



单樽 主编

数学

奥林匹克

小学版新版
基础篇



北京大学出版社

数学奥林匹克

小学版新版·基础篇

北京大学出版社

数学奥林匹克

小学版新版·基础篇

单 樽 主编

胡大同 葛 军 傅敬良 编撰

责任编辑:王明舟

*

北京大学出版社出版发行

(北京大学校内)

唐山市兴卫装璜印刷厂印刷

新华书店经售

*

787×1092毫米 32开本 16.25印张 360千字

1992年10月第一版 1998年8月第十次印刷

ISBN 7-301-02053-8/G·144

定价:15.00元

凡北大出版社出版的图书,发现漏页、错页,

本社一律负责退换。本社邮编:100871

《数学奥林匹克》系列图书编委会

顾问(按姓氏笔划为序)

丁石孙 王元 王梓坤 龚升

主编 单墀

副主编 孙瑞清 熊斌 刘鸿坤

编委(按姓氏笔划为序)

王明舟 孙维刚 刘亚强 陈计

余红兵 严镇军 苏淳 胡大同

钱展望 陶晓永 曹鸿德 葛军

傅敬良

序

数学竞赛在我国普遍开展，成绩斐然。不少出版社出版了与竞赛有关的图书，起到良好的推动作用。北京大学出版社出版的这套《数学奥林匹克系列图书》就是其中的一种，它能受到广大读者的欢迎我们非常高兴。

这是我国出版的第一套数学竞赛的系列图书。系列中有高中册，也有初中册与小学册；有普及，也有提高；有最新的资料，也有经过系统整理的题解辞典。目前已出16册，近两年内还将推出10多册。各地奥林匹克学校采用，普遍反映效果很好。一个突出的例子是国家教委所办的理科实验班使用这套图书，每年都为参加国际数学奥林匹克的我国国家集训队、国家代表队输送约 $2/3$ 的队员。第33届IMO中各国得分最低的第五道题，早已载入这套图书，我国五名队员（四名是理科班学生）获得满分。

根据各地提出的意见与建议，这套图书作了不少改进，小学册与初中册均出了新版，并编写了高中版。新版致力于“浅”（即深入浅出）、“趣”（生动有趣）。注意普及，面向广大中小学生，避免过深、过难；注意教学原则的运用，循序渐进，适当重复；注意数学思想的启蒙与打好扎实的基础。我们相信这对于发展智力，对于参加竞赛，对于升学考试均有益处。

系列的另一个特点是“新”。有不少新鲜的资料，如《第31届国家集训队资料》、《第31届国际数学竞赛预选题》、《苏联数

学奥林匹克试题汇编》、《美国数学竞赛试题汇编》等都及时整理推出。这套系列中，有关国际竞赛的若干册，可以说代表了当前竞赛的最高水平。这些属于提高的分册，已成为我国集训队人人必备的材料。

除“浅”、“趣”、“新”等特点外，我们还尽力做到“准”，即科学性方面没有错误。各册作者与编者为此付出不少心血，但由于水平与时间等原因，错误与不妥之处仍难完全避免，敬请广大读者不吝指正。

参加编写工作的有教育家，高级教练及有丰富实践经验的中学教师，更有著名数学家丁石孙、王元、王梓坤、龚升诸位先生担任顾问，保证了这套系列图书的质量。

北京大学出版社，重视社会效益，以最快的速度出版这套系列图书，我们表示衷心地感谢。

单 墀

1992年9月

编辑说明

数学奥林匹克事业在中国大地迅猛发展，并得到了党和政府的大力扶持，各级教育行政部门及社会各界也都积极支持这项事业，为中国在国际竞赛中取得优异成绩提供了强有力的保证。

但是，我国正式参加国际竞赛的时间较短，与长期普遍开展这一活动的国家相比，在一些方面还有差距，特别是高水平的基层教练人员不多，可供培训使用的科学性、系统性、针对性都较强的材料贫乏，这些已成为阻碍我国数学竞赛向更高层次、更广范围发展的重要因素。基于此，北京大学出版社从1988年开始，着手组织编写了一套供小学学生到高中学生使用的《数学奥林匹克》系列图书，著名数学家丁石孙、王元、王梓坤、龚升诸先生任顾问，在国内外享有盛誉的数学奥林匹克专家、前国家教练组组长、第31届国际数学竞赛中国国家队领队兼主教练单增教授任主编，编委及主要作者均为在国内外有一定影响的数学奥林匹克专家。

