

川大  丛书

教育部“十五”重点课题实验基地编写组 编

不解不通 不通则解
通方能解 解则能通

新课标 教材通解

特约主编：王培德 数学特级教师

数 学

江 苏 新 课 标

7

年级下册



四川大学出版社

解好才是真正好

教辅图书策划和编写人员对中学教材内容的把握,对中学教学规律的认知,对教学过程重点难点的突破已经到了心有灵犀、英雄所见略同的程度。但是,俗话说得好,戏法人人变,各有巧妙不同。教辅图书的编写又何尝不是如此呢?我们与教育一线精英共同打造的一流教辅图书《教材通解》丛书之所以受到广大读者的欢迎,正是因为这一系列丛书有着不同于其他教辅的改进、超越和创新。其特点在于:

1. 体现新课标的基本精神和指导思想,力求在内容讲解和训练中渗透“知识和能力”、“过程和方法”以及“情感态度和价值观”。
2. 突显新教材的基本特点和创新意识,力求在内容讲解和训练中的重点选择以及题型设计方面有所创新。
3. 紧贴教学计划和训练进度,力求各年级科目的内容讲解和训练具有高度的实用性和配套率。
4. 紧扣教学的重点和中考的考点,力求在内容的讲解分配和难度把握上控制得当。
5. 根据教改形势下学生的认知能力和心理特点,力求在内容讲解和训练中科学地安排好层次,设置好梯度。

不通则解,能解则通。解好才是真正好!求规律、理思路、讲方法、看过程,是本书的核心竞争力所在,也是本书与其他教辅图书相比,能独树一帜的原因所在。

本丛书不仅力求以内容取胜,而且注重以形式领先。设计的时尚化,行文的轻松化,编撰的人文化,处处都在为读者着想。这些不正是当今教辅图书面向市场的基本理念和普遍要求吗?

编者

目 录

第七章 平面图形的认识(二)	(1)
第一节 探索直线平行的条件	(3)
第二节 探索平行线的性质	(16)
第三节 图形的平移	(27)
第四节 认识三角形	(34)
第五节 三角形的内角和	(42)
三维目标跟踪测控卷	(52)
第八章 幂的运算	(57)
第一节 同底数幂的乘法	(59)
第二节 幂的乘方与积的乘方	(68)
第三节 同底数幂的除法	(82)
三维目标跟踪测控卷	(93)
第九章 从面积到乘法公式	(97)
第一节 单项式乘单项式	(99)
第二节 单项式乘多项式	(109)
第三节 多项式乘多项式	(123)
第四节 乘法公式	(136)
第五节 单项式乘多项式法则的再认识——因式分解(一)	(152)
第六节 乘法公式的再认识——因式分解(二)	(157)
三维目标跟踪测控卷	(175)
第十章 二元一次方程组	(179)
第一节 二元一次方程	(181)
第二节 二元一次方程组	(194)
第三节 解二元一次方程组	(203)
第四节 用方程组解决问题	(220)
三维目标跟踪测控卷	(235)

第十一章 图形的全等	(239)
第一节 全等图形	(241)
第二节 全等三角形	(245)
第三节 探索三角形全等的条件	(252)
三维目标跟踪测控卷	(269)
第十二章 数据在我们周围(二)	(274)
第一节 普查与抽样调查	(276)
第二节 统计图的选用	(282)
第三节 频数分布表和频数分布直方图	(289)
三维目标跟踪测控卷	(301)
第十三章 感受概率	(307)
第一节 确定与不确定	(308)
第二节 可能性	(312)
三维目标跟踪测控卷	(320)
参考答案	(325)



第七章 平面图形的认识(二)

