

普通高等学校公共基础课

助学·助教·助考 丛书



材料力学

学习指导

付志一 主编



中国农业大学出版社

ZHONGGUONONGYEDAXUE CHUBANSHE

CAILIAOLIXUE XUEXIZHIDAO

普通高等学校公共基础课
助学·助教·助考丛书

TB301
8=2C

材料力学学习指导

付志一 主编

中国农业大学出版社

图书在版编目(CIP)数据

材料力学学习指导/付志一主编. —北京:中国农业大学出版社, 2006. 2

(助学·助教·助考丛书)

ISBN 7-81066-980-X

I. 材… II. 付… III. 材料力学—高等学校—教学参考资料 IV. TB301

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2006)第 005887 号

书 名 材料力学学习指导

作 者 付志一 主 编

策划编辑 刘 军

责任编辑 张苏明 阚 春

封面设计 郑 川

出版发行 中国农业大学出版社

社 址 北京市海淀区圆明园西路 2 号

邮政编码 100094

电 话 发行部 010-62731190, 2620

读者服务部 010-62732336

编辑部 010-62732617, 2618

出 版 部 010-62733440

网 址 <http://www.cau.edu.cn/caup>

E-mail: caup @ public. bta. net. cn

经 销 新华书店

印 刷 涿州市星河印刷有限公司

版 次 2006 年 2 月第 1 版 2006 年 2 月第 1 次印刷

规 格 787×980 16 开本 20.75 印张 378 千字

印 数 1~4 000

定 价 24.00 元

图书如有质量问题本社发行部负责调换

主 编 付志一

副主编 徐春晖 张琳楠

周 喆 高 阳

序 言

本书是与“十五”国家级规划教材,刘鸿文主编的《材料力学 I》、《材料力学 II》第 4 版,孙训方等编写、孙训方和胡增强修订的《材料力学(I)》、《材料力学(II)》第 4 版(以下简称主教材)相配套的学习指导用书。编写本书的目的在于帮助以主教材为教科书的学生,更好地理解、掌握材料力学的基本概念、基本理论和方法,更好地应用材料力学解题思路进行练习,以及更广泛地了解材料力学的工程应用。另外,对于报考农业院校机械、水利、土木类专业硕士研究生的学生,也可以作为工程力学科目的复习指导材料。

本书中章节的安排和名词术语等,除去“弯曲的几个补充问题”外,基本与刘鸿文主编的《材料力学》教材相配合。在例题和习题的选择上,主要取材于该教材,部分采用了孙训方教材中的习题,并收入了部分材料力学考题和考研题目。

本书的每一章基本分为 4 个部分,即“内容关键”、“自学指南”、“例题解析”和“习题简解”。在“内容关键”中以纲要的形式列出该章的基本概念、重要方法和要求掌握的公式,并就其几何、物理含义进行了必要的解释,目的在于强调关键知识点,帮助学生进行课后总结归纳与提高。书中对有些方法的论述与主教材不同,可以使学生从不同角度进行思维,加深理解。在“自学指南”中首先体现对材料力学课程的教学基本要求,然后针对易混淆点提出问题并进行澄清。“例题解析”中的例题主要选择那些概念性强、方法典型或结果重要的题目,选题范围反映出教学的基本要求。例题的讲解主要围绕基本要求中的方法展开,目的在于解释问题的几何、物理含义和演示方法以及必要的解题技巧。“习题简解”中的题目是课后练习的主要内容,给出的简要解答可以作为学生课后练习的参考。

参加本书编写的有:付志一(第一、三、八、十、十一、十二、十三章),徐春晖(第二、九章,附录),张琳楠(第四、五章),周喆(第七章),高阳(第六章)。陈雪冬还和王培浩负责本书的制图工作。另外,陈雪冬还完成了本书第二、四、五、九章和附录中部分习题的解答。

