

教育部最新《应试课程标准》小组推荐

中华学生阅读文库



学生必备

学生数学公式 定理通

- 数学竞赛经典知识
- 学生常用经典题案
- 大、中、小学生常用公式、定理、概念

思考的时候，爱因斯坦阅读和思考的资料，一般成年人也难以读懂。那些人在王

理的也产生说

1896

理工

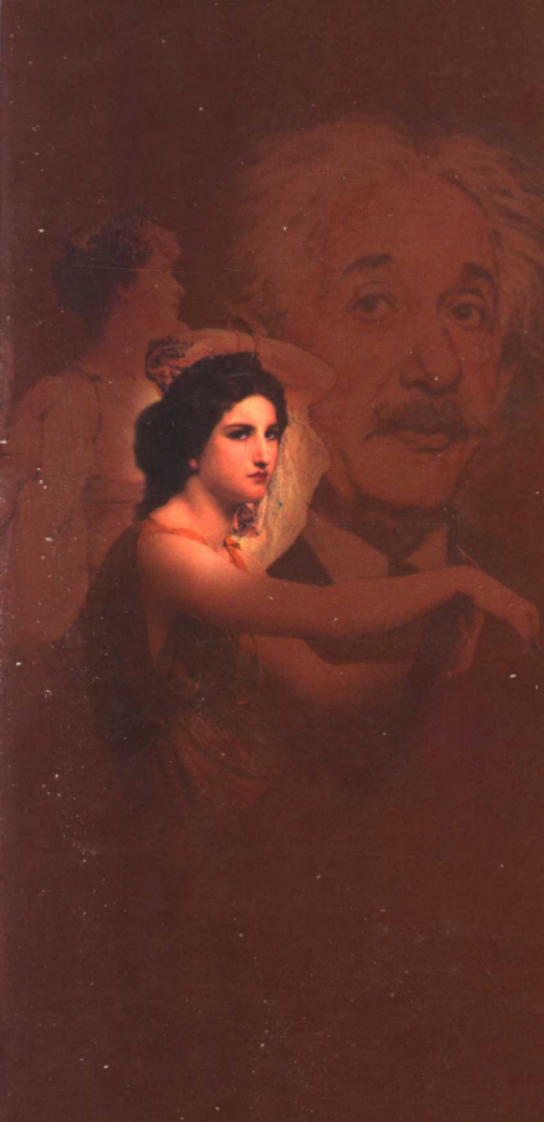
再借

他去上

的发问，而

1889年，爱因斯坦升到吕尔德中学。遇到老师提问，爱因斯坦还是反映迟钝。他平时不实际，惟恐说了话伤害人。后来的事情显示了他对自然科学的兴趣。他又关心到宇宙，为什么运动的，为什么运动的引由定律对吗？

人民教育出版社



Zhonghua
Xuesheng
Yuedu
Wenku

ISBN 7-80698-059-8



9 787806 980590 >

ISBN 7-80698-059-8/G·35

全套定价: 100.00元





藏书

数学 通通通

学生数学公
式定理通学生数
学公式定理通学生数
学

式
生数



学公
通学
学生数



图书在版编目(CIP)数据

数学公式定理通/邱承佑等主编. —延吉: 延边人民出版社, 2003.9

(中华学生阅读文库)

ISBN 7-80698-059-8

I. 数… II. 邱… III. 数学课—中学—课外读物

IV. G634.603

中国版本图书馆CIP数据核字(2003)第088518号

特别鸣谢: 本书在编撰过程中, 选用了部份作者、出版社已经出版过、或发表过的资料、图片, 在此, 特向为本书的出版给予了大力帮助和支持的老师和出版界同仁们表示衷心的感谢!

