锦囊妙解

中学生数理化系列

主编/欧阳峰

不可不读的题

高一数学

MATH

机械工业出版社
CHINA MACHINE PRESS

锦囊妙解 中学生数理化系列

不可不读的题

高一数学

总策划　司马文

丛书主编　万强华

编委　刘芬　江华平　欧阳晔　郑永盛　吴小平　管厚坤　胡志芳　吴小菲　王智军　张和良　张延良　黄维

本册主编　欧阳晔

编者　郑芸平　赵子兵　喻冰初　刘芬　吴春芳　李蓉

机械工业出版社

本书是“锦囊妙解中学生数理化系列”的《不可不读的题　高一数学》分册，它体现了新课标改革精神，不受任何版本限制。书中每章节按选择题、填空题、解答题等题型分开编写。题目选取大部分以近两年的高考题和模拟题为主，经典题为辅，题型全，解析简要，解答规范。本书内容新颖，题材广泛，目的是要从本质上提高学生的知识现解能力，以及分析问题和解决问题的能力。

图书在版编目(CIP)数据

不可不读的题. 高一数学/欧阳晔主编. —北京：机械工业出版社，2006.6
(锦囊妙解中学生数理化系列)
ISBN 7-111-18917-5

Ⅰ. 不...　Ⅱ. 欧...　Ⅲ. 数学课-高中-习题
Ⅳ. G634.75

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2006)第 056602 号

机械工业出版社(北京市百万庄大街 22 号　邮政编码 100037)
策划编辑：石晓芬　　　责任编辑：王　芬
责任印制：洪汉军
北京双青印刷厂印刷
2006 年 9 月第 1 版・第 1 次印刷
169mm×230mm ・13.75 印张・220 千字
定价：19.50 元

前言
Preface

武林竞技,想要取胜,或"一把枪舞得风雨不透",或有独门绝技,三招之内,挑敌于马下。古有"锦囊妙计",今有"锦囊妙解"辅导系列。继"锦囊妙解——中学生英语系列"、"锦囊妙解——中学生语文系列"之后,我们又隆重推出了"锦囊妙解——中学生数理化系列"。

这是一套充满智慧的系列丛书,能使你身怀绝技,轻松过关斩将,技增艺长。这更是一套充满谋略的系列丛书,能使你做到"风雨不透",意外脱颖而出,圆名校梦。

这套丛书紧密结合教材内容,力求将教学需求和实际中高考要求完美结合。在体例设计、内容编排、方法运用、训练考查等方面都充分考虑各个年级学生的实际,由浅入深,循序渐进,稳步提高,并适度、前瞻性地把握中高考动态和趋向,在基础教学中渗透中高考意识。

本丛书作者均为多年在初中、高中一线教学的精英,每册都由有关专家最后审稿定稿。

这套丛书按中高考数、理、化必考的知识点分成三大系列:《不可不读的题》、《不可不知的素材》和《不可不做的实验》。从七年级到高考,并按数学、物理、化学分类,配套中学新课标教材,兼顾老教材,共有 36 册。

本丛书有如下特点:

1. 选材面广,知识点细,针对性强

在《不可不读的题》中,我们尽量选用当前的热点题,近几年各地的中高考题,并有自编的创新题。在《不可不知的素材》中,我们力求做到:知识面广、知识点细而全、知识网络清晰,并增加一些高考的边缘知识和前瞻性知识。在《不可不做的实验》中,我们针对目前中学生实验水平低、实验技能差、实验知识缺乏的情况,结合教材的知识网络,详细而全面地介绍了实验。有实验目的、原理、步骤、仪器,实验现象、结论、问题探讨,并增加了实验的一般思路和方法。除介绍课本上的学生实验和教师的演示实验外,还增加了很多中高考中出现的课外实验和探究实验。

2. 指导到位

本丛书在指导学生处理好学习中的基础知识的掌握、解题能力的娴熟、实验能力的提高方面,有意想不到的功效。选择本丛书潜心修炼,定能助你考场

上游刃有余，一路顺风，高唱凯歌。

3. 目标明确

在强调学生分析问题和解决问题能力的同时，在习题、内容上严格对应中高考命题方式，充分体现最新中高考的考试大纲原则和命题趋势。

梦想与你同在，我们与你同行。我们期盼：静静的考场上，有你自信的身影。我们坚信：闪光的金榜上，有你灿烂的笑颜。

本丛书特邀江西师范大学附属中学高级教师、南昌市学科带头人万强华担任主编。本分册由欧阳晔主编。

我们全体策编人员殷切期待广大读者对丛书提出宝贵意见。无边的学海仍然警示着我们：只有不懈努力，才会取得胜利，走向辉煌。

编　者

2006年6月

目录
Contents

前言
第一章　集合与简易逻辑 …… 1
第一节　集合及其运算 …… 1
第二节　含绝对值的不等式解法 …… 4
第三节　一元二次不等式的解法 …… 6
第四节　简易逻辑 …… 10
第二章　函数 …… 15
第一节　函数与映射 …… 15
第二节　函数的定义域与解析式 …… 17
第三节　函数的值域与最值 …… 21
第四节　函数的单调性 …… 26
第五节　函数的奇偶性与周期性 …… 31
第六节　反函数 …… 38
第七节　二次函数 …… 44
第八节　指数与指数函数 …… 52
第九节　对数与对数函数 …… 58
第十节　函数的图像 …… 64
第十一节　函数的应用 …… 69
第三章　数列 …… 79
第一节　数列的概念与等差数列 …… 79
第二节　等比数列 …… 87
第三节　数列的通项与求和 …… 97
第四节　数列的应用问题 …… 108
第四章　三角函数 …… 118
第一节　任意角的三角函数 …… 118
第二节　同角的基本关系与诱导公式 …… 126
第三节　两角和与差的三角函数 …… 132
第四节　二倍角的三角函数 …… 139
第五节　正弦、余弦函数的图像和性质 …… 149
第六节　函数 $y=A\sin(\omega x+\varphi)$ 的图像 …… 160
第七节　正切函数的图像与性质 …… 171
第五章　平面向量 …… 179
第一节　向量的加、减法与数乘向量 …… 179
第二节　向量的数量积 …… 186
第三节　线段定比分点、平移 …… 196
第四节　正弦定理、余弦定理、解斜三角形 …… 202

第一章 集合与简易逻辑

第一节 集合及其运算

一、选择题

题 1 下列关系式中正确的个数为 ( )

①$\{a,b\}\subseteq\{a,b\}$ ②$\{a,b\}=\{b,a\}$ ③$\{0\}\supsetneqq\varnothing$，④$0\in\{0\}$ ⑤$\varnothing\in\{0\}$ ⑥$\varnothing=\{\varnothing\}$

A. 6 个　　B. 5 个

C. 4 个　　D. 小于 4 个

解 ①②③④正确，⑤错，由于集合与集合间是包含关系. ⑥因$\{\varnothing\}$是非空集合，所以错误. 故选 C.