《数学奥林匹克》系列图书包括三个部分：从小学到高中的培训教材、国内外高水平竞赛材料、国家集训队集训资料；在近期内还将出版竞赛题解辞典。本系列图书自正式出版发行以来，行销全国各地，普遍反映效果很好。国家教委理科实验班及国家集训队、国家代表队都将本系列中的部分图书作为主要培训材料之一。在此，北京大学出版社及系列图书编委会向广大新老读者表示衷心的感谢！

根据各地读者提供的意见与建议,我们在继续及时出版有关国内外竞赛材料的同时,重新组织编写了小学版、初中版、高中版。新版广泛吸取了读者的建议,熔入了国内外各级竞赛的最新材料,特别参照国家教委新颁教学大纲,有层次,有梯度,有特点,旨在使程度不同的学生都可以学有所获。

小学版新版由单增教授主编,写作提纲由编委会讨论并征求了部分专家、中小学教师及学生的意见。《启蒙篇》由北京市奥林匹克学校副校长孙瑞清副教授撰写,《基础篇》由北京市数学奥林匹克学校总教练、高级教练员、特级教师胡大同及葛军、傅敬良撰写,《提高篇》由武钢三中特级教师、武汉市数学会竞赛委员会主任、高级教练员钱展望撰写。全书由主编单增教授审定。

为了使这套图书更好地发挥作用,热忱希望读者朋友及社会各界人士提出改进意见。

北京大学出版社将一如既往地、为数学奥林匹克事业服务,为振兴中国的数学尽我们的力量。

最后,再次向读者朋友表示衷心的感谢!

1992年9月

目 录

第一讲	速算	(1)
第二讲	求和	(7)
第三讲	巧算 (一)	(13)
第四讲	巧算 (二)	(21)
第五讲	巧算 (三)	(28)
自测题一		(36)
第六讲	还原问题	(37)
第七讲	和差问题	(42)
第八讲	归一问题	(49)
第九讲	植树问题	(55)
第十讲	追及问题	(62)
第十一讲	流水问题	(76)
自测题二		(85)
第十二讲	倍数问题	(87)
第十三讲	年龄问题	(96)
第十四讲	盈亏问题	(101)
第十五讲	鸡兔同笼	(108)
自测题三		(115)
第十六讲	多边形的内角和	(117)

第十七讲	外角和	(123)
第十八讲	一笔画	(129)
第十九讲	哈密尔顿周游世界	(139)
自测题四		(147)
第二十讲	倍数与约数	(149)
第二十一讲	质数与合数	(154)
第二十二讲	最小公倍数	(161)
第二十三讲	最大公约数	(165)
第二十四讲	辗转相除法	(169)
自测题五		(174)
第二十五讲	奇与偶 (一)	(176)
第二十六讲	奇与偶 (二)	(182)
第二十七讲	奇与偶 (三)	(188)
自测题六		(193)
第二十八讲	数字谜	(194)
第二十九讲	填数字 (一)	(199)
第三十讲	填数字 (二)	(206)
自测题七		(218)
第三十一讲	分数、百分数一般应用题	(220)
第三十二讲	工程问题	(228)
第三十三讲	浓度问题	(235)
第三十四讲	比和比例	(244)
第三十五讲	综合应用题	(253)

自测题八	(260)
第三十六讲 用字母表示数	(261)
第三十七讲 简单方程	(267)
第三十八讲 等式性质与解方程	(273)
第三十九讲 列方程解应用题 (一)	(277)
第四十讲 列方程解应用题 (二)	(281)
自测题九	(286)
第四十一讲 十进制与二进制	(288)
第四十二讲 二进制的运算	(291)
第四十三讲 二进制与十进制数的互化	(297)
第四十四讲 二进制的应用	(301)
第四十五讲 其他进位制	(306)
自测题十	(311)
第四十六讲 带余除法	(312)
第四十七讲 同余的基本性质	(318)
第四十八讲 同余的基本应用	(324)
第四十九讲 自然数的个位数字	(329)
第五十讲 从“韩信点兵”说起	(334)
自测题十一	(340)
第五十一讲 抽屉原则	(341)
第五十二讲 第二类抽屉原则	(350)
第五十三讲 整数抽屉	(357)
第五十四讲 用图形作抽屉	(364)