本章总体通解



学习目标

1. 了解并掌握什么是同位角、内错角,以及同旁内角.
2. 能充分理解直线平行的条件,并能利用所学的知识判断两直线是否平行.
3. 能利用直线平行的条件解决实际问题.
4. 掌握平行线的性质,能利用平行线的性质解决实际问题.
5. 了解并掌握什么是图形的平移,能解释某些图形是由哪些图形平移得到的,并能通过图形的平移画出新颖、独特的图形.
6. 了解并掌握什么是三角形.
7. 掌握三角形、三角形的边、三角形的角的表示方法.
8. 通过对三角形的边的分析,了解并掌握三角形三边必须满足的条件,并能根据三角形的三边关系判断所给的三条线段能否构成三角形.
9. 掌握三角形三条重要线段:三角形的高、三角形的角平分线、三角形的中线.
10. 掌握三角形三条重要线段的基本画法,了解三角形三条重要线段的性质.
11. 知道并掌握三角形三个内角的和为 180° .
12. 掌握直角三角形两锐角的关系.
13. 了解三角形的外角的概念.
14. 掌握三角形外角与内角的关系.
15. 了解并掌握四边形及 n 边形的内角和与外角和,熟悉 n 边形的内角和及外角和的求法.
16. 会用三角尺和直尺过已知直线外一点画这条直线的平行线,并能简单描述.
17. 通过平行线的有关知识,培养自己观察、认识客观事物的能力.



知识要点

1. 同位角、内错角、同旁内角.
2. 直线平行的条件:同位角相等,两直线平行;



内错角相等,两直线平行;

同旁内角互补,两直线平行.

3. 平行线的性质:两直线平行,同位角相等;

两直线平行,内错角相等;

两直线平行,同旁内角互补.

4. 图形的平移:在平面内,将一个图形沿着某个方向移动一定的距离,这样的图形运动叫做图形的平移,平移不改变图形的形状、大小.

5. 图形的平移的性质:图形经过平移,连结各组对应点的线段平行(或在同一条直线上)并且相等.

6. 平行线间的距离:如果两条直线互相平行,那么其中一条直线上任意两点到另一条直线的距离相等,这个距离称为平行线之间的距离.

7. 三角形:由3条不在同一条直线上的线段,首尾依次相接组成的图形叫做三角形.

8. 三角形的三边关系:三角形的任意两边之和大于第三边.

9. 三角形的高:在三角形中,从一个顶点向它的对边所在直线作垂线,顶点和垂足之间的线段叫做三角形的高线,简称三角形的高.

10. 三角形的角平分线:在三角形中,一个内角的平分线与它的对边相交,这个角的顶点与交点之间的线段叫做三角形的角平分线.

11. 三角形的中线:在三角形中,连结一个顶点与它对边中点的线段,叫做三角形的中线.

12. 三角形的内角和:三角形3个内角的和等于 180° .

13. 三角形的外角:三角形一边与另一边的延长线所组成的角,叫做三角形的外角.

14. 三角形外角的性质:三角形的一个外角等于与它不相邻的两个内角的和.

15. 直角三角形的性质:直角三角形的两个锐角互余.

16. n 边形的内角和: n 边形的内角和等于 $(n-2) \cdot 180^\circ$.

17. 任意多边形的外角和:任意多边形的外角和等于 360° .



学法提示

1. 独立思考,主动发现,认真研究.
2. 尝试发现新知,造就成就感.
3. 动手动脑,认真研讨、学会概括.
4. 积极、主动完成本章小结,通过例题和练习加深对知识的理解.
5. 自我理解与阅读法相结合.



第一节 探索直线平行的条件

目标通解

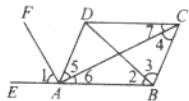
1. 掌握平行线的画法.
2. 掌握同位角、内错角、同旁内角的概念及应用.
3. 掌握直线平行的条件.
4. 通过对直线平行条件的学习,提高从实践中总结规律、认识事物的能力.
5. 通过对直线平行条件的推导,提高逻辑推理能力.
6. 通过本节的学习掌握一些简单推理.

教材内容通解

一、同位角、内错角、同旁内角

【例1】 如图所示:

- (1) $\angle 1$ 和 $\angle 2$ 是哪两条直线被哪条直线截得的同位角?
- (2) $\angle 3$ 与 $\angle 5$ 是同位角吗?
- (3) $\angle 3$ 与 $\angle 4$ 是什么关系?
- (4) 直线 AD 、 BC 被直线 AC 截得的内错角是哪两个角?



*** 思路解析** 这一道题主要考察了有关三线八角方面的知识. 这道题要求我们熟练掌握同位角、内错角、同旁内角的概念及位置特征. 同位角的位置特征: ① 两个角都在截线的同一侧; ② 分别在两条被截线的同一方. 内错角的位置特征: ① 两个角分别在截线的两侧; ② 都在两条被截线之间. 同旁内角的位置特征: ① 两个角都在截线的同一侧; ② 都在两条被截线之间. 只有掌握了同位角、内错角、同旁内角的位置特征, 才能灵活地解决问题.