题 2 (2002 全国)设集合 $M=\left\{x\left|x=\frac{k}{2}+\frac{1}{4},k\in\mathbf{Z}\right.\right\}$，$N=\left\{x\left|x=\frac{k}{4}+\frac{1}{2},k\in\mathbf{Z}\right.\right\}$，则 ( )

A. $M=N$　　B. $M\subsetneqq N$

C. $M\supsetneqq N$　　D. $M\cap N=\varnothing$

解 ∵M 中 $x=\frac{2k+1}{4}(k\in\mathbf{Z})$，$2k+1$ 仅表示奇数，N 中 $x=\frac{k+2}{4}(k\in\mathbf{Z})$，$k+2$ 表示整数.

∴$M\subsetneqq N$. 故选 B.

题 3 (2002 北京)满足条件 $M\cup\{1\}=\{1,2,3\}$ 的集合 M 的个数是 ( )

A. 1　　B. 2　　C. 3　　D. 4

解 ∵$M\cup\{1\}=\{1,2,3\}$，

∴$\{2,3\}\subseteq M\subseteq\{1,2,3\}$，

∴$M=\{2,3\}$或$\{1,2,3\}$. 故选 B.

题 4 (2003 北京春季)若集合 $M=\{y|y=2^{-x}\}$，$P=\{y|y=\sqrt{x-1}\}$，则 $M\cap P=$ ( )

A. $\{y|y>1\}$　　B. $\{y|y\geqslant1\}$

C. $\{y|y>0\}$　　D. $\{y|y\geqslant0\}$

解 ∵$M=\{y|y>0\}$，$P=\{y|y\geqslant0\}$，

∴$M\cap P=M$. 故选 C.

题 5 (2004 福建)设集合 $U=\{1,2,3,4,5\}$，$A=\{1,3,5\}$，$B=\{2,3,5\}$，则 $\complement_U(A\cap B)=$ ( )

A. $\{1,2,4\}$　　B. $\{4\}$

C. $\{3,5\}$　　D. $\{\varnothing\}$

解 ∵$A\cap B=\{3,5\}$，∴$\complement_U(A\cap B)=\{1,2,4\}$. 故选 A.

题 6 (2004 全国)设 A、B、I 均为非空集合，且满足 $A\subseteq B\subseteq I$，则下列各式中错误的是 ( )

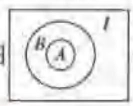
A. $(\complement_I A)\cup B=I$

B. $(\complement_I A)\cup(\complement_I B)=I$

C. $A\cap(\complement_I B)=\varnothing$

D. $(\complement_I A)\cap(\complement_I B)=\complement_I B$

解 利用韦恩图



知$(\complement_I A)\cup(\complement_I B)=\complement_I A\neq I$，故 B 错.

题 7 (2004 北京)设全集是实数集 $\mathbf{R}$，$M=\{x|-2\leqslant x\leqslant2\}$，$N=\{x|x<1\}$，则$(\complement_{\mathbf{R}}M)\cap N$等于 ( )

A. $\{x|x<-2\}$　　B. $\{x|-2<x<1\}$

C. $\{x|x<1\}$　　D. $\{x|x-2\leqslant x<1\}$

解 ∵$\complement_{\mathbf{R}}M=\{x|x<-2$ 或 $x>2\}$，

∴$(\complement_{\mathbf{R}}M)\cap N=\{x|x<-2\}$. 故选 A.

题 8 设 M、P 是两个非空集合，定义 M 与 P 的差集 $M-P=\{x|x\in M$ 且 $x\notin P\}$，则

$(M\cup P)-(M-P)$等于（　　）

A. P　　B. $M\cap P$

C. $M\cup P$　　D. M

解　$\because M-P=\complement_M P$，$\therefore (M\cup P)-(M-P)=(M\cup P)-\complement_M P=\complement_{(M\cup P)}(\complement_M P)=P$. $\therefore$ 选 A.

题 9　若全集 $I=\{(x,y)\mid x,y\in\mathbf{R}\}$，集合 $M=\left\{(x,y)\,\middle|\,\frac{y-3}{x-2}=1\right\}$，$N=\{(x,y)\mid y\neq x+1\}$. 则$(\complement_I M)\cap(\complement_I N)$等于（　　）

A. $\varnothing$　　B. $\{(2,3)\}$

C. $(2,3)$　　D. $\{(x,y)\mid y=x+1\}$

解　I表示坐标平面的全体点集，M表示直线$y=x+1$上去掉点$(2,3)$后所有点的集合，N表示坐标平面上除直线$y=x+1$上的点的所有点的集合，$M\cup N$表示坐标平面上除点$(2,3)$的所有点集，$\therefore(\complement_I M)\cap(\complement_I N)=\complement_I(M\cup N)=\{(2,3)\}$. 故选 B.

题 12　（2005 全国Ⅰ）设I为全集，S_1，S_2，S_3是I的三个非空子集且$S_1\cup S_2\cup S_3=I$，则下面论断中正确的是（　　）

A. $\complement_I S_1\cap(S_2\cup S_3)=\varnothing$

B. $S_1\subseteq(\complement_I S_2\cap C_I S_3)$

C. $\complement_I S_1\cap\complement_I S_2\cap\complement_I S_3=\varnothing$

D. $S_1\subseteq(\complement_I S_2\cup\complement_I S_3)$

解　$\because S_1\cup S_2\cup S_2=I$，$\complement_I(S_1\cup S_2\cup S_3)=\complement_I I=\varnothing$. $\therefore\complement_I S_1\cap\complement_I S_2\cap\complement_I S_3=\varnothing$. 故选 C.

二、填空题

题 11　（2002 上海春季）若全集 $I=\mathbf{R}$，$f(x)$，$g(x)$均为x的二次函数，$P=\{x\mid f(x)<0\}$. $Q=\{x\mid g(x)\geqslant 0\}$，则下列不等式组$\begin{cases}f(x)<0\\g(x)<0\end{cases}$的解集可用$P$、$Q$表示为________.

解　$\because Q=\{x\mid g(x)\geqslant 0\}$，$\therefore\complement_I Q=\{x\mid g(x)<0\}$，$\therefore$不等式组的解集为$\left\{x\,\middle|\,\begin{cases}f(x)<0\\g(x)<0\end{cases}\right\}=\{x\mid f(x)<0\}\cap\{x\mid g(x)<0\}=P\cap\complement_I Q$. $\therefore$填$P\cap\complement_I Q$.

题 12　（2004 上海）设集合 $A=\{5,\log_2(a+3)\}$，集合$B=\{a,b\}$，若$A\cap B=\{2\}$，则$A\cup B=$________.

解　$\because A\cap B=\{2\}$，$\therefore\log_2(a+3)=2$.

$\therefore a+3=4$ 即 $a=1$，$\therefore b=2$.

$\therefore A=\{5,2\}$，$B=\{1,2\}$.

$\therefore A\cup B=\{1,2,5\}$.

题 13　若同时满足$M\subseteq\{1,2,3,4,5\}$，且$a\in M$时，$6-a\in M$的非空集合M有________个.

解　若$1\in M$，则$5\in M$，同样 2 和 4 应同时在M中，这样M可以为$\{3\}$，$\{1,5\}$，$\{2,4\}$，$\{1,3,5\}$，$\{2,3,4\}$，$\{1,2,4,5\}$，$\{1,2,3,4,5\}$，共 7 个.