编 者

2005 年 7 月 14 日

目 录

第一章 绪 论	1
一、内容关键	1
二、自学指南	4
三、例题解析	4
第二章 拉伸、压缩与剪切	8
一、内容关键	8
二、自学指南	12
三、例题解析	13
四、习题简解	21
第三章 扭 转	34
一、内容关键	34
二、自学指南	39
三、例题解析	40
四、习题简解	50
第四章 弯曲内力	62
一、内容关键	62
二、自学指南	65
三、例题解析	66
四、习题简解	77
第五章 弯曲应力	89
一、内容关键	89
二、自学指南	94
三、例题解析	95
四、习题简解	101
第六章 弯曲变形	113
一、内容关键	113
二、自学指南	119
三、例题解析	119

四、习题简解	131
第七章 应力分析与强度理论	149
一、内容关键	149
二、自学指南	154
三、例题解析	155
四、习题简解	166
第八章 组合变形	174
一、内容关键	174
二、自学指南	179
三、例题解析	179
四、习题简解	189
第九章 压杆稳定	198
一、内容关键	198
二、自学指南	203
三、例题解析	204
四、习题简解	211
第十章 动载荷	223
一、内容关键	223
二、自学指南	225
三、例题解析	225
四、习题简解	234
第十一章 交变应力	239
一、内容关键	239
二、自学指南	244
三、例题解析	245
四、习题简解	249
第十二章 能量方法	252
一、内容关键	252
二、自学指南	259
三、例题解析	260
四、习题简解	267
第十三章 超静定结构	278
一、内容关键	278

二、自学指南	283
三、例题解析	284
四、习题简解	293
附录 截面的几何性质	307
一、内容关键	307
二、自学指南	310
三、例题解析	310
四、习题简解	314

第一章 绪 论

材料力学是一门传统科学,迄今已有几百年的历史了。1638年意大利数学家伽利略(Galileo, 1564—1642)在荷兰莱登出版了世界上第一本材料力学教本《两种新的科学》,首先提出了材料的力学性质和强度计算的方法。人们认为材料力学作为一门学科由此开始,在其发展过程中,已经为人类的科学技术进步做出了巨大的贡献。

材料力学是固体力学的基础和实用部分,在各应用领域中发挥着重大的作用。人们按照材料的受力要求,创造了各种各样的机器和工程结构,这些机器和工程结构给人们带来了方便、舒适和欢乐,而不按力学要求设计的结构和机器,则给人们带来了惨重的灾难。实践证明,工程结构发生破坏是由于组成它的构件在工作过程中受力和变形过大造成的。

一、内容关键

1. 材料力学的任务

构件 机构或结构的组成部分。构件一般分为4类:杆、板、壳和块。在三维空间中,1个方向尺寸远大于其他2个方向尺寸的构件称为杆,1个方向尺寸远小于其他2个方向尺寸的构件称为板和壳。板是平的,中面曲率为零,壳则至少有1个方向的曲率不为零。空间3个方向的尺寸是等量级的构件称为块。材料力学的主要研究对象是杆,杆件的轴线是各横截面形心的连线。

强度 指在外力作用下杆件抵抗破坏的能力。

刚度 指在外力作用下杆件抵抗(弹性)变形的能力。不发生过大变形可以保证杆件的正常工作。

稳定性 指在压力作用下杆件保持原有平衡形态的能力。稳定的受力平衡形式可以保证杆件的正常工作。

2. 变形面体的基本假设

连续性假设 是指分析域内处处充满物质,没有空隙。

均匀性假设 是指分析域内材料的力学性质点点一致。对于那些整体非均匀而分区均匀的受力构件可以分区应用均匀性假设。

各向同性假设 是指分析域内每点材料的力学性质与方向无关。

上述3个假设为在分析域上建立简单而具有良好分析性质的数学表达提供了方便。

3. 外力及其分类

作用在杆件上的外力按照作用方式一般可分为集中力、集中力偶、分布力(主要为线分布力,也包括面分布力和体分布力)。按照外力随时间的变化规律一般可分为静态力和动态力。

4. 内力、截面法和应力的概念

内力 内力是因外载荷引起的构件各部分之间所产生的附加作用力。内力是按照确定的规律分布在截面上的。材料力学中所称的内力一般指内力分布力系的主矢和主矩在截面坐标系下的分量。

