

国际奥赛金牌教练 +
国家奥赛命题研究专家
联袂编写

科学技术文献出版社



小学数学奥赛

易错题 四年级 宝典



◎金牌奥赛

小学数学奥赛易错题宝典

四年级

总主编:耿立志 中学奥林匹克竞赛金牌教练
中科国际奥赛研究中心副主任
国家首批骨干教师、全国特级教师

总审定:王永胜 中小学奥林匹克竞赛研究专家
教育部新课程标准研究专家
博士生导师、教授

科学技术文献出版社

Scientific and Technical Documents Publishing House

北 京

图书在版编目(CIP)数据

小学数学奥赛易错题宝典. 四年级/付国静等主编. -北京:科学技术文献出版社, 2004.9

(金牌奥赛)

ISBN 7-5023-4755-0

I. 小… II. 付… III. 数学课-小学-解题 IV. G624.505

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2004)第 083392 号

出 版 者 科学技术文献出版社
地 址 北京市复兴路 15 号(中央电视台西侧)/100038
图书编务部电话 (010)68514027,(010)68537104(传真)
图书发行部电话 (010)68514035(传真),(010)68514009
邮 购 部 电 话 (010)68515381,(010)58882952
网 址 <http://www.stdph.com>
E-mail: stdph@istic.ac.cn
策 划 编 辑 科 文
责 任 编 辑 白 明
责 任 校 对 赵文珍
责 任 出 版 王芳妮
发 行 者 科学技术文献出版社发行 全国各地新华书店经销
印 刷 者 北京建外印刷厂
版 (印) 次 2004 年 9 月第 1 版第 1 次印刷
开 本 787×1092 16 开
字 数 170 千
印 张 7.75
印 数 1~12000 册
定 价 9.00 元

© 版权所有 违法必究

购买本社图书,凡字迹不清、缺页、倒页、脱页者,本社发行部负责调换。

(京)新登字 130 号

《金牌奥赛》编委会

主 任 石丽杰 耿立志
副 主 任 丁 岚(兼高中分册总主编、审定专家组组长)
何秀勤(兼初中分册总主编)
王爱军(兼小学分册总主编)
编 委 窦连辉 马 坤 陈正宜 黄建川
纪立伏 王晓静 刘小丽 张亚玲

本册主编 付国静 石丽杰 岳翠芳
副 主 编 邢素翠 崔洪芬 刘树文
编 者 崔淑文 武国安 魏晓辰 韩秀香
付国静 岳翠芳 孟秀焕 邢素翠
崔洪芬 刘树文 李淑霞 马伶伶

《金牌奥赛》出版前言

全国第一部由国际奥赛金牌教练和竞赛命题研究专家联合主持编著的含小学、初中、高中三个系列的大型丛书。

全国第一部将国家“十五规划”教育科研予课题《研究性学习与奥林匹克竞赛有效整合》研究成果纳入丛书编著的经典力作。

全国第一部将奥赛与高考、中考有机结合并经实践证明既适合奥赛又适合中、高考的培优宝典。

丛书特点

权威性

作者群体由来自全国奥赛名校的国际奥赛金牌教练；参与奥赛命题和研究的大学知名教授、博士生导师；从事奥赛一线辅导的国家高级教练及主持中、高考命题研究的特级教师和教育专家组成。

标准性

丛书根据中、小学最新课程标准和全国奥赛竞赛规程编著，是对最新考试命题精神的标准解读和诠释。

典范性

丛书中每一道试题的编制和确定都经过多道关卡，即从作者编著、主编总纂到编辑审读、状元验题（聘请北大、清华等在读的曾在近年全国及国际奥赛中荣获金牌的本科、硕士、博士认真审读书稿并将全部试题重做一遍）、专家审定，层层把关。因而达到了题题新颖、题题规范、题题经典。



高效性

来自教学一线国际、国家奥赛金牌教练,总结自己的实践经验,结合专家的理论指导,鼎力打造完全实战性丛书,可迅速提升考试成绩,此卷在手,理想不再难求。

谨以此书,献给在求学路上奋力拼搏的学子们!

金牌奥赛,点石成金,握之以恒!