题 12　50 名学生参加跳远和铅球两项测试，跳远和铅球测试达标的人数分别为 40 人和 31 人，两项测试均不达标的有 4 人，那么两项测试均达标的人数是________.

解　设$A=\{$跳远达标的同学$\}$，$B=\{$铅球达标的同学$\}$，全集为I.

$\because \mathrm{Card}I=50$，$\mathrm{Card}(A\cup B)=\mathrm{Card}I-4=46$.

$\therefore\mathrm{Card}(A\cap B)=\mathrm{Card}A+\mathrm{Card}B-\mathrm{Card}(A\cup B)=40+31-46=25$.

题 12　集合 $A=\left\{a,\frac{b}{a},1\right\}$，$B=\{a^2,a+b,0\}$，且$A=B$，则$a^{2005}+b^{2006}=$________.

解　$\because A=B$，$\therefore 0\in A$. $\therefore\frac{b}{a}=0$（a不可为 0），$\therefore b=0$.

又$\because 1\in B$，若$a+b=1$，则$a=1$. 此时$A=\{0,1,1\}$不合题意，舍去，$\therefore a^2=1$且$a\neq 1$，$\therefore a=-1$.

$\therefore a^{2005}+b^{2006}=(-1)^{2005}+0^{2006}=-1$.

三、解答题

题 11　已知$M=\{1\}$，$N=\{1,2\}$，设$A=\{(x,y)\mid x\in M,y\in N\}$，$B=\{(x,y)\mid x\in N,y\in M\}$. 求$A\cap B$，$A\cup B$.

解 $\because A=\{(x,y)\mid x\in M,y\in N\}=\{(1,1),(1,2)\}$,

$B=\{(x,y)\mid x\in N,y\in M\}=\{(1,1),(2,1)\}$. $\therefore A\cap B=\{(1,1)\}$, $A\cup B=\{(1,1),(1,2),(2,1)\}$.

题 17 已知集合 $A=\{x\mid ax^2+2x+1=0,a\in\mathbf{R},x\in\mathbf{R}\}$.

(1)若 A 中只有一个元素,求 a 的值.

(2)若 A 中至多有一个元素,求 a 的取值范围.

解 (1)当 $a=0$ 时,$2x+1=0$,

$\therefore x=-\dfrac{1}{2}$,$\therefore A=\left\{-\dfrac{1}{2}\right\}$满足题设.

当 $a\neq0$ 时,则 $\Delta=4-4a=0$,$\therefore a=1$,此时 $A=\{-1\}$满足.

$\therefore a=0$ 或 1.

(2)A 中至多有一个元素,含两层意思:A 中只有一个元素或 A 中没有元素.

当 A 中只有一个元素时,由(1)知 $a=0$ 或 1.

当 $A=\varnothing$时,$\begin{cases}\Delta=4-4a<0\\ a\neq0\end{cases}$ $\therefore a>1$.

综上,a 的取值范围为$\{a\mid a\geqslant1$ 或 $a=0\}$.

题 17 设集合 $A=\{x\mid x^2-3x+2=0\}$,$B=\{x\mid 2x^2-ax+2=0\}$,若 $A\cup B=A$,求实数 a 的取值范围.

解 $\because A\cup B=A$,$\therefore B\subseteq A$.

$\because A=\{1,2\}$,

$\therefore B$ 可能为$\varnothing$,$\{1\}$,$\{2\}$,$\{1,2\}$.

若 $B=\varnothing$时,$\Delta=a^2-16<0$,即$-4<a<4$.

若 $B=\{1\}$时,则 $\Delta=a^2-16=0$ 且 $2\times1^2-a+2=0$,$\therefore a=4$.

若 $B=\{2\}$时,则 $\Delta=a^2-16=0$ 且 $2\times2^2-2a+2=0$,$\therefore a$ 无解.

若 $B=\{1,2\}$时,则 $\Delta=a^2-16>0$ 且 $1+2=\dfrac{a}{2}$,$1\times2=\dfrac{2}{2}$,$\therefore a$ 无解.

综上所述,a 的范围为$\{a\mid-4<a\leqslant4\}$.

题 19 已知 $A=\{x\mid x<-2$ 或 $x>3\}$,$B=\{x\mid 4x+m<0\}$,当 $A\supseteq B$ 时,求实数 m 的范围.

解 $\because B=\{x\mid 4x+m<0\}=\left\{x\mid x<-\dfrac{m}{4}\right\}$. $\because A\supseteq B$,根据图 1-1-1,解得$-\dfrac{m}{4}\leqslant-2$,$\therefore m\geqslant8$.

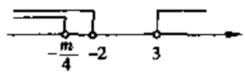


图 1-1-1

$\therefore m$ 的取值范围为$\{m\mid m\geqslant8\}$.

题 20 若 $A=\{x\mid x^2-ax+a^2-19=0\}$,$B=\{x\mid x^2-5x+6=0\}$,$C=\{x\mid x^2+2x-8=0\}$.

(1)若 $A\cap B=A\cup B$,求实数 a 的值.

(2)若 $\varnothing\subsetneqq A\cap B$,$A\cap C=\varnothing$,求实数 a 的值.

解 (1)$\because A\cap B=A\cup B$,$\therefore A=B$.

$\because B=\{2,3\}$,

$\therefore\begin{cases}2+3=a\\ 2\times3=a^2-19\end{cases}$ $\therefore a=5$.

(2)$\because C=\{-4,2\}$,$B=\{2,3\}$

且$\varnothing\subsetneqq A\cap B$,$A\cap C=\varnothing$.

$\therefore 3\in A$ 且 $2\notin A$.

$\therefore 3^2-3a+a^2-19=0$,$\therefore a=-2$ 或 5.

当 $a=5$ 时,$A=\{2,3\}$不合.

当 $a=-2$ 时,$A=\{-5,3\}$满足.

$\therefore a=-2$.

题 20 已知全集 $S=\{$不大于 20 的质数$\}$,集合 A,B 是 S 的两个子集,且满足下列条件:①$A\cap(\complement_S B)=\{3,5\}$,②$B\cap(\complement_S A)=\{7,19\}$,③$(\complement_S A)\cap(\complement_S B)=\{2,17\}$,求集合 A,B.

解 $\because S=\{2,3,5,7,11,13,17,19\}$,

$\because[B\cap(\complement_S A)]\cup[(\complement_S A)\cap(\complement_S B)]=\{2,7,17,19\}$.

$\therefore(\complement_S A)\cap(B\cup\complement_S B)=\complement_S A\cap S=\complement_S A=\{2,7,17,19\}$.

$\therefore A=\{3,5,11,13\}$.

又$\because(A\cap\complement_S B)\cup(\complement_S A\cap\complement_S B)=$

$\complement_S B\cap(A\cup\complement_S A)=\complement_S B=\{2,3,5,17\}$，

$\therefore B=\{7,11,13,19\}$.

题22 设集合 $A=\{x|x=a^2+b^2,a,b\in\mathbf{Z}\}$，若 $m,n\in A$，试判断：

(1)mn 是否属于 A，如果是，请证明；如果不是，请说明理由.