中华学生阅读文库

数学公式定理通

《中华学生阅读文库》编委会

责任编辑: 肖玉梅

出版 延边人民出版社

印刷 中国建筑西南设计院印刷所

850×1168毫米 32开

8插页

2003年11月第1版

发行 延边人民出版社

印数 1—5000册

47.625印张 150千字

2003年11月第1次印刷

ISBN 7-80698-059-8/G·35

定价(全套): 100.00元

前面的话

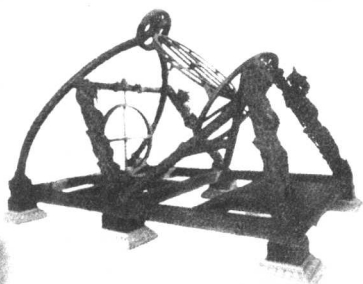


这是一本知识涵盖面宽、渗透性深的益智助学读物，集小学、初中、高中及大学各阶段的数学知识读物。

作为青少年读物日益风行的时代，在商业运作与控制下的青少年读物良莠并进，很多图书或注重了阅读的广泛性，或抓住了知识的更递性，或偏袒无聊的趣味，或丧失有效的理性。无数的学子正翘首以盼，一种新概念式的阅读呼之欲出，青少年读物正面临一场新的革命，既要适应应试教育向素质教育的转轨，又要在“减负”的原则下做到高效阅读与学习，这是很难做到的一件大事。

“世上无难事，只怕有心人”。这本《学生数学公式定理通》集百家智慧，知识的深度与广度、阅读的趣味性与思想性并蓄，旨在让学生以最简单





的方式进行阅读，从而获赠增值的综合知识。

书中很多内容都是教课书中的深入和延伸，广至各类旁系知识，深至国际奥林匹克竞赛，趣典趣题，触类旁通，对于在校学生和青少年高效学习具有“四两拨千斤”之特效。

《学生数学公式定理通》将中学至高中的知识系统地梳理了一遍，不啻为一套“传道、释疑、解惑”的大百科全书。

“给我一个支点，我可以撬动地球。”

“给你一本《学生数学公式定理通》，我可以让你永远考不倒！”

编者





目 录

上卷 数学综合知识大视野

第一章 数学的起源发展知识(2)

一、关于代数学的史料(2)

二、记数法(3)

三、关于数学符号的史料(5)

四、杨辉三角形(6)

五、关于正负数及其运算的史料(8)

六、方程(10)

七、中国古代的应用题(14)

八、欧氏几何学(17)

九、勾股定理(18)

十、圆周率(20)

十一、三角学史料(22)

第二章 古今中外数学家(24)

一、刘徽(24)

二、祖冲之(25)

三、张遂(25)

四、沈括(26)

五、华罗庚(27)

六、阿基米德(28)

七、斐波那契(29)

八、韦达(30)

九、帕斯卡(31)

十、牛顿(32)

十一、欧拉(33)

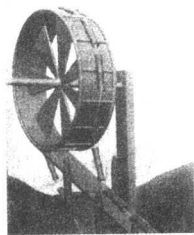
十二、拉普拉斯(34)

十三、高斯(35)

十四、罗巴切夫斯基(36)

十五、伽罗华(36)

十六、哥德尔(37)



下卷 常用数学概念、公式、定理

小学篇

第一章 整数(40)



一、数列(40)

二、阿拉伯数字(41)

三、整数的四则运算(44)

四、基本运算定律与运算性质(46)

五、四则运算法则(48)

第二章 分数和百分数(51)

一、概念(51)

二、计算(57)

三、应用题(60)

第三章 数的整除(69)

一、主要内容一览表(69)

二、整除(69)

三、约数和倍数(70)

四、能被2, 3, 5整除的数(70)

五、奇数和偶数(71)

六、质数和合数(71)

七、自然数的分类(71)

八、分解质因数(72)

九、公约数、最大公约数、互质数(72)

十、公倍数和最小公倍数(74)

十一、数的整除的应用(76)

第四章 简易方程(78)

一、概念(78)

二、解方程(81)

三、列方程解应用题(85)

第五章 比和比例(94)

一、概念(94)

二、计算(101)

三、比例应用题(104)

第六章 几何初步知识(113)

一、概念(113)

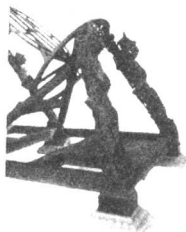
二、计算(121)

三、应用举例(127)