《金牌奥赛》编委会

2004年8月于北京

目 录

第一讲 速算与巧算	(1)
第二讲 数字谜	(6)
第三讲 等差数列	(14)
第四讲 和倍、差倍问题.....	(20)
第五讲 年龄问题	(26)
第六讲 还原问题	(32)
第七讲 牛吃草问题	(38)
第八讲 鸡兔同笼问题	(46)
第九讲 流水问题	(52)
第十讲 相遇问题	(59)
第十一讲 追及问题	(66)
第十二讲 周长与面积	(73)
附录 参考答案	(81)

第一讲 速算与巧算



知能梳理

计算能力是学好数学的基础,学生不但要会算,还要算得好,准确快速的计算既是一种技巧,也是一种思维的训练。

如果说掌握基本的四则运算法则是运算的基础,那么灵活运用运算法则和性质则是巧算的关键。巧算常用的方法有:凑整法、基准数法、字母代替法、转化法……,解题时要把握住题目的特点,合理有效地进行计算。



思维误区

对运算性质、法则掌握不准,或者不善于观察,细心分析题目的特点,找不准突破口;可能是解题经验不够丰富,不能灵活运用巧算方法,使计算产生错误。



例题点析

例1 计算: $4876 - (876 - 149) + 151$

【错因分析】

在解决此类问题时,容易错用“减法的运算性质”去括号时,小括号里的减号不变号,造成错误。

【正确思路】

本题可用凑整法进行巧算。通过观察可以发现:4876与876尾数相同,149与151互为补数,因此考虑去掉小括号。由于小括号前面是减号,要将小括号内的减号变成加号。

【参考答案】

$$\begin{aligned} & 4876 - (876 - 149) + 151 \\ &= (4876 - 876) + (149 + 151) \\ &= 4000 + 300 \end{aligned}$$



$$= 4300$$

例 2 计算: $12 \times 36 + 12 \times 63 + 12$

【错因分析】

本题若按常规方法,将前两项逆用分配律转化成 $(a+b) \times c$ 的形式,而将第三项“12”丢掉,易产生错误。

【正确思路】

把“12”看成 12×1 ,逆用乘法分配律将 36、63、1 凑成整百数,可简化计算。

【参考答案】

$$\begin{aligned} & 12 \times 36 + 12 \times 63 + 12 \\ &= 12 \times (36 + 63 + 1) \\ &= 12 \times 100 \\ &= 1200 \end{aligned}$$

例 3 计算: $512 \times 81 + 11 \times 825 + 637 \times 19$

【错因分析】

本题求解时,对能凑成整十、整百的数不敏感;没有综合运用运算法则和性质,找不到解题关键,造成解题错误。

【正确思路】

细心审读题意发现 $81 + 19 = 100$, $11 + 19 = 30$,巧用数的拆分,并反复运用乘法分配律可使计算简化。首先将 637×19 转化成 $(512 + 125) \times 19$ 的形式,利用乘法分配律可得 $512 \times 19 + 125 \times 19$,其中一项 512×19 可与原式中的 512×81 结合,逆用乘法分配律转化成 $(a+b) \times c$ 的形式使计算简化,用同样的方法处理后两项可求解。

【参考答案】

$$\begin{aligned} & 512 \times 81 + 11 \times 825 + 637 \times 19 \\ &= 512 \times 81 + (512 + 125) \times 19 + 11 \times 825 \\ &= 512 \times 81 + 512 \times 19 + 125 \times 19 + 11 \times 825 \\ &= 512 \times (81 + 19) + 125 \times 19 + 11 \times (125 + 700) \\ &= 512 \times 100 + 125 \times 19 + 11 \times 125 + 11 \times 700 \\ &= 51200 + 125 \times (19 + 11) + 11 \times 700 \\ &= 51200 + 3750 + 7700 \\ &= 62650 \end{aligned}$$

例 4 计算: $(1 + 97 + 38) \times (97 + 38 + 66) - (1 + 97 + 38 + 66) \times (97 + 38)$

【错因分析】

本题较复杂、数字很多,似乎无法简化,急于将每个括号里的数加起来计算,使运算烦



琐,易出错。

【正确思路】

仔细审题,分析特点,发现很多数字重复出现: $1+97+38$, $97+38+66$, 出现两次, $97+38$ 出现四次之多,把多次出现的数式看做一个整体,并用字母来代替,计算可简化。