(2)$m+n$ 是否属于 A 呢？试说明理由.

解 (1)$\because m,n\in A$，$\therefore m=a_1{}^2+b_1{}^2$，$n=a_2{}^2+b_2{}^2(a_1,a_2,b_1,b_2\in\mathbf{Z})$.

$\therefore mn=(a_1{}^2+b_1{}^2)(a_2{}^2+b_2{}^2)=a_1{}^2a_2{}^2+a_1{}^2b_2{}^2+a_2{}^2b_1{}^2+b_1{}^2b_2{}^2=(a_1a_2-b_1b_2)^2+(a_1b_2+a_2b_1)^2$.

$\because a_1,a_2,b_1,b_2\in\mathbf{Z}$，

$\therefore a_1a_2-b_1b_2\in\mathbf{Z}$，$a_1b_2+a_2b_1\in\mathbf{Z}$，

$\therefore mn\in A$.

(2)$m+n$ 不一定属于 A.

例如：取 $m=0^2+1^2=1$，$n=0^2+2^2=4$，$m,n\in A$. $m+n=5=1^2+2^2\in A$.

又取 $m=1^2+3^2=10$，$n=0^2+1^2=1$，

$m,n\in A$. $m+n=11=0+11=1+10=2+9=3+8=4+7=5+6$.

$\therefore$不存在 $a,b\in\mathbf{Z}$ 使 $a^2+b^2=11$，

$\therefore m+n\notin A$.

第二节 含绝对值的不等式解法

一、选择题

题23 不等式 $(1+x)(1-|x|)>0$ 的解集是 ( )

A. $\{x|0\leqslant x<1\}$

B. $\{x|x<0$ 且 $x\neq-1\}$

C. $\{x|-1<x<1\}$

D. $\{x|x<1$ 且 $x\neq-1\}$

解 当 $x\geqslant0$ 时，原不等式可化为 $(1+x)(1-x)>0$，即 $-1<x<1$，$\therefore 0\leqslant x<1$.

当 $x<0$ 时，原不等式化为 $(1+x)(1+x)>0$，即 $x\neq-1$，$\therefore x<0$ 且 $x\neq-1$.

综上所述，不等式的解集为 $\{x|x<1$ 且 $x\neq-1\}$. 故选 D.

题22 不等式 $1<|x+1|<3$ 的解集为 ( )

A. $\{x|0<x<2\}$

B. $\{x|-2<x<0$ 或 $2<x<4\}$

C. $\{x|-4<x<0\}$

D. $\{x|-4<x<-2$ 或 $0<x<2\}$

解 原不等式可化为 $-3<x+1<-1$ 或 $1<x+1<3$.

$\therefore -4<x<-2$ 或 $0<x<2$. 故选 D.

题22 若不等式 $|ax+2|<6$ 的解集为 $(-1,2)$，则实数 a 等于 ( )

A. 8　　B. 2　　C. -4　　D. -8

解 平方得：$a^2x^2+4ax-32<0$，则 $-1,2$ 是方程 $a^2x^2+4ax-32=0$ 的两根.

$\therefore -1+2=-\dfrac{4}{a}$ 且 $-1\times2=-\dfrac{32}{a^2}$，

$\therefore a=-4$. 故选 C.

题22 (2005 上海)已知集合 $M=\{x||x-1|\leqslant2,x\in\mathbf{R}\}$，$P=\left\{x\left|\dfrac{5}{x+1}\geqslant1,x\in\mathbf{Z}\right.\right\}$，则 $M\cap P=$ ( )

A. $\{x|0<x\leqslant3,x\in\mathbf{Z}\}$

B. $\{x|0\leqslant x\leqslant3,x\in\mathbf{Z}\}$

C. $\{x|-1\leqslant x\leqslant0,x\in\mathbf{Z}\}$

D. $\{x|-1\leqslant x<0,x\in\mathbf{Z}\}$

解 $\because M=\{x|-1\leqslant x\leqslant3\}$，

$P=\{x|-1<x\leqslant4,x\in\mathbf{Z}\}$.

$\therefore M\cap P=\{x|0\leqslant x\leqslant3,x\in\mathbf{Z}\}$. 故选 B.

题22 不等式组 $\begin{cases}x>0\\ \dfrac{3-x}{3+x}>\left|\dfrac{2-x}{2+x}\right|\end{cases}$ 的解集是 ( )

A. $\{x|0<x<2\}$　　B. $\{x|0<x<2.5\}$

C. $\{x|0<x<\sqrt{6}\}$　　D. $\{x|0<x<3\}$

解 当 $0<x\leqslant 2$ 时，$\left|\dfrac{2-x}{2+x}\right|=\dfrac{2-x}{2+x}$，

$\dfrac{3-x}{3+x}>\left|\dfrac{2-x}{2+x}\right|$ 可化为：$\dfrac{3-x}{3+x}>\dfrac{2-x}{2+x}$，又可化为：

$(3-x)(2+x)>(2-x)(3+x)$，得 $x>0$，$\therefore 0<x\leqslant 2$.

当 $x>2$ 时，$\dfrac{3-x}{3+x}>\left|\dfrac{2-x}{2+x}\right|$ 可化为 $\dfrac{3-x}{3+x}>\dfrac{x-2}{2+x}$，即 $(3-x)(2+x)>(3+x)(x-2)$，

$-\sqrt{6}<x<\sqrt{6}$，$\therefore 2<x<\sqrt{6}$.

综上，原不等式组的解集为 $\{x\mid 0<x<\sqrt{6}\}$. 故选 C.

二、填空题

题 34 不等式 $|x+2|\geqslant|x|$ 的解集是________.

解 平方得：$4x+4\geqslant 0$，$\therefore x\geqslant -1$.

题 32 不等式 $\left|\dfrac{x}{1+x}\right|>\dfrac{x}{1+x}$ 的解集为________.

解 由题意知，$\dfrac{x}{1+x}<0$，可解得 $-1<x<0$. 故填 $\{x\mid -1<x<0\}$.

题 30 若 x 满足 $|x-2|<a$ 时，不等式 $|x^2-4|<1$ 成立，则正数 a 的取值范围为________.

解 由题意得，$\{x\mid |x-2|<a\}\subseteq\{x\mid |x^2-4|<1\}$. 而 $\{x\mid |x-2|<a\}=\{x\mid 2-a<x<2+a\}$，$\{x\mid |x^2-4|<1\}=\{x\mid -\sqrt{5}<x<-\sqrt{3}$ 或 $\sqrt{3}<x<\sqrt{5}\}$.

$\therefore\begin{cases}2-a\geqslant-\sqrt{5}\\2+a\leqslant-\sqrt{3}\end{cases}$ 或 $\begin{cases}2-a\geqslant\sqrt{3}\\2+a\leqslant\sqrt{5}\end{cases}$

$\therefore a\leqslant -2-\sqrt{3}$ 或 $a\leqslant\sqrt{5}-2$.

$\because a>0$，$\therefore 0<a\leqslant\sqrt{5}-2$.

题 31 若不等式 $|x+1|+|x-2|<a$ 的解集是空集，则实数 a 的取值范围是________.