*** 正确解答** 解: (1) $\angle 1$ 的两条边是 AF 、 AE , $\angle 2$ 的两条边是 BD 、 BE . 由于 AE 、 BE 在同一条直线上, 因此 BE 是截线. $\angle 1$ 与 $\angle 2$ 是直线 AF 、 BD 被直线 BE 截得的同位角.

(2) $\angle 3$ 的两条边是 BC 、 BD , $\angle 5$ 的两条边是 AC 、 AD . 显然, $\angle 3$ 的边与 $\angle 5$ 的边是不共线的, 因此, $\angle 3$ 与 $\angle 5$ 不是同位角.

(3) $\angle 3$ 与 $\angle 4$ 是直线 AC 、 BD 被直线 BC 截得的同旁内角.

(4) 直线 AD 、 BC 被直线 AC 截得的内错角是 $\angle 4$ 与 $\angle 5$.

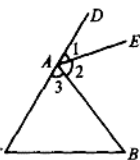


警示 本题图形复杂, 可采用分离图形法, 找出问题所在的情境. 当然, 若概念错误, 则理解错误.

【例2】 如图所示,找出所有的同位角、内错角、同旁内角,并指出各组角是哪两条直线所截得到的?

※ 思路解析 在【例1】中我们已介绍了同位角、内错角、同旁内角的判定方法,关键是找出截线和被截线,可采用分离图形法找出同位角、内错角、同旁内角.

※ 正确解答 解: $\angle 1$ 与 $\angle C$ 是直线 AE 与 BC 被直线 DC 所截构成的同位角; $\angle DAB$ 与 $\angle C$ 是直线 AB 与 BC 被直线 DC 所截构成的同位角; $\angle 2$ 与 $\angle B$ 是直线 AE 、 BC 被直线 AB 所截构成的内错角; $\angle DAB$ 与 $\angle B$ 是直线 DC 与 BC 被直线 AB 所截构成的内错角; $\angle 3$ 与 $\angle B$ 是直线 AC 、 BC 被直线 AB 所截构成的同旁内角; $\angle 3$ 与 $\angle C$ 是直线 AB 与 BC 被直线 AC 所截构成的同旁内角; $\angle B$ 与 $\angle C$ 是直线 AB 、 AC 被直线 BC 所截构成的同旁内角; $\angle EAC$ 与 $\angle C$ 是直线 AE 与 BC 被直线 AC 所截构成的同旁内角.



在找同位角、内错角、同旁内角时,要将图形分解成基本图形,并找出其中的规律.

【例3】 如图所示,下列判断正确的是().

- A. 4 对同位角,4 对内错角,2 对同旁内角
- B. 4 对同位角,4 对内错角,4 对同旁内角
- C. 6 对同位角,4 对内错角,4 对同旁内角
- D. 6 对同位角,4 对内错角,2 对同旁内角

※ 思路解析 学生在解决此类题目时常常因考虑不全而面丢解,因此通过此类题目的解答可以使学生养成全方位多角度考虑问题的习惯.这一道题我们可以以截线为标准分类求解,分别把 AB 、 BD 、 EF 看成是截线找三类角,这样既不遗漏又不重复.

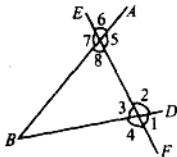
※ 正确解答 解:将 AB 看成截线,则 EF 、 BD 是被截线,根据同位角、内错角、同旁内角的位置特征,可以发现 $\angle B$ 与 $\angle 5$ 是同位角, $\angle B$ 与 $\angle 7$ 是内错角, $\angle B$ 与 $\angle 8$ 是同旁内角;以 BD 为截线,则 AB 、 EF 是被截线,则 $\angle B$ 与 $\angle 2$ 是同位角, $\angle B$ 与 $\angle 4$ 是内错角, $\angle B$ 与 $\angle 3$ 是同旁内角;以 EF 为截线,则 AB 、 BD 是被截线,则 $\angle 7$ 与 $\angle 3$ 、 $\angle 6$ 与 $\angle 2$ 、 $\angle 8$ 与 $\angle 4$ 、 $\angle 5$ 与 $\angle 1$ 是同位角, $\angle 2$ 与 $\angle 8$ 、 $\angle 3$ 与 $\angle 5$ 是内错角, $\angle 3$ 与 $\angle 8$ 、 $\angle 2$ 与 $\angle 5$ 是同旁内角.