第五十五讲 用颜色用抽屉·····	(371)
自测题十二·····	(380)
第五十六讲 三角形等积变形·····	(381)
第五十七讲 图形的割补·····	(393)
第五十八讲 几何体的计算问题·····	(401)
第五十九讲 哪条路线最短·····	(410)
第六十讲 格点与面积·····	(416)
自测题十三·····	(425)
习题与自测题答案·····	(429)

第一讲 速 算

利用运算规律，可以简化运算，达到既快又准的目的。

例如，计算下列算式：

$$(1) 66 + 47 + 34 + 53 = 200$$

$$(2) 352 - 174 + 248;$$

$$(3) 25 \times 32 \times 125;$$

$$(4) 35000 \div 25.$$

上面的四个算式，都非常简单，相信小朋友们都会计算出正确的答案。但是，你是怎么去算的呢？是否可以简化运算呢？

观察上述算式，发现第1题中66与34、47与53的和都是100，第2题中248与352的和是600，抓住这一特点，可以心算出这两题的结果分别为200与426。根据25与4、125与8的积分别是整百、整千的数，可把第3题中32分解为4与8的积，原题变为 $(25 \times 4) \times (8 \times 125)$ ；同样把第4题中35000分解为350与100的积，原题变为 $350 \times 100 \div 25 = 350 \times (100 \div 25)$ 。于是，就可以迅速得到第3,4两题的答案分别为100000与1400。

例1 计算下列各题：

$$(1) 52 + 88 + 48; \quad (2) 321 + 679 + 27;$$

$$(3) 1234 + 5678 + 8766 + 4322.$$

分析 多看看题！观察后我们发现

$$52 + 48 = 100, \quad 321 + 679 = 1000,$$

$$1234 + 8766 = 10000, 5678 + 4322 = 10000.$$

如果两数的和恰好能凑成10, 100, 1000, ..., 那么, 就把其中一个数叫做另一个数的补数, 这两个数互为补数。

因此, 我们就得到速算的一种方法: 在计算几个加数的和时, 运用加法交换律、结合律, 把互为补数的两数先相加, 然后, 再把所得和相加。

$$\begin{aligned} \text{解 (1) 原式} &= 52 + 48 + 88 = (52 + 48) + 88 \\ &= 100 + 88 = 188; \end{aligned}$$

$$(2) \text{ 原式} = (321 + 679) + 27 = 1000 + 27 = 1027;$$

$$\begin{aligned} (3) \text{ 原式} &= (1234 + 8766) + (5678 + 4322) \\ &= 10000 + 10000 = 20000. \end{aligned}$$

只要掌握下面的规律, 就能迅速答出一个数的补数。

一个数的个位数字与它的补数的个位数字相加是10, 其它位的数字相加是9。

例如, 2678的补数, 个位数字是 $10 - 8 = 2$, 十位数字是 $9 - 7 = 2$, 百位上的数字是 $9 - 6 = 3$, 千位上的数字是 $9 - 2 = 7$, 因此, 数2678的补数是7322。

例2 计算下列各题:

$$(1) 65 + 75 + 36; \quad (2) 9998 + 3 + 99 + 998 + 3 + 9;$$

$$(3) 199999 + 19999 + 1999 + 199 + 19.$$

分析 观察这组题的特点。与例1相比较, 例2各题中没有给出互为补数的两个数, 也就是一个加数不是另一个加数的补数, 该怎样凑整呢?

试着把一个加数分解成两部分(或者添加一个数), 使其一部分(或者添加数)是另一个加数的补数, 把互为补数的数先相加, 所得和再参加下一步计算。这样, 可以简捷地算出结果。

在此例中，看着65，把36分解为35与1的和；看着9998，998,99,9,把两个3分解为2与1的和；看着199999,19999,1999,199,把19分解为15与四个1的和，或者看着199999,19999,1999,199,19,添加五个1。通过这样处理，就把例2转化为例1的形式。

$$\begin{aligned} \text{解 (1) 原式} &= 65 + 75 + 35 + 1 = (65 + 35) + (75 + 1) \\ &= 100 + 76 = 176; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{(2) 原式} &= 9998 + 2 + 1 + 99 + 998 + 2 + 1 + 9 \\ &= (9998 + 2) + (1 + 99) + (998 + 2) + (1 + 9) \\ &= 10000 + 100 + 1000 + 10 = 11110; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{(3) 原式} &= 199999 + 19999 + 1999 + 199 + 15 \\ &\quad + 1 + 1 + 1 + 1 \\ &= (199999 + 1) + (19999 + 1) \\ &\quad + (1999 + 1) + (199 + 1) + 15 \\ &= 200000 + 20000 + 2000 + 200 + 15 \\ &= 222215. \end{aligned}$$