解 由几何意义知 $|x+1|+|x-2|\geqslant 3$，$\therefore$ 当 $a\leqslant 3$ 时原不等式的解集为空集. 故 a 的取值范围是 $\{a\mid a\leqslant 3\}$.

题 32 若 $|x-1|-|x+1|>a$ 对一切实数 x 都成立，则实数 a 的取值范围是________.

解 由几何意义知，$-2\leqslant|x-1|-|x+1|\leqslant 2$，$\therefore a<-2$.

题 32 不等式 $|x+2|>1-x$ 的解集为________.

解 原不等式可化为：$x+2<-(1-x)$ 或 $x+2>1-x$，解得：$x>-\dfrac{1}{2}$.

三、解答题

题 34 解关于 x 的不等式 $|3x-1|<1-2a(a\in\mathbf{R})$.

解 当 $1-2a\leqslant 0$ 即 $a\geqslant\dfrac{1}{2}$ 时，解集为 $\varnothing$.

当 $1-2a>0$ 即 $a<\dfrac{1}{2}$ 时，不等式化为：$2a-1<3x-1<1-2a$.

$\therefore\dfrac{2}{3}a<x<\dfrac{2}{3}-\dfrac{2}{3}a$.

故原不等式的解集：当 $a\geqslant\dfrac{1}{2}$ 时为 $\varnothing$，当 $a<\dfrac{1}{2}$ 时为 $\left\{x\,\middle|\,\dfrac{2}{3}a<x<\dfrac{2}{3}-\dfrac{2}{3}a\right\}$.

题 30 解不等式 $|x+2|-|x-3|<4$.

解法 1 零点分段法：原不等式可化为：

$\begin{cases}x<-2\\-x-2+x-3<4\end{cases}$

或 $\begin{cases}-2\leqslant x\leqslant 3\\x+2+x-3<4\end{cases}$ 或 $\begin{cases}x>3\\x+2-x+3<4\end{cases}$

解之得：$x<-2$ 或 $-2\leqslant x<\dfrac{5}{2}$ 或 $x\in\varnothing$.

$\therefore$ 原不等式的解集为 $\left\{x\,\middle|\,x<\dfrac{5}{2}\right\}$.

解法 2 几何意义法：

$|x+2|-|x-3|$ 可以看作数轴上动点 $P(x)$ 到两定点 $A(-2)$，$B(3)$ 的距离的差.

当点 P 在数轴 $\dfrac{5}{2}$ 对应的点上或右侧时，有

$|x+2|-|x-3|\geqslant 4$.

因此，当 $x<\frac{5}{2}$ 时，不等式 $|x+2|-|x-3|<4$ 成立.

题 36 关于实数 x 的不等式 $\left|x-\frac{1}{2}(a+1)^2\right|\leqslant\frac{1}{2}(a-1)^2$ 与 $x^2-3(a+1)x+2(3a+1)\leqslant 0$（其中 $a\in\mathbf{R}$）的解集依次记为 A 与 B，求使 $A\subseteq B$ 的 a 的取值范围.

解 由不等式 $\left|x-\frac{1}{2}(a+1)^2\right|\leqslant\frac{1}{2}(a-1)^2$，得

$-\frac{1}{2}(a-1)^2\leqslant x-\frac{1}{2}(a+1)^2\leqslant\frac{1}{2}(a-1)^2$，

即 $2a\leqslant x\leqslant a^2+1$

$\therefore A=\{x|2a\leqslant x\leqslant a^2+1\}$.

由 $x^2-3(a+1)x+2(3a+1)\leqslant 0$，得：

$(x-2)[x-(3a+1)]\leqslant 0$.

当 $3a+1\geqslant 2$ 即 $a\geqslant\frac{1}{3}$ 时，$B=\{x|2\leqslant x\leqslant 3a+1\}$，若使 $A\subseteq B$，

则 $\begin{cases}2a\geqslant 2\\ a^2+1\leqslant 3a+1\end{cases}$ 解得 $1\leqslant a\leqslant 3$.

当 $3a+1<2$ 即 $a<\frac{1}{3}$ 时，$B=\{x|3a+1\leqslant x\leqslant 2\}$，若使 $A\subseteq B$，

则 $\begin{cases}3a+1\leqslant 2a\\ a^2+1\leqslant 2\end{cases}$ 解得 $a=-1$.

综上所述，a 的取值范围是 $\{a|1\leqslant a\leqslant 3$ 或 $a=-1\}$.

题 37 （2005 全国Ⅱ）设函数 $f(x)=2^{|x+1|-|x-1|}$，求使 $f(x)\geqslant 2\sqrt{2}$ 的 x 的取值范围.

解 $\because f(x)\geqslant 2\sqrt{2}$，即 $2^{|x+1|-|x-1|}\geqslant 2^{\frac{3}{2}}$，

$\therefore |x+1|-|x-1|\geqslant\frac{3}{2}$.

$\therefore\begin{cases}x<-1\\ -x-1+x-1\geqslant\frac{3}{2}\end{cases}$

或

$\begin{cases}-1\leqslant x\leqslant 1\\ x+1+x-1\geqslant\frac{3}{2}\end{cases}$ 或 $\begin{cases}x>1\\ x+1-x+1\geqslant\frac{3}{2}\end{cases}$

解得：$x\in\varnothing$ 或 $\frac{3}{4}\leqslant x\leqslant 1$ 或 $x>1$.

因此，x 的取值范围为 $\left\{x\middle|x\geqslant\frac{3}{4}\right\}$.

第三节 一元二次不等式的解法

一、选择题

题 36 若 $0<a<1$，则不等式 $(x-a)\cdot\left(x-\frac{1}{a}\right)<0$ 的解是 （ ）

A. $a<x<\frac{1}{a}$ B. $\frac{1}{a}<x<a$

C. $x>\frac{1}{a}$ 或 $x<a$ D. $x<\frac{1}{a}$ 或 $x>a$

解 $\because 0<a<1$，$\therefore a<\frac{1}{a}$. $\therefore$ 不等式的解为 $a<x<\frac{1}{a}$. 故选 A.

题 36 不等式 $ax^2+3x+c>0$ 的解集为 $\left\{x\middle|\frac{1}{4}<x<\frac{1}{2}\right\}$. 则 $c-a$ 的值等于 （ ）

A. $-\frac{9}{2}$ B. $\frac{9}{2}$

C. $\frac{7}{2}$ D. $-\frac{7}{2}$

解 由题意知，$a<0$ 且 $\frac{1}{4}+\frac{1}{2}=-\frac{3}{a}$ 且 $\frac{1}{4}\times\frac{1}{2}=\frac{c}{a}$，$\therefore a=-4$，$c=-\frac{1}{2}$.

$\therefore c-a=\frac{7}{2}$. 故选 C.