【参考答案】

将数式 $1+97+38$ 用字母 A 来代替,即 $A=1+97+38$, 则 $97+38=A-1$

$$\begin{aligned}\text{原式} &= A \times (A-1+66) - (A+66) \times (A-1) \\ &= A \times (A+65) - [(A+66) \times A - (A+66) \times 1] \\ &= A^2 + 65A - (A^2 + 66A - A - 66) \\ &= A^2 + 65A - A^2 - 65A + 66 \\ &= 66\end{aligned}$$

例5 计算 $99999 \times 22222 + 33333 \times 33334$

【错因分析】

本题求解中不能急于求成;若把共同的因子“11111”提出来,当成“C”,计算将很困难。

【正确思路】

利用乘法分配律,以一方为中心,转化另一部分,得到相同因子“C”,可使计算简化。

【参考答案】

方法一:

$$\begin{aligned}\text{原式} &= 99999 \times 22222 + 33333 \times (33333 + 1) \\ &= 99999 \times 22222 + 33333 \times 33333 + 33333 \\ &= 99999 \times 22222 + 99999 \times 11111 + 33333 \\ &= 99999 \times (22222 + 11111) + 33333 \\ &= 99999 \times 33333 + 33333 \\ &= (99999 + 1) \times 33333 \\ &= 100000 \times 33333 \\ &= 3333300000\end{aligned}$$

方法二:

$$\begin{aligned}\text{原式} &= 33333 \times 3 \times 22222 + 33333 \times 33334 \\ &= 33333 \times 66666 + 33333 + 33334 \\ &= 33333 \times (66666 + 33334) \\ &= 33333 \times 100000\end{aligned}$$



$$= 3333300000$$

例6 计算: $98 + 97 - 96 - 95 + 94 + 93 - 92 - 91 + 90 + 89 - \cdots - 4 - 3 + 2 + 1$

【错因分析】

不能仔细分析本题特点,求解中只看到数字排列的规律,没有发现运算符号的排列特点,造成计算错误。

【正确思路】

仔细审题可发现,每四个运算符号依次重复,出现一次,可以每四个组为一组进行计算。

【参考答案】

方法一:

$$\begin{aligned} \text{原式} &= (98 + 97 - 96 - 95) + (94 + 93 - 92 - 91) + \cdots + (6 + 5 - 4 - 3) + (2 + 1) \\ &= 4 \times 24 + (2 + 1) \\ &= 96 + 3 \\ &= 99 \end{aligned}$$

方法二:

$$\begin{aligned} \text{原式} &= 98 + (97 - 96 - 95 + 94) + (93 - 92 - 91 + 90) + \cdots + (5 - 4 - 3 + 2) + 1 \\ &= 98 + 0 \times 24 + 1 \\ &= 99 \end{aligned}$$

例7 计算: 11111111×11111111

【错因分析】

本题如果不能找到其中内部的规律,列竖式计算,由于数位多,易出错。

【正确思路】

由于 $1 \times 1 = 1$, $11 \times 11 = 121$, $111 \times 111 = 12321 \cdots$

由上式可推出 $\underbrace{111 \cdots 1}_{n+1} \times \underbrace{111 \cdots 1}_{n+1} = 123 \cdots n \cdots 321$

【参考答案】

因为 $1 \times 1 = 1$, $11 \times 11 = 121$, $111 \times 111 = 12321 \cdots$

所以 11111111×11111111

$$= 123456787654321$$

注意:当1的个数不大于9时有此规律($\underbrace{111 \cdots 1}_{n+1} \times \underbrace{111 \cdots 1}_{n+1} = 123 \cdots n \cdots 321$),当1的个数多于9时要另行找出规律。

④



方法点悟

整数的速算与巧算方法有很多种,要善于观察分析题目的特点,不同问题用不同方法。正确的思维方法和丰富的解题经验是靠长期积累得到的,勤学苦练,才能不断提高自己的计算能力。