截面法 用假想截面切开杆件,可以暴露出杆件在该截面上的内力,按照有利于简化分析的原则,取截面某一侧的部分进行分析。保留选定的部分上的外力,按照对内力正方向的假定在截面上添加内力,应用平衡方程可以求出内力。这种求解内力的方法称为截面法。应用截面法进行内力分析的过程如下。

- (1)切:将杆件在欲求内力的截面切开为两部分。
- (2)取:按照有利于简化分析的原则,取某一部分进行分析,弃去另一部分。
- (3)代:按照对内力正方向的假定在截面上添加内力。
- (4)平:应用平衡方程求出内力。

应力 内力按照确定的规律分布在截面上,该分布的集度称应力。应力的量纲为 $[FL^{-2}]$,常用单位为 MPa, $1 \text{ MPa} = 10^6 \text{ N/m}^2$ 。

平均应力和一点应力 设截面上包含C点的区域面积为 ΔA ,其上分布内力的主矢为 ΔF ,而 ΔF_n 和 ΔF_r 分别为其法向和切向分量,如图1-1(a)所示,则 ΔA 上的平均全应力、平均正应力和平均切应力分别为

$$p_m = \frac{\Delta F}{\Delta A} \quad \sigma_m = \frac{\Delta F_n}{\Delta A} \quad \tau_m = \frac{\Delta F_r}{\Delta A}$$

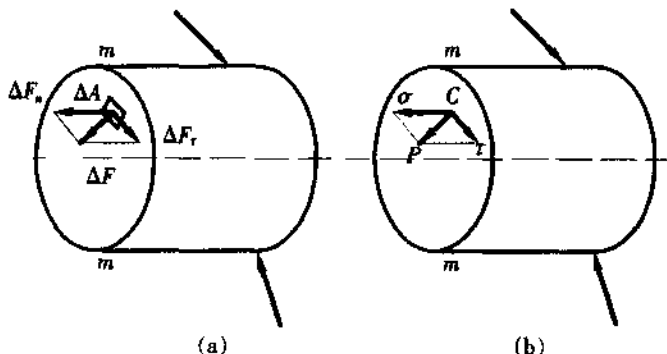


图 1-1

C 点的全应力、正应力和切应力分别为

$$p = \lim_{\Delta A \rightarrow 0} \frac{\Delta F}{\Delta A} \quad \sigma = \lim_{\Delta A \rightarrow 0} \frac{\Delta F_n}{\Delta A} \quad \tau = \lim_{\Delta A \rightarrow 0} \frac{\Delta F_t}{\Delta A}$$

如图 1-1(b) 所示。

5. 变形与应变

应变 应变描述变形的剧烈程度。应变的量纲为 1, 是纯数, 在工程测量中, 常称 10^{-6} 为一个微应变 ($\mu\epsilon$)。

线应变 变形发生后, 固体内部点出现位移。线应变衡量材料内部线段在变形后的伸缩程度。设图 1-2 所示的线段 AB 长度为 l , 变形后位移至 $A'B'$, 长度变为 l' , 在小变形前提下, 线段 AB 的平均线应变为

$$\epsilon_m = \frac{l' - l}{l}$$

A 点的线应变为

$$\epsilon = \lim_{l \rightarrow 0} \frac{l' - l}{l}$$

切应变 切应变衡量材料内部两正交线段在变形后的角度变化。设图 1-2 所示的线段 $AB \perp AC$, 变形后位移至 $C'A'B'$, A 点的切应变为

$$\gamma = \lim_{\substack{AB \rightarrow 0 \\ AC \rightarrow 0}} \left(\frac{\pi}{2} - \angle C'A'B' \right)$$