题 36 已知关于 x 的不等式 $ax^2+bx+c<0$ 的解集为 $\left\{x\middle|x<-\frac{1}{2}\text{ 或 }x>-\frac{1}{3}\right\}$. 则不等式 $cx^2-bx+a>0$ 的解集为 （ ）

A. $2<x<3$　　　　B. $-3<x-2$

C. $-\frac{1}{2}<x<-\frac{1}{3}$　　D. $\frac{1}{3}<x<\frac{1}{2}$

解　由题意得：$\begin{cases} a<0 \\ -\frac{b}{a}=-\frac{5}{6} \\ \frac{c}{a}=\frac{1}{6} \end{cases}$

$\therefore b=\frac{5}{6}a, c=\frac{1}{6}a.$

$\therefore$不等式 $cx^2-bx+c>0$ 可化为：

$\frac{1}{6}ax^2-\frac{5}{6}ax+a>0.$

$\because a<0, \therefore x^2-5x+6<0, \therefore 2<x<3.$

故选 A.

题41　不等式 $(a-2)x^2+2(a-2)x-4<0$ 对 $x\in\mathbf{R}$ 恒成立，则 a 的取值范围为　　(　　)

A. $(-\infty,2]$　　　　B. $(-2,2]$

C. $(-2,2)$　　　　D. $(-\infty,-2)$

解　当 $a-2=0$ 即 $a=2$ 时，不等式化为：$-4<0$ 在 $x\in\mathbf{R}$ 上恒成立，$\therefore a=2$.

当 $a-2\neq0$ 即 $a\neq2$ 时，则有 $a-2<0$ 且 $\Delta=4(a-2)^2+16(a-2)<0, \therefore -2<a<2$.

因此，a 的取值范围为 $(-2,2]$. 故选 B.

题42　关于 x 的不等式 $ax-b>0$ 的解集是 $(1,+\infty)$，则关于 x 的不等式 $\frac{ax+b}{x-2}>0$ 的解集是　　(　　)

A. $(-\infty,-1)\cup(2,+\infty)$

B. $(-1,2)$

C. $(1,2)$

D. $(-\infty,1)\cup(2,+\infty)$

解　由题意知，$a>0$ 且 $\frac{b}{a}=1, \therefore b=a$,

$\therefore \frac{ax+b}{x-2}>0$ 可化为 $(x+1)(x-2)>0$.

$\therefore x<-1$ 或 $x>2$. 故选 A.

二、填空题

题43　若不等式 $\frac{2-ax-x^2}{1-x+x^2}<3$ 对任意实数 x 恒成立，则实数 a 的取值范围为________.

解　$\because 1-x+x^2=\left(x-\frac{1}{2}\right)^2+\frac{3}{4}\geqslant\frac{3}{4}>0$，$\therefore$原不等式化为：$2-ax-x^2<3(1-x+x^2)$，即 $4x^2+(a-3)x+1>0$ 恒成立，

$\therefore \Delta=(a-3)^2-16<0, \therefore -1<a<7.$

题44　不等式 $\frac{(3x-4)(2x+1)}{(x-1)^2}<0$ 的解集是________.

解　由 $(x-1)^2>0$ 且 $(3x-4)(2x+1)<0$，则 $x\neq1$ 且 $-\frac{1}{2}<x<\frac{4}{3}$.

题44　已知关于 x 的不等式 $\sqrt{x}>ax+\frac{3}{2}$ 的解集为 $\{x\mid 4<x<b\}$，则实数 $a=$________，$b=$________.

解　令 $\sqrt{x}=t$，则原不等式化为：$at^2-t+\frac{3}{2}<0(2<t<\sqrt{b})$.

$\therefore\begin{cases} a>0 \\ \frac{1}{a}=2+\sqrt{b} \\ \frac{3}{2a}=2\sqrt{b} \end{cases}$　$\therefore\begin{cases} a=\frac{1}{8} \\ b=36 \end{cases}$

题41　若不等式 $x^2+2x+a\geqslant-y^2-2y$ 对任意实数 x,y 都成立，则实数 a 的取值范围是________.

解　$\because -y^2-2y=-(y+1)^2+1\leqslant1$,

$\therefore x^2+2x+a\geqslant1$，对于 $x\in\mathbf{R}$ 恒成立.

即 $x^2+2x+(a-1)\geqslant0$ 在 $\mathbf{R}$ 上恒成立，

$\therefore \Delta=4-4(a-1)\leqslant0, \therefore a\geqslant2.$

三、解答题

题44　根式 $\sqrt{(a^2+2a-3)x^2+(a-1)x+1}$ 在 $x\in\mathbf{R}$ 上恒有意义，求 a 的取值范围.

解　由题意得不等式 $(a^2+2a-3)x^2+(a-1)x+1\geqslant0$ 在 $x\in\mathbf{R}$ 上恒成立.

若 $a^2+2a-3=0$ 即 $a=-3$ 或 1.

1°　当 $a=-3$ 时，不等式化为 $-4x+1\geqslant0$ 不是在 $x\in\mathbf{R}$ 上恒成立. $\therefore a\neq-3$.

2°　当 $a=1$ 时，不等式化为：$1\geqslant0$ 在 $x\in$

$\mathbf{R}$ 上恒成立，$\therefore a=1$.

若 $a^2+2a-3\neq0$ 即 $a\neq-3$ 且 $a\neq1$ 时，原不等式在 $\mathbf{R}$ 上恒成立，则

$$\begin{cases}a^2+2a-3>0\\(a-1)^2-4(a^2+2a-3)\leqslant0\end{cases}$$

$$\Rightarrow\begin{cases}a<-3\text{ 或 }a>1\\a\leqslant-\dfrac{13}{3}\text{或 }a\geqslant1\end{cases}\Rightarrow a\leqslant-\frac{13}{3}\text{或 }a>1.$$

综上所述，a 的取值范围为 $\{a|a\leqslant-\frac{13}{3}$ 或 $a\geqslant1\}$.

题 50 已知集合 $A=\{x|x^2+2x-8<0\}$，$B=\{x||x+2|\geqslant3\}$，$C=\{x|x^2-2mx+m^2-1<0\}$.

(1)若 $A\cap C=\varnothing$，求实数 m 的取值范围；

(2)若 $A\cap B\subseteq C$，求实数 m 的取值范围.

解 (1)$\because A=\{x|-4<x<2\}$，$B=\{x|x\leqslant-5$ 或 $x\geqslant1\}$，$C=\{x|m-1<x<m+1\}$.

又 $A\cap C=\varnothing$，$\therefore m+1\leqslant-4$ 或 $m-1\geqslant2$，

$\therefore m\leqslant-5$ 或 $m\geqslant3$.

(2)$\because A\cap B=\{x|1\leqslant x<2\}$，又 $A\cap B\subseteq C$.

$$\therefore\begin{cases}m-1<1\\m+1\geqslant2\end{cases}\quad\therefore1\leqslant m<2.$$

题 49 已知不等式 $ax^2+bx+c>0$ 的解集为 $\{x|\alpha<x<\beta,\alpha>0\}$，求不等式 $cx^2+bx+a<0$ 的解集.

解 $\because ax^2+bx+c>0$ 的解集为 $\{x|\alpha<x<\beta,\alpha>0\}$.

$$\therefore\begin{cases}a<0\\-\dfrac{b}{a}=\alpha+\beta\\\dfrac{c}{a}=\alpha\beta\end{cases}\quad\therefore\begin{cases}\dfrac{b}{a}=-(\alpha+\beta)\\\dfrac{c}{a}=\alpha\beta\end{cases}$$

$\because cx^2+bx+a<0$，且 $a<0$，

$\therefore\frac{c}{a}x^2+\frac{b}{a}x+1>0$.