强化训练

1. $2456 - (356 + 259)$
2. $38 \times 82 + 17 \times 38 + 38$
3. $347 \times 69 + 653 \times 31 + 306 \times 19$
4. $99999 \times 77778 + 33333 \times 66666$
5. $7 \times 77 \times 777 \times 7777 \times 77777$ (无锡市小学生数学邀请赛试题)
6. $98989898 \times 99999999 \div 1010101 \div 11111111$ (福建省第三届小火炬杯小学生数学邀请赛试题)
7. 22222×22222 (1997 年我爱数学夏令营计算竞赛题)
8. $1234567 + 2345671 + 3456712 + 4567123 + 5671234 + 6712345 + 7123456$
9. 求 $(1999 \times 99 + 2000 \times 100 + 1999 + 2000 - 1900) \div 4000$ 的值。
10. 计算: $19961997 \times 19971996 - 19961996 \times 19971997$ (1997 年小学数学奥林匹克决赛试题)
11. 计算: $1 + 2 - 3 + 4 + 5 - 6 + 7 + 8 - 9 + \cdots + 97 + 98 - 99$
12. $99 + 198 + 297 + 396 + 495 + 594 + 693 + 792 + 891 + 990$ (《小学生数学报》第三届数学竞赛初赛试题)
13. $1 \div (2 \div 3) \div (3 \div 4) \div (4 \div 5) \div (5 \div 6) \div (6 \div 7) \div (7 \div 8)$ (河北省第三届小学数学竞赛初赛试题)
14. $76000 \div \underbrace{100 \cdots 0}_{100 \text{个} 0} \times \underbrace{200 \cdots 0}_{98 \text{个} 0}$
15. $\underbrace{99 \cdots 9}_{1992 \text{个} 9} \times \underbrace{99 \cdots 9}_{1992 \text{个} 9} + \underbrace{199 \cdots 9}_{1992 \text{个} 9}$ 的末尾有多少个零? (1992 年全国部分城市第三届新苗杯小学数学联赛试题)

第二讲 数字谜



知能梳理

所谓数学谜,是指在某种算式或者图形中含有一些用空格、文字或字母等符号表示的未定数字,要求填上合适的数字,使算式或者图形成立的问题。

此类问题的知识基础是根据运算法则,加、减、乘、除的互逆关系,及适当地运用有关整数性质的知识,进行推理。

解题的一般步骤:①审题;②选择突破口;③填数。

常用的基本技巧:

1. 分析算式中隐含的数量关系及数的性质,选择有特征的部分为突破口。
2. 在确定所求数字时,可采取试验法,猜想法、拼凑法、排除法等。



思维误区

造成错误的原因主要有审题不清,找不准突破口,盲目地填数;还有考虑问题不够仔细、全面,只找到部分答案就求解,不考虑答案的多样性。



例题点析

例1 在下面的空格内填上合适的数字,使算式成立。

$$\begin{array}{r} \square 0 1 \\ + \square 9 \square \\ \hline \square 8 0 \square \end{array}$$

【错因分析】

错误的原因有两个:一是没有考虑到每个数位上的数均加满10向前一位进1;二是丢解。



【正确思路】

通过审题可知,每个数位上的数均加满10向前一位进1,从第二个加数的个位求解较为方便。个位上的“1+?”满10,只有 $1+9=10$ 满足,所以个位填9;百位上两个数相加,再加上十位上进位的1得18,所以两个加数的百位数分别是8和9,和的千位只能是1,此题有两个解。

【参考答案】

$$\begin{array}{r} (1) \quad \boxed{9} \boxed{0} \boxed{1} \\ + \quad \boxed{8} \boxed{9} \boxed{9} \\ \hline \boxed{1} \boxed{8} \boxed{0} \boxed{0} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} (2) \quad \boxed{8} \boxed{0} \boxed{1} \\ + \quad \boxed{9} \boxed{9} \boxed{9} \\ \hline \boxed{1} \boxed{8} \boxed{0} \boxed{0} \end{array}$$

例2 由1,2,3,...,9组成如下算式,已给出四个数字,请补上其他数字。

$$\begin{array}{r} 6 \square \square \\ - \square \square \square \\ \hline 2 \ 9 \ 1 \end{array}$$