6. 杆件变形的的基本形式

拉伸与压缩 直杆受沿轴线方向的力系作用, 变形后各纵向线段具有相同的伸长或缩短变形。

剪切 构件受 2 个大小相等、方向相反的平行力系作用, 变形后在两力系中间截面的两侧, 材料有相互错开的趋势。

扭转 直杆受绕轴线旋转的力偶系作用, 变形后各横截面绕轴线发生转动位移。

弯曲 杆件受垂直于轴线的力系或旋转平面平行于轴线的力偶系作用, 变形后轴线的曲率发生改变, 横截面绕垂直于轴线的方向发生转动位移。

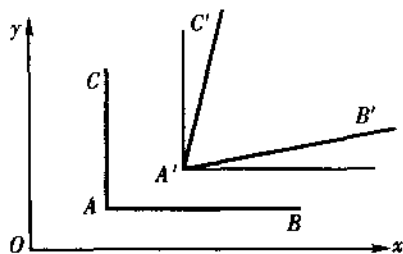


图 1-2

二、自学指南

本章的基本要求为：

- (1) 了解材料力学的基本任务，了解强度、刚度和稳定性的意义。
- (2) 初步了解材料力学对可变形体的基本假设。
- (3) 了解内力的概念。
- (4) 掌握应用截面法计算内力的方法。
- (5) 初步了解用应力描述构件内部受力的程度的概念。
- (6) 初步了解用应变描述构件内部变形的程度的概念。
- (7) 了解杆件的 4 种基本变形。

请思考下列问题：

- (1) 什么是弹性变形、弹性体和线性弹性体？
- (2) 小变形条件在计算支反力时如何体现？
- (3) 举出杆件承受集中力、分布力和集中力偶的实例。
- (4) 如何用截面法显示并确定构件内力？
- (5) 构件在空间一般力系作用下，横截面上的内力沿杆件轴线的分量所引起的变形是什么？
- (6) 应力分为正应力和切应力，何谓正应力？何谓切应力？它们的量纲是什么？
- (7) 应变分为线应变和切应变，何谓线应变？何谓切应变？它们的量纲是什么？

三、例题解析

例题 1-1 试求图 1-3(a) 所示桁架各杆的内力。

解：应用节点法、截面法求内力。

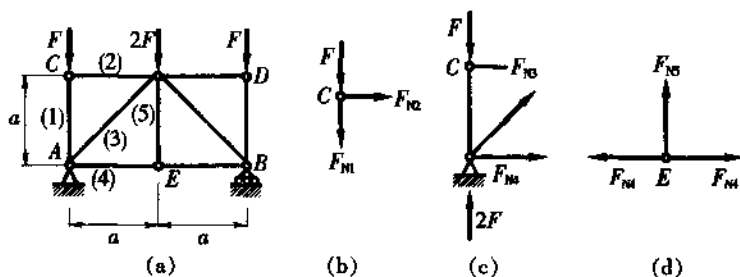


图 1-3

该题为桁架，各杆件为二力杆，变形形式为拉压，支反力为 $F_{Ay} = F_{By} = 2F$ 。因

结构、受力具有对称性,这里只求杆 1~5 的内力。

(1)节点法:取 C 点铰链分析,将外力 F 和杆 1,2 内力(假设为拉)作用于 C,如图 1-3(b) 所示,由平衡方程得

$$\begin{aligned}\sum F_x &= 0 & F_{N2} &= 0 \\ \sum F_y &= 0 & F_{N1} &= -F\end{aligned}$$

(2)截面法:用铅垂截面将杆 2,3,4 截断,取左侧部分,杆 3 和杆 4 的内力如图 1-3(c) 所示。由平衡方程得

$$\begin{aligned}\sum F_y &= 0 & 2F + \frac{F_{N3}}{\sqrt{2}} - F &= 0 & F_{N3} &= -\sqrt{2}F \\ \sum F_x &= 0 & F_{N4} + \frac{F_{N3}}{\sqrt{2}} &= 0 & F_{N4} &= F\end{aligned}$$