$\therefore\alpha\beta x^2-(\alpha+\beta)x+1>0$.

$\therefore(\alpha x-1)(\beta x-1)>0$，

$\because0<\alpha<\beta$，$\therefore\frac{1}{\alpha}>\frac{1}{\beta}$.

$\therefore cx^2+bx+a<0$ 的解集为 $\left\{x\middle|x<\frac{1}{\beta}\text{或 }x>\frac{1}{\alpha}\right\}$.

题 50 解关于 x 的不等式

(1)$x^2-(a+3)x+3a>0(a\in\mathbf{R})$；

(2)$ax^2+(a-2)x-2>0(a\in\mathbf{R})$；

(3)$\frac{x}{x-1}<1-a(a\in\mathbf{R})$；

(4)$ax^2+2x+1>0$.

解 (1)$x^2-(a+3)x+3a>0\Leftrightarrow(x-3)\cdot(x-a)>0$

当 $a\geqslant3$ 时，不等式的解集为 $\{x|x<3$ 或 $x>a\}$.

当 $a<3$ 时，不等式的解集为 $\{x<a$ 或 $x>3\}$.

(2)原不等式化为 $(ax-2)(x+1)>0$

当 $a=0$ 时，$-2(x+1)>0$，$\therefore x<-1$.

当 $a>0$ 时，$\frac{2}{a}>-1$，

不等式的解为：

$x<-1$ 或 $x>\frac{2}{a}$.

当 $a<0$ 时，原不等式化为

$\left(x-\frac{2}{a}\right)(x+1)<0$.

1° $-2<a<0$ 时，$\frac{2}{a}<-1$，不等式的解为 $\frac{2}{a}<x<-1$.

2° 当 $a=-2$ 时，$\frac{2}{a}=-1$，不等式的解为 $x\in\varnothing$.

3° 当 $a<-2$ 时，$-1<\frac{2}{a}$，不等式的解为 $-1<x<\frac{2}{a}$.

综上所述，

当 $a>0$ 时，解集为 $\left\{x\middle|x<-1\text{ 或 }x>\frac{2}{a}\right\}$.

当 $a=0$ 时,解集为$\{x|x<-1\}$.

当$-2<a<0$ 时,解集为$\left\{\frac{2}{a}<x<-1\right\}$.

当 $a=-2$ 时,解集为$\varnothing$.

当 $a<-2$ 时,解集为$\left\{x\left|-1<x<\frac{2}{a}\right.\right\}$.

(3)$\frac{x}{x-1}<1-a \Leftrightarrow \frac{ax+(1-a)}{x-1}<0$

$\Leftrightarrow[ax+(1-a)](x-1)<0$

当 $a=0$ 时,不等式等价于 $x-1<0$,即$x<1$.

当 $a>0$ 时,不等式化为$\left(x+\frac{1-a}{a}\right)(x-1)<0$.

由于$\frac{a-1}{a}<1$,∴不等式的解为$\frac{a-1}{a}<x<1$.

当 $a<0$ 时,不等式化为$\left(x+\frac{1-a}{a}\right)(x-1)>0$.

由于$\frac{a-1}{a}>1$,∴不等式的解为 $x<1$ 或 $x>\frac{a-1}{a}$.

综上所述,当 $a=0$ 时,解集为$\{x|x<1\}$.

当 $a>0$ 时,解集为$\left\{x\left|\frac{a-1}{a}<x<1\right.\right\}$.

当 $a<0$ 时,解集为$\left\{x|x<1 \text{ 或 } x>\frac{a-1}{a}\right\}$

(4)当 $a=0$ 时,不等式可化为 $2x+1>0 \Leftrightarrow x>-\frac{1}{2}$.

当 $a>0$ 时

1°$\Delta=4-4a>0$ 即 $0<a<1$ 时,原不等式化为$a\left(x-\frac{-1-\sqrt{1-a}}{a}\right)\left(x-\frac{-1+\sqrt{1-a}}{a}\right)>0$

其解为 $x<\frac{-1-\sqrt{1-a}}{a}$ 或 $x>\frac{-1+\sqrt{1-a}}{a}$.

2°$\Delta=4-4a=0$ 即 $a=1$ 时,原不等式化为$(x+1)^2>0$,其解为 $x\neq-1$.

3°$\Delta=4-4a<0$ 即 $a>1$ 时,原不等式的解为 $x\in\mathbf{R}$.

当 $a<0$ 时,$\Delta=4-4a$ 恒为 Z,则原不等式化为$a\left(x-\frac{-1-\sqrt{1-a}}{a}\right)\left(x-\frac{-1+\sqrt{1-a}}{a}\right)>0$

$\Leftrightarrow\left(x-\frac{-1-\sqrt{1-a}}{a}\right)\left(x-\frac{-1+\sqrt{1-a}}{a}\right)<0$

$\Leftrightarrow\frac{-1+\sqrt{1-a}}{a}<x<\frac{-1-\sqrt{1-a}}{a}$

综上所述,当 $a<0$ 时,解集为

$\left\{x\left|\frac{-1+\sqrt{1-a}}{a}<x<\frac{-1-\sqrt{1-a}}{a}\right.\right\}$.

当 $a=0$ 时,解集为$\left\{x|x>-\frac{1}{2}\right\}$.

当 $0<a<1$ 时,解集为$\left\{x\left|x<\frac{-1-\sqrt{1-a}}{a}\right.\text{ 或 } x>\frac{-1+\sqrt{1-a}}{a}\right\}$.

当 $a=1$ 时,解集为$\{x|x\neq-1\}$.

当 $a>1$ 时,解集为 $\mathbf{R}$.

题51 若不等式组

$\begin{cases}x^2-x-2>0\\2x^2+(5+2k)x+5k<0\end{cases}$的整数解只有$-2$,试求 k 的取值范围.

解 由 $x^2-x-2>0$,得 $x<-1$ 或$x>2$.

又由 $2x^2+(5+2k)x+5k<0$,得

$(2x+5)\cdot(x+k)<0$ ①

(1)当$-k<-\frac{5}{2}$即 $k>\frac{5}{2}$时,①的解为$-k<x<-\frac{5}{2}$.

此时,原不等式组的解为$-k<x<-\frac{5}{2}$,显然不含-2.

(2)当$-k>-\frac{5}{2}$即 $k<\frac{5}{2}$时,①的解为$-\frac{5}{2}<x<-k$.

此时原不等式组的解为:

(Ⅰ)$\begin{cases}x<-1\\-\frac{5}{2}<x<-k\end{cases}$

或(Ⅱ)$\begin{cases}x>2\\ -\frac{5}{2}<x<-k\end{cases}$

为使不等式组的解中只有整数解−2，由(Ⅰ)得$-k>-2$即$k<2$，由(Ⅱ)解得$-k\leqslant 3$即$k\geqslant -3$，所以$-3\leqslant k<2$.

(3)当$-k=-\frac{5}{2}$即$k=\frac{5}{2}$时，①无解，此时不等式组也无解.