第七章 计量(138)

一、概念(138)

二、单位换算的方法(143)





第八章 统计知识(147)

一、整理数据和制作统计表(147)

二、统计图(150)

初中篇

第一章 代数(155)

一、代数初步知识(155)

二、有理数(156)

三、整式(162)

四、一元一次方程(163)

五、二元一次方程组(168)

六、一元一次不等式和不等式组(174)

七、整式的乘除(177)

八、因式分解(183)

九、分式和分式方程(188)

十、数的开方(195)

十一、二次根式(197)

十二、一元二次方程(199)

十三、函数及其图象(202)

第二章 几何(212)

一、线段、角(212)

二、相交线、平行线(216)

三、三角形(222)

四、四边形(234)

五、相似形(345)

六、解直角三角形(251)

七、圆(257)

高中篇

第一章 集合、简易逻辑(277)

一、集合(277)

二、简易逻辑(281)

第二章 函数(284)

一、映射与函数(284)

二、指数与指数函数(290)

三、对数与对数函数(291)

第三章 数列(295)

第四章 平面三角(299)





一、角的概念与弧度制(299)

二、三角函数(301)

三、两角和与差的三角函数(304)

四、三角函数的图像和性质(307)

第五章 平面向量(311)

一、向量及其运算(311)

二、解三角形(319)

第六章 不等式(322)

一、不等式的概念与性质(322)

二、不等式的证明(323)

三、不等式的解法(325)

四、含有绝对值的不等式(328)

第七章 直线和圆的方程(329)

一、直线的方程(329)

二、两条直线的位置关系(331)

三、曲线和方程(334)

四、圆的方程(335)

第八章 圆锥曲线方程(340)

一、椭圆(340)

二、双曲线(343)

三、抛物线(348)

第九章 立体几何(351)

一、直线与平面(351)

二、多面体和旋转体(364)

第十章 平面解析几何(377)

一、直线(377)

二、圆锥曲线(388)

三、坐标变换(401)

四、参数方程 极坐标(408)

第十一章 概率与统计(418)

一、概率(418)

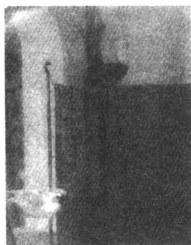
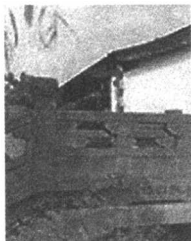
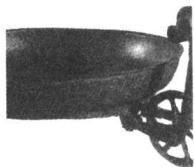
二、统计(428)

第十二章 微积分(433)

一、极限(433)

二、导数与微分(437)

三、积分(442)





上卷 数学综合知识大视野



学

数学公式定理通

第一章 数学的起源发展知识

一、关于代数学的史料

数、式进行运算构成了代数学的主要内容。所谓“初等代数”包括有理数、实数、复数及其运算；多项式、分式、根式的运算和变形；解方程、解方程组、解不等式和解不等式组；函数；指数与对数；排列与组合、二项式定理等内容。

初等代数是代数学的古典部分，它是随着解方程和方程组而产生、发展的。在公元前 1700 年以前，埃及人已经会解一些一元一次方程的应用题了。与埃及人同时代的巴比伦已经学会通过配方解某些二次方程的求根问题，可以说一定程度上掌握了二次方程的求根公式。公元前 3 世纪，希腊人丢番图发表了第一部包括数论和不定方程在内的代数学著作——《算术》。

在代数学的早期历史上，中国的代数占有突出的地位。早在公元 1 世纪，中国的《九章算术》给出了形如 $x^2 + px = n$ 的二次方程的数值解法，并且最早提出线性方程组的概念和类似于现在“加减消元法”的解法，正负数的概念和运算法也是这本书最早提出的。到公元 3 世纪，中国数学家刘徽最早提出方程的同解原理。公元 10 世纪后，中国人提出了解一元高次方程的方法——天元术，这标志着以方程为主要内容的早期代数从算术