(3)节点法:取 E 点铰链分析,将杆 4,5 内力作用于 E,如图 1-3(d) 所示,由平衡方程得

$$\sum F_y = 0 \quad F_{N5} = 0$$

例题 1-2 试求图 1-4(a) 所示轴在 $m-m$ 截面的内力。

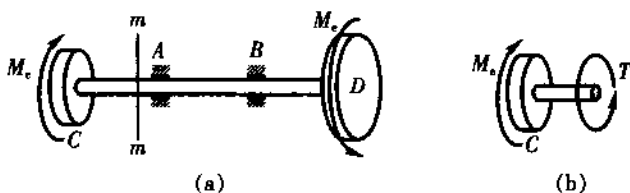


图 1-4

解:应用截面法求内力。

在 $m-m$ 截面将杆 CD 截断,取左侧部分,按照图 1-4(b) 添加杆的内力,应用平衡方程得

$$\sum M_x = 0 \quad T = M_e$$

例题 1-3 试求图 1-5 所示拉伸试样在 A, B 两截面之间的平均线应变。已知 $l = 100 \text{ mm}$, $\Delta l = 5 \times 10^{-2} \text{ mm}$ 。

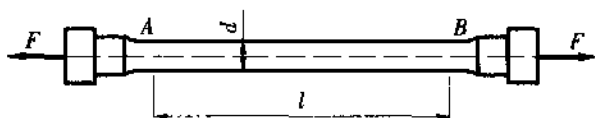


图 1-5

解:应用应变的定义求线应变。

$$\epsilon_m = \frac{\Delta l}{l} = 5 \times 10^{-4}$$

例题 1-4 图 1-6 所示的三角形薄板, $a = 120 \text{ mm}$, 因受外力作用而变形, 角点 B 垂直向上位移为 $\delta = 0.03 \text{ mm}$, 但 AB 和 BC 仍保持为直线。试求 OB 的平均应变和 AB 与 BC 两边在 B 点的角度改变。

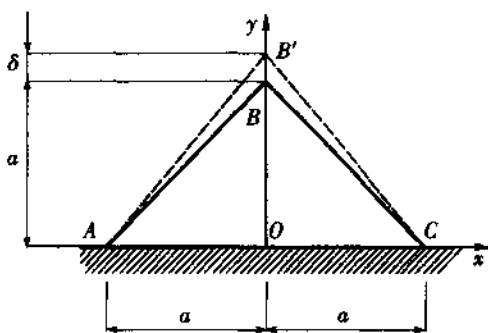


图 1-6

解:应用应变的定义求应变。

$$\epsilon_{ym} = \frac{\delta}{OB} = 2.5 \times 10^{-4}$$

$$\Delta\theta_B = \frac{\pi}{2} - 2\arctan\left(\frac{OA}{OB'}\right) = 2.5 \times 10^{-4}$$

例题 1-5 试求图 1-7 所示的圆形薄板在半径方向和外圆圆周方向的平均线应变。已知外圆半径 $R = 80.00 \text{ mm}$, 半径增加量 $\Delta R = 3 \times 10^{-3} \text{ mm}$ 。

解:应用应变的定义求应变。

$$\epsilon_{rm} = \frac{\Delta R}{R} = 3.75 \times 10^{-5}$$

$$\epsilon_{\theta m} = \frac{2\pi(R + \Delta R) - 2\pi R}{2\pi R} = \frac{\Delta R}{R} = \epsilon_{r, \text{in}}$$

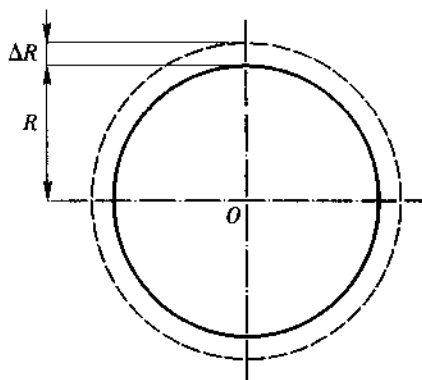


图 1-7

第二章 拉伸、压缩与剪切

本章讨论杆件在轴向拉伸、压缩时的强度和变形计算问题,介绍材料力学的一些基本概念、基本理论和分析方法。拉伸、压缩是杆件最简单的受力形式,也是材料力学所研究的杆件的基本变形形式之一。拉压变形所涉及到的概念和方法在材料力学中具有一定的普遍性,因此,掌握好本章内容有助于后续章节的学习。