综上所述，k的取值范围为$\{k|-3\leqslant k<2\}$.

第四节 简易逻辑

一、选择题

题52 下列语句中是命题的有 ( )

①矩形的对角线互相垂直 ②$x>3$ ③同位角相等，两直线平行吗？ ④北京是中国的首都 ⑤2难道不是整数吗？

A. 1个 B. 2个 C. 3个 D. 4个

解 ①是假命题，②不是命题，不能判定语句的真假. ③不是命题，没有作出判断. ④是命题，是真命题. ⑤是命题，并是真命题，作出了2是整数的判断. 故选C.

题55 给出以下命题：①3是6和9的公约数；②不等式$x^2-3x+2>0$的解为$x<1$或$x>2$；③菱形的对角线互相垂直平分；④相似三角形的对应边不一定相等. 上述四个命题中是简单命题的有 ( )

A. 1个 B. 2个 C. 3个 D. 4个

解 ①是简单命题，若①改为"3是6和9的约数"，则为"p且q"形式的复合命题.

②是简单命题，若理解为"p或q"形式的命题与真值表矛盾.

③不是简单命题，是"p且q"形式的复合命题，其中p:菱形的对角线互相垂直；q:菱形的对角线互相平分.

④是简单命题，理由同②. 故选C.

题52 如果命题"p或q"为真，命题"p且q"为假，则 ( )

A. p与q都真

B. p与q都假

C. p真q假或p假q真

D. 以上都不对

解 ∵"p或q"为真，∴p与q中至少有一真. 又∵"p且q"为假，∴p与q中至少有一假. ∴p与q有一真一假，即p真q假或p假q真. 故选C.

题55 由下列各组命题构成"p或q"，"p且q"，"非p"形式的复合命题中，p或q为真，p且q为假，非p为真的是 ( )

A. p:3是偶数；q:4是奇数

B. p:$3+2=6$；q:$5>3$

C. p:$a\in\{a,b\}$；q:$\{a\}\subsetneqq\{a,b\}$

D. p:$\mathbf{Q}\subsetneqq\mathbf{R}$；$q$:$\mathbf{N}=\mathbf{N}^*$

解 由题意知p假q真，因此选B.

题56 命题"若$a\notin A$，则$b\in B$"的否命题是 ( )

A. 若$a\notin A$，则$b\notin B$

B. 若$a\in A$，则$b\notin B$

C. 若$b\in B$，则$a\neq A$

D. 若$b\notin B$，则$a\in A$

解 命题的否命题是原命题的题设与结论分别是它的否命题的题设的否定与结论的否定，因此选B.

题52 下列命题中，假命题为 ( )

A. 命题"空集是任何集合的真子集"的否定

B. 命题"平行四边形的对角线互相平分"的逆命题

C. 已知$a\in\mathbf{R}$，则"a是无理数"是"$a+\sqrt{2}$是无理数"的充分条件

D. "$x^2+y^2\neq 0$"是"x,y全不为0"的必要条件

解　C是假命题，因$a=-\sqrt{2}$是无理数，而$a+\sqrt{2}=-\sqrt{2}+\sqrt{2}=0$不是无理数. 故选C.

题 58　已知p是r的充分条件，s是r的必要条件，q是s的必要不充分条件，那么p是q的（　　）

A. 充分不必要条件

B. 必要不充分条件

C. 充要条件

D. 既不充分也不必要条件

解　由题意，$p\Rightarrow r$，$r\Rightarrow s$，$s\Rightarrow q$，$\therefore p\Rightarrow q$.

若$q\Rightarrow p$，则$q\Rightarrow p\Rightarrow r=s$这与$q\nRightarrow s$矛盾.

因此，p是q的充分不必要条件. 故选A.

题 58　已知真命题："$a\geqslant b\Rightarrow c>d$"和"$a<b\Leftrightarrow e\leqslant f$"，那么"$c\leqslant d$"是"$e\leqslant f$"的（　　）

A. 充分不必要条件

B. 必要不充分条件

C. 充要条件

D. 既不充分也不必要条件

解　因"$a\geqslant b\Rightarrow c>d$"为真命题，则其逆否命题"$c\leqslant d\Rightarrow a<b$"也是真命题.

$\therefore c\leqslant d\Rightarrow a<b\Rightarrow e\leqslant f$，

$\therefore$"$c\leqslant d$"是"$e\leqslant f$"的充分条件.

而$e\leqslant f\Leftrightarrow a<b\nRightarrow c\leqslant d$. 故选A.

题 62　如果不等式$|x-m|<1$成立的必要非充分条件是$-2<x<1$，那么实数m的取值范围是（　　）

A. $\varnothing$

B. $(-1,0)$

C. $[-1,0]$

D. $(-\infty,-1]\cup[0,+\infty)$

解　由题知$\{x\mid |x-m|<1\}\subsetneqq\{x\mid -2x<1\}$

而$\{x\mid |x-m|<1\}=\{x\mid -1+m<x<1+m\}$

$\therefore\begin{cases}-1+m\geqslant -2\\1+m\leqslant 1\end{cases}$其中等号不能同时成立，

$\therefore -1\leqslant m\leqslant 0$. 故选C.

题 62　若p，q是两个简单命题，且"p或q"的否定是真命题，则必有（　　）

A. p真q真　　　　B. p假q假

C. p真q假　　　　D. p假q真

解　因"p或q"的否定为："$\neg p$且$\neg q$"且为真命题，所以$\neg p$为真且$\neg q$为真. 故p假q假，选B.

二、填空题

题 62　若p为"$x\in A\cup B$"，则$\neg p$为______.

解　$\neg p$为p的否定，$\because x\in A\cup B\Leftrightarrow x\in A$或$x\in B$. $\therefore\neg p$为"$x\notin A$且$x\notin B$".

题 62　写出命题："至少有一个内角为60°的三角形是正三角形"的否命题：________________.

解　原命题的否命题为：没有一个内角为60°的三角形不是正三角形.

题 62　(1)命题"方程$\dfrac{2x-5}{2x-5}=1$没有实数根"是______形式的复合命题，它是______命题(填"真"或"假").

(2)命题"$x=\pm1$都能使式子$\sqrt{2x^2+7x+3}$有意义"是______形式的复合命题，它是______命题(填"真"或"假").

解　(1)是"非p"形式的复合命题，它是假命题. 其中p为：方程$\dfrac{2x-5}{2x-5}=1$有实数根. 由于p真，则非p为假.

(2)是"p且q"形式的复合命题，是假命题. 其中p为：$x=1$能使式子$\sqrt{2x^2+7x+3}$有意义.

q为：$x=-1$能使式子$\sqrt{2x^2+7x+3}$有意义，由于p真q假，则p且q为假.

题 62　(1)若p为："对于$x\in\mathbf{R}$，都有$x^2-2x+3>0$成立"，则非p为______.

(2)若p为："存在某个实数x，使得$x^2-2x+3>0$"，则非p为______.

解　(1)这是全称命题，其否定为："存在某个实数x，使得$x^2-2x+3>0$不成立".

(2)这是存在性命题，其否定为："对于任