【错因分析】

本题因空格较多,不知从何入手;另外,考虑不到有退“1”的情况,找不准突破口。

【正确思路】

先把未知数用字母表示出来(如下图),

$$\begin{array}{r} 6 \boxed{a} \boxed{b} \\ - \boxed{c} \boxed{d} \boxed{e} \\ \hline 2 \ 9 \ 1 \end{array}$$

剩下的5个数字为:3、4、5、7、8。因为 $b-e=1$, $b=e+1$,且 $e<9$,则 e 、 b 是两个连续的自然数。剩下的数中没有差为9的两个数,则一定是 $10+a-d=9$,由此可以确定 $c=6-2-1$ (“1”是被借走的),则 $c=3$ 。还剩下的数为4、5、7、8, $b-e=1$,可能 $8-7=1$ 或 $5-4=1$ 。

【参考答案】

$$\begin{array}{r} (1) \quad 6 \boxed{4} \boxed{8} \\ - \boxed{3} \boxed{5} \boxed{7} \\ \hline 2 \ 9 \ 1 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} (2) \quad 6 \boxed{7} \boxed{5} \\ - \boxed{3} \boxed{8} \boxed{4} \\ \hline 2 \ 9 \ 1 \end{array}$$

例3 下面是一个乘法算式,每个空格内填一个数字,这个算式的乘积应该是多少?



$$\begin{array}{r}
 1\Box \\
 \times \Box\Box \\
 \hline
 \Box 5\Box \\
 \Box\Box\Box \\
 \hline
 \Box 8\Box\Box
 \end{array}$$

【错因分析】

求解本题中,不能正确判断一些空格的取值范围,试验次数太多,造成错误。

【正确思路】

经仔细观察发现,第一个因数“1□”乘第二个因数的积是一个三位数,而且小于180,所以,第二次积的百位只能是1,即最后结果为18□□。

由于 $18 \times 99 < 18 \times 100 = 1800$, 所以,第一个因数只能是19,乘积最小为1800,而 $1800 \div 19 \approx 95$, 可见第二个因数的十位数为9;第一次积是“15□”,而 $150 \div 19 > 7$, $159 \div 19 < 9$, 所以第二个因数的个位为8。

【参考答案】

$$\begin{array}{r}
 1\ 9 \\
 \times 9\ 8 \\
 \hline
 \Box\ 5\ \Box \\
 \Box\Box\Box \\
 \hline
 1\ 8\ 6\ 2
 \end{array}$$

答:这个算式的乘积是1862。

例4 将2、3、4、5、6、8、11、12这8个数字填在右图的□中,使它们组成图中的4个等式。

$$\begin{array}{ccc}
 \Box \times \Box = \Box & & \\
 \parallel & & \div \\
 \Box & & \Box \\
 | & & \parallel \\
 \Box = \Box + \Box & &
 \end{array}$$

【错因分析】

本题中有4个等式,含有4种运算,对于加减运算可填的情况很多,所以应先考虑乘除运算;如果找不准这个入手点,用多次试验的办法,虽然最终一定能找出答案,但很费时间,还容易出错。另外要注意得到一个值后(如被除数)不要急于确定其他的值,不然很容易丢掉一个解。

【正确思路】

先将8个位置用字母标识出来,如图。



$$\begin{array}{ccc}
 \boxed{a} \times \boxed{b} & = & \boxed{c} \\
 \parallel & & \div \\
 \boxed{d} & & \boxed{e} \\
 | & & \parallel \\
 \boxed{f} & = & \boxed{g} + \boxed{h}
 \end{array}$$

c 既是 a 与 b 的乘积, 作为被除数, 它又是 e 与 h 的乘积。因此, c 应可写成两种不同的乘积形式。只有 12 符合条件, 因为: $12 = 3 \times 4 = 2 \times 6$, 所以: a, b, e, h 为 3、4、2、6, 剩下的三个数为 11、5、8。 f 既为被减数, 又是和, 则 f 为最大的 11, d, g 为 5、8。可以先确定 d, g 的值, 再写出 a, b, e, h 的值。由 $d = 5, g = 8$ 或 $d = 8, g = 5$ 得到两种解答。