(3)也可以如下计算：

$$\begin{aligned} \text{原式} &= (199999 + 1) + (19999 + 1) + (1999 + 1) \\ &\quad + (199 + 1) + (19 + 1) - 5 \\ &= 200000 + 20000 + 2000 + 200 + 20 - 5 \\ &= 222200 + (20 - 5) = 222215. \end{aligned}$$

例3 计算下列各题：

(1) $3932 + 2997$; (2) $5947 - 2997$;

(3) $1238 + 2759 - 98 - 997$.

有了计算例1、例2的经验，计算例3时，自然想到“凑整”：把加数或减数凑成整十、整百、整千的数与另一个数的和或差，然后，再运用运算定律进行计算。

解 (1) 原式 = $3932 + (3000 - 3) = 6932 - 3 = 6929$;

(2) 原式 = $5947 - (3000 - 3)$

$$= 5947 - 3000 + 3$$

$$= 2947 + 3 = 2950;$$

(3) 原式 = $1238 + 2759 - 100 - 1000 + 2 + 3$

$$= (1238 + 3) + 2759 - 100 - 1000 + 2$$

$$= 1241 + 2759 - 100 - 1000 + 2$$

$$= 4000 - 1000 - 100 + 2 = 2902.$$

在做乘除运算时，凑整法同样有用，所不同的是把已知数适当结合或分解成积。

在考虑凑整时，记住一些特殊的积是有益的，如， $2 \times 5 = 10$ ， $4 \times 25 = 100$ ， $8 \times 125 = 1000$ ， $625 \times 8 = 5000$ ，等等。

例4 用简便方法计算：

(1) $4 \times 23 \times 25$;

(2) 96×125 ;

(3) $25 \times 32 \times 125$;

(4) $75000 \div 125 \div 15$;

(5) $38600 \div 25$ 。

分析 观察各题目的特点。第1题直接把4与25结合，就可以简便计算；第2、3题先分解96为8与12的积，32为4与8的积，注意到4与25、8与125的积是整百、整千的数，再把4与25、8与125结合在一起；对于第4、5题，看着25、125、15，把75000分解为75与1000的积，38600分解为386与100的积，再把75与15、1000与125、100与25结合。

解 (1) 原式 = $(4 \times 25) \times 23 = 100 \times 23 = 2300$;

(2) 原式 = $(12 \times 8) \times 125 = 12 \times (8 \times 125)$

$$= 12 \times 1000 = 12000;$$

(3) 原式 = $25 \times (4 \times 8) \times 125 = (25 \times 4) \times (8 \times 125)$

$$= 100000;$$

$$\begin{aligned}
 (4) \text{ 原式} &= (75 \times 1000) \div 125 \div 15 \\
 &= (75 \div 15) \times (1000 \div 125) \\
 &= 5 \times 8 = 40;
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 (5) \text{ 原式} &= (386 \times 100) \div 25 = 386 \times (100 \div 25) \\
 &= 386 \times 4 = 1544.
 \end{aligned}$$

(5)也可以如下算得:

$$\begin{aligned}
 \text{原式} &= 38600 \div (100 \div 4) = (38600 \div 100) \times 4 \\
 &= 1544.
 \end{aligned}$$

对于小数、分数计算题，凑整主要是把小数、分数凑成整数。当同学们学习这部分内容时，一定有很多新的体会。

小朋友，凑整法是做算术题的常用方法，一定要多练习、多总结，掌握好这一方法。但是，凑整法需要灵活运用。例如，计算 $1326 \div 39$ 。如果努力去凑整十、整百、整千的数，反而比较麻烦；最简便的方法是运用运算定律这样计算：

$$\begin{aligned}
 1326 \div 39 &= 1326 \div (13 \times 3) = 1326 \div 13 \div 3 \\
 &= 102 \div 3 = 34.
 \end{aligned}$$

这说明要想算得快，算得准，最根本的是：抓住题目特点，灵活运用加减乘除运算定律。

习 题 一

请用简便方法计算下列各题：

1. (1) $72 + 67 + 28$;

(2) $65 + 75 + 34 + 26$;

(3) $769 + 36 + 56 + 64 + 45$;

(4) $804 + 600 + 1400 + 250 + 196 + 1750$.