中独立了出来。

印度和阿拉伯人在代数方面也做出了重大贡献。印度数学家在公元 7 世纪至 11 世纪时,在不定方程及数学符号方面取得了重要成就,并且首先发现了一元二次方程有两个根这一事实。9 世纪时,阿拉伯人阿尔·花拉子米在其著作中首先创造了“代数”这一名称,几经转译,在 1859 年中国清代数学家李善兰首先引用了代数学这一名词。

总之,世界上有许多国家的数学家都对代数学的创立做出了重大贡献,代数学是人类智慧的结晶之一。

二、记数法

世界上通用的记数方法是十进制记数法,它包括记数的符号,叫做数码(或数字)。十进制有十个数码:0,1,2,3,4,5,6,7,8,9。区别数采用位置原则,记数时从右开始向左依次为

…	十	亿	千	百	十	万	千	百	十	个
		亿		万	万	万				
	位	位	位	位	位	位	位	位	位	位

每一位置叫数位,各个数位上有各自的单位,个位上的单位是 1,十位上的单位是 10,百位上的单位是 100,千位上的单位是 1000 等。十进制采用逢十进一的方法,叫做进率。就是说,十个个位上的单位是一个十位上的单位,十个十位上的单位是一个百位上的单位,依次类推。例如 365 表示三个百位上的单位、六个十位上的单位、五个个位上的单位,写成算式是: $3 \times 10^2 + 6 \times 10 + 5 \times 1 = 365$ 。记数法不一定是十进制,例如电子计算机中就常采用二进制。二进制采用的是逢二进一,它只有两个数码 0 和 1。同一个数在十进制和二进制中具有不同的表示。

十进制:0,1,2,3,4,5,6,7,8,9



二进制: 0, 1, 10, 11, 100, 101, 110, 111, 1000, 1001

十进制: $\frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{1}{8}, \frac{1}{16}, \frac{1}{32}$

二进制: 0.1, 0.01, 0.001, 0.0001, 0.00001

可用下面的方法, 把二进制中的数化成十进制中的数, 用
()₂ 表示二进数, ()₁₀ 表示十进数, 那么

$$\begin{aligned}(1101)_2 &= (1 \times 2^3 + 1 \times 2^2 + 0 \times 2^1 + 1 \times 2^0)_{10} \\ &= (13)_{10}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}(110.101)_2 &= (1 \times 2^2 + 1 \times 2^1 + 0 \times 2^0 + 1 \times 2^{-1} + 0 \times 2^{-2} + 1 \times \\ &\quad 2^{-3})_{10}\end{aligned}$$



数学家牛顿



$$= (6 + \frac{1}{2} + \frac{1}{8})_{10} = (6.625)_{10}$$

另外,中国古代的八卦也采用的是二进制。

二进制有许多优点,但也有十分明显的缺点,那就是单位太长,书写不便,很费时间,对大多数人来说辨认不清,不易掌握。所以,平时我们多采用十进制。另外记数法中还有七进制,如七天是一个星期;十二进制,如十二支钢笔是一打;十六进制,我国旧时的度量衡,16两为1市斤,成语“半斤八两”即属此义;二十四进制,如一天的时间为24小时。而法国采用二十进制,古巴比伦人曾采用六十进制,到现在还有许多地方应用六十进制,如记时间,六十秒钟等于一分钟;记角度的大小有六十分等于一度,六十秒等于一分。

三、关于数学符号的史料

最广泛地使用字母作为数的代号是在公元1200年左右,当时的意大利人里翁那多和德国人约尔旦;完全、正确地利用字母代替数,是法国数学家韦达(1540~1603)的功绩;采用小写字母表示数的是英国人哈里奥特(1560~1621),而现在常用字母表中前面的字母表示已知数,后面的字母表示要求的未知数的作法,开始于法国伟大的数学家笛卡儿。

运算符号中的“+”号和“-”号首先出现在德国数学家约·维特曼1489年编写的算术书中。“×”号是在1631年英国数学家赫瑞奥特首先使用的,德国著名数学家莱布尼茨在1693年用“·”作乘号。在1694年用“:”号作除号、分数线是里翁那多在1228年开始采用的。而用“÷”表示除则是18世纪瑞士人拉哈的功劳。大于号“>”和小于号“<”是1631年英国的赫瑞奥特创造的。而首先使用等号“=”的是1557年英国人莱考特,他