一、内容关键

(一) 轴力、轴力图与截面法

轴向拉伸和压缩的受力特点为外力(或外力合力)的作用线与杆件的轴线重合。变形特点为受力后杆件沿其轴线方向伸长或缩短。

杆件在轴向拉伸或压缩时的内力称为轴力,其作用线与杆件轴线重合。轴力的记号为 F_N ,规定拉力为正,压力为负。注意:在材料力学中,对内力符号的规定取决于杆件的截面外法线方向,而理论力学中对外力符号的规定取决于系统的外部坐标系。表示沿杆件轴线各截面上轴力变化规律的图线,称为轴力图。画轴力图时,应注意比例适当,轴力图应与杆件等长,在图中标出轴力的正负符号和数值。

截面法是求内力的基本方法,其基本步骤为切、取、代、平。

(二) 承受拉、压杆的应力、变形

对均质杆,在承受轴向拉伸或压缩时,根据“横截而保持平面”的假定,内力在截面上是均匀分布的。因此,正应力在截面上各个点相同,即

$$\sigma = \frac{F_N}{A} \quad (2-1)$$

根据圣维南原理,在外力作用点附近,其应力分布与外力的作用方式有关,但其影响范围不超过杆件的最大横向尺寸。

等直杆在两端轴向力作用下,在平行和垂直于杆件轴线方向产生均匀的线应变,而没有切应变。在轴向拉伸时,沿轴向伸长,横向缩短;轴向压缩时,沿轴向缩短,横向伸长。根据胡克定律,两端承受轴向拉伸或压缩的直杆,在线弹性范围内,其绝对伸长量为

$$\Delta l = \frac{F_N l}{EA} \quad (2-2)$$

其相对伸长即正应变为

$$\epsilon = \frac{\Delta l}{l} = \frac{F_N}{EA} = \frac{\sigma}{E}$$

式中 E 称为材料的弹性模量。应力与应变的这一关系还可以写成

$$\sigma = E\epsilon \quad (2-3)$$

注意,在使用胡克定律时,应力应不超过材料的比例极限,且在杆件长度范围内,杆件的轴力 F_N 、抗拉(或抗压)刚度 EA 为常数。当轴力或杆件横截面积沿杆件轴线方向变化时,必须用积分的方法计算整个杆件的伸长量,即

$$\Delta l = \int_0^l \frac{F_N(x) dx}{EA(x)} \quad (2-4)$$

拉伸或压缩时,除了轴向变形外,还会产生横向变形。记横向应变为 ϵ' ,与轴向应变 ϵ 之间存在下列关系

$$\epsilon' = -\mu\epsilon \quad (2-5)$$

式中 μ 为材料的泊松比;负号表示两种应变异号,即一个方向为伸长(或缩短),另一个方向则为缩短(或伸长)。

(三) 材料在拉伸或压缩时的力学性能

1. 低碳钢拉伸时的力学性能

拉伸曲线 低碳钢试样拉伸时的应力应变曲线如图 2-1 所示,可以分为 4 个主要阶段:

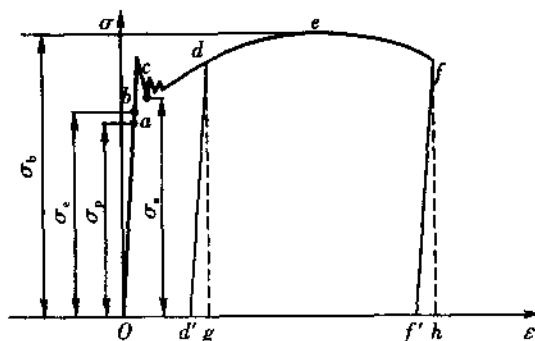


图 2-1