A \vee (B \wedge C) \Leftrightarrow (A \vee B) \wedge (A \vee C).$$

$$\textcircled{9} A \wedge (B \vee C) \Leftrightarrow (A \wedge B) \vee (A \wedge C).$$

$$\textcircled{10} \neg (A \vee B) \Leftrightarrow \neg A \wedge \neg B.$$

$$\textcircled{11} \neg (A \wedge B) \Leftrightarrow \neg A \vee \neg B.$$

$$\textcircled{12} A \vee (A \wedge B) \Leftrightarrow A.$$

$$\textcircled{13} A \wedge (A \vee B) \Leftrightarrow A.$$

$$\textcircled{14} A \vee 1 \Leftrightarrow 1.$$

$$\textcircled{15} A \wedge 0 \Leftrightarrow 0.$$

$$\textcircled{16} A \vee 0 \Leftrightarrow A.$$

$$\textcircled{17} A \wedge 1 \Leftrightarrow A.$$

双重否定律

幂等律

交换律

结合律

分配律

德·摩根律

吸收律

零律

同一律

$$⑮ A \vee \neg A \Leftrightarrow 1.$$

$$⑯ A \wedge \neg A \Leftrightarrow 0.$$

$$⑰ A \rightarrow B \Leftrightarrow \neg A \vee B.$$

$$⑱ A \leftrightarrow B \Leftrightarrow (A \rightarrow B) \wedge (B \rightarrow A).$$

$$⑲ A \rightarrow B \Leftrightarrow \neg B \rightarrow \neg A.$$

$$⑳ A \leftrightarrow B \Leftrightarrow \neg A \leftrightarrow \neg B.$$

$$\textcircled{21} (A \rightarrow B) \wedge (A \rightarrow \neg B) \Leftrightarrow \neg A.$$

③ 命题公式等价演算的基本规则

置换规则

设 C 是合式公式 A 的子公式, 且 $C \Leftrightarrow D$. 若用 D 置换一个 (多个或全部) C , 得到公式 B , 则 $A \Leftrightarrow B$.

3. 命题的蕴含

① 基本概念

重言式 给定一个命题公式, 若无论对分量作怎样的指派, 其对应的真值永为 T , 则称命题公式为重言式或永真公式.

矛盾式 给定一个命题公式, 若无论对分量作怎样的指派, 其对应的真值永为 F , 则称该命题为矛盾式或永假公式.

蕴含式 当且仅当 $P \rightarrow Q$ 是一个重言式时, 称 P 蕴含 Q , 并记作 $P \Rightarrow Q$.

逆换式 对 $P \rightarrow Q$ 来说, $Q \rightarrow P$ 称作它的逆换式.

反换式 对 $P \rightarrow Q$ 来说, $\neg P \rightarrow \neg Q$ 称作它的反换式.

逆反式 对 $P \rightarrow Q$ 来说, $\neg Q \rightarrow \neg P$ 称作它的逆反式.

② 重言式相关定理

① 两个重言式的合取或析取是一个重言式.

② 重言式中的任意一个分量出现的每一处均用同一个合式公式代入, 得到的仍然是重言式.

③ 设 A, B 为两个命题公式, $A \Leftrightarrow B$ 当且仅当 $A \Rightarrow B$ 为一个重言式.

④ 设 P, Q 为任意两个命题公式, $P \Rightarrow Q$ 的充要条件是 $P \rightarrow Q$ 且 $Q \Rightarrow P$.

③ 蕴含式相关性质

① 设 P, Q 为任意两个命题公式, $P \Rightarrow Q$ 的充要条件是 $P \rightarrow Q$ 且 $Q \Rightarrow P$.

② 设 A, B 是合式公式, 若 $A \Rightarrow B$ 且 A 是重言式, 则 B 是重言式.

③ 若 A, B, C 是合式公式若 $A \Rightarrow B, B \Rightarrow C$, 则 $A \Rightarrow C$.

④ 若 A, B, C 是合式公式若 $A \Rightarrow B$ 且 $A \Rightarrow C$, 则 $A \Rightarrow (B \wedge C)$.

⑤ 若 A, B, C 是合式公式若 $A \Rightarrow B$ 且 $C \Rightarrow B$, 则 $A \vee C \Rightarrow B$.

排中律

矛盾律

蕴含等价式

等价等价式

假言易位

等价否定等价式

归谬论