【参考答案】

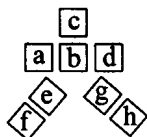
(1)

$$\begin{array}{ccc}
 \boxed{6} \times \boxed{2} & = & \boxed{12} \\
 \parallel & & \div \\
 \boxed{5} & & \boxed{4} \\
 | & & \parallel \\
 \boxed{11} & = & \boxed{8} + \boxed{3}
 \end{array}$$

(2)

$$\begin{array}{ccc}
 \boxed{3} \times \boxed{4} & = & \boxed{12} \\
 \parallel & & \div \\
 \boxed{8} & & \boxed{2} \\
 | & & \parallel \\
 \boxed{11} & = & \boxed{5} + \boxed{6}
 \end{array}$$

例 5 将 1~11 填入“□”内, 使相邻两个或三个数字组成的横竖斜行的和均为 14。



$\boxed{i} \boxed{j} \boxed{k}$

【错因分析】

本题可用不同的字母表示空格中的数字(见图), 但 11 个待定数通常从处于特殊地位的数入手, 否则, 第一个填错了, 就易走入歧途。

【正确思路】

仔细分析图中 b 的位置很特殊, 因为求和时它被用两次, 所以我们选“ b ”为突破口。因为 $a + b + \dots + k = 1 + 2 + \dots + 11 = 66$, 又由题意可知: $a + b + d = 14$ ①, $c + b = 14$ ②, $i + j + k = 14$ ③, $e + f = 14$ ④, $g + h = 14$ ⑤, 将① + ② + ③ + ④ + ⑤有 $\underbrace{a + b + \dots + k}_{66} + b = 14 \times 5 = 70$ 。所以 $b = 70 - 66 = 4$, 则 $c = 14 - 4 = 10$, $a + d = 10$, 在剩下的数中寻找和为 10 的两个数, 有三种情况: $1 + 9 = 10, 2 + 8 = 10, 3 + 7 = 10$ 。

第一种先确定 $a = 1, d = 9$, 剩下的数 2、3、5、6、7、8、11 其中和为 14 的两个数为 $11 + 3 = 14, 8 + 6 = 14$, 剩下的三个数 2、5、7 即为 i, j, k ; 第二种先确定 $a = 2, d = 8$, 剩下的数: 1、3、5、6、7、9、11, 其中和为 14 的两个数为 $11 + 3 = 14, 5 + 9 = 14$, 那么 i, j, k 的值为 1、7、6; 第三种确定 $a = 3, d = 7$, 剩下的数 1、2、5、6、8、9、11, 其和为 14 的两个数为 $9 + 5 = 14, 6 + 8 = 14$, 那么 i, j, k 的值为 1、2、11。



【参考答案】

本题有三个解:

$$\begin{array}{c} 10 \\ 149 \\ 3168 \end{array}$$

$$257$$

$$\begin{array}{c} 10 \\ 248 \\ 3159 \end{array}$$

$$176$$

$$\begin{array}{c} 10 \\ 347 \\ 5968 \end{array}$$

$$1211$$

例6 把“0、1、2、3、4、5、6、7、8、9”十个数字分别填入各方格中,使三个算式成立。

(1) $\square + \square = \square$

(2) $\square - \square = \square$

(3) $\square \times \square = \square \square$

【错因分析】

本题中要掌握“0”在四则运算中的特殊规定,找到解题的突破口;否则无从下手,解题困难。

【正确思路】

根据0的特点,不能把0填在(1)(2)式中,否则会出现(1)、(2)式中有两个相同的数字,所以0只能添在(3)式中,而且只能填在积的末尾。 $\square \square = \square 0$,这样,(3)式中就有一个因数是5。 $\square \times 5 = \square 0$ 仅剩下的两个方格有下列四种填法:

(1) $2 \times 5 = 10$

(2) $4 \times 5 = 20$

(3) $6 \times 5 = 30$

(4) $8 \times 5 = 40$

然后逐一试验,选择符合(1)(2)条件的算式。

【参考答案】

填法一:(1) $1+7=8$

(2) $9-3=6$

(3) $4 \times 5 = 20$

填法二:(1) $3+6=9$

(2) $8-1=7$