说：“没有比一对平行线更相等的了。”数学家们接受了这一规定。

方括号[]和花括号{ }是法国数学家韦达引入的。相似于“ $\sim$ ”和全等于“ $\cong$ ”是德国数学家莱布尼兹(1646~1716)创用的。瑞士数学家欧拉(1707~1783)一生创造了许多数学符号，如 π 、 e 、 $\sin$ 、 $\cos$ 、 $\lg$ 、 $f(x)$ 等。

数学符号威力巨大，魅力无穷。它是数学中特殊的“文字”，记录和传递着丰富的数学信息，对数学发展起着重要作用。

四、杨辉三角形

在学乘法公式时，我们学习了公式 $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ ， $(a+b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$ 。对于 $(a+b)^3$ 这个公式，很多初学者都感到很难记忆，其原因就是对它的规律不了解造成的。其实 $(a+b)^n$ ，其中 n 为非负整数时，它的展开式是很有规律的。例如我们利用以上两个公式和多项式乘法法则，可以准确写出：

$$(a+b)^4 = a^4 + 4a^3b + 6a^2b^2 + 4ab^3 + b^4;$$

$$(a+b)^5 = a^5 + 5a^4b + 10a^3b^2 + 10a^2b^3 + 5ab^4 + b^5;$$

通过对上述四个公式的观察会发现它们的规律，并且可以归纳出它的发展方向。以上四式的共同点是：

(1) 指数加 1 等于项数；如 $(a+b)^2$ 展开是二次三项式， $(a+b)^3$ 展开是三次四项式。

(2) 展开式的每一项都是 a 和 b 的齐次式，且 a 是降幂排列，第一项的次数和乘方的次数相同，以后逐项低一次，到 a 的零次幂为止； b 是升幂排列。如 $(a+b)^3$ 展开式(见前面)。从 b 的零次幂起，以后逐项高一次，到次数和乘方的次数相同为止。

(3) 展开式的系数的规律可从下表中得到



$$\begin{array}{ccccccc}
 (a+b)^0 & & & & & & 1 \\
 (a+b)^1 & & & & 1 & & 1 \\
 (a+b)^2 & & & 1 & 2 & 1 & \\
 (a+b)^3 & & 1 & 3 & 3 & 1 & \\
 (a+b)^4 & 1 & 4 & 6 & 4 & 1 & \\
 (a+b)^5 & 1 & 5 & 10 & 10 & 5 & 1
 \end{array}$$

这正好排成一个三角形,并且还可以继续排下去,从而得到 $(a+b)^6$ 、 $(a+b)^7$ 等的展开式的系数,但随着 n 的增大,使用该三角形将是很麻烦的事,到了高中代数二项式定理一节中,会学到 $(a+b)^n = C_n^0 a^n + C_n^1 a^{n-1} b + C_n^2 a^{n-2} b^2 + \cdots + C_n^k a^{n-k} b^k + \cdots + C_n^n b^n$ 这个一般性的公式,公式中的 n 为正整数, C_n^k 叫做二项系数。使用这个公式展开二项式将是很方便的事。

这个系数三角形出现在古代,是一件很伟大的事件。我国南宋时期的大数学家杨辉在公元 1261 年所著的《详解九章算法》一书中就记述了上述的三角形,用来研究二项展开式的系数,摘录如下

本积					⊖			
商除				⊖		⊖		
平方			⊖		⊖		⊖	
立方		⊖		⊖		⊖		⊖
四乘	⊖		⊖		⊖		⊖	
五乘	⊖	⊖		⊖		⊖		⊖

史书中称此三角形为“杨辉三角形”,其实仔细阅读杨辉的著作发现,在他以前的贾宪早就用过这个三角形了,并在《释锁算书》一书中做了记载,可惜此书已经失传。由此,我们认为这个三角形叫“贾杨三角形”应更合适。欧洲人把这个三角叫做帕