因此,共有 6 对同位角,4 对内错角,4 对同旁内角,答案应选 C.

这是道典型的考察同位角、内错角、同旁内角的题目,关键是以截线为标准,分别找出同位角、内错角、同旁内角.只要抓住三线中的主线——截线,就能正确识别这三类角.

二、同位角相等,两直线平行

【例1】 如图所示,已知直线 EF 与 AB 、 CD 分别相交于点 M 和点 N ,且 $\angle 1 = \angle 2$,可以判定 $AB \parallel CD$ 吗?为什么?



※ 思路解析 要判定 $AB \parallel CD$, 首先要找到能判定平行的条件. 在此题中, 要找到 $\angle 1$ 与 $\angle 2$ 之间内在的联系, 那么就要对 $\angle 1$ 或 $\angle 2$ 进行转换. 在此题中, 可以将 $\angle 1$ 或 $\angle 2$ 转换为它们的对顶角, 如将 $\angle 2$ 换成 $\angle 3$, 则 $\angle 3$ 与 $\angle 1$ 是同位角, 由 $\angle 1 = \angle 2$, $\angle 2 = \angle 3$ 可得 $\angle 1 = \angle 3$, 由“同位角相等, 两直线平行”可以判定 $AB \parallel CD$.

※ 正确解答

解: 可以判定 $AB \parallel CD$.

因为 $\angle 2$ 和 $\angle 3$ 是对顶角(对顶角的定义),

所以 $\angle 2 = \angle 3$ (对顶角相等).

因为 $\angle 1 = \angle 2$ (已知),

所以 $\angle 1 = \angle 3$ (等量代换),

$AB \parallel CD$ (同位角相等, 两直线平行).

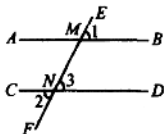


图 5-10-1

解此题时可根据图形的特征猜想可证 $AB \parallel CD$, 可从证平行的条件中入手, 图中 $\angle 1$ 与 $\angle 3$ 是同位角, 我们可从证 $\angle 1 = \angle 3$ 来证 $AB \parallel CD$. 做证明题关键是方向要找准.

【例 2】 如图所示, $\angle C = \angle AED$, BE 、 DF 分别平分 $\angle ABC$ 、 $\angle ADE$, 试说明: $BE \parallel DF$.

※ 思路解析 ① 在 $\triangle ADE$ 与 $\triangle ABC$ 中, 由已知 $\angle C = \angle AED$, $\angle A$ 是公共角, 则根据三角形的内角和等于 180° 可知 $\angle ADE = \angle ABC$, 因为 BE 、 DF 分别平分 $\angle ABC$ 、 $\angle ADE$, 就有 $\angle 1 = \angle 2$, 从而有 $BE \parallel DF$.

② $\angle C$ 与 $\angle AED$ 是同位角, 由 $\angle C = \angle AED$ 可得 $DE \parallel BC$, 则有 $\angle ADE = \angle ABC$, 又由已知 BE 、 DF 分别平分 $\angle ABC$ 、 $\angle ADE$, 可得 $\angle 1 = \angle 2$, 从而可得出 BE 与 DF 平行的结论了.

※ 正确解答

证法一: 在 $\triangle ADE$ 与 $\triangle ABC$ 中,

因为 $\angle AED = \angle C$, $\angle A = \angle A$,

所以 $\angle ADE = \angle ABC$.

因为 BE 、 DF 分别平分 $\angle ABC$ 、 $\angle ADE$,

所以 $\angle 1 = \frac{1}{2} \angle ADE = \frac{1}{2} \angle ABC = \angle 2$.

即 $\angle 1 = \angle 2$,

$BE \parallel DF$.

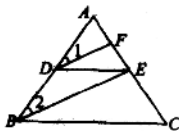
证法二: 因为 $\angle C = \angle AED$,

所以 $DE \parallel BC$,

$\angle ADE = \angle ABC$.

又因为 BE 、 DF 分别平分 $\angle ABC$ 、 $\angle ADE$,

所以 $\angle 1 = \frac{1}{2} \angle ADE = \frac{1}{2} \angle ABC = \angle 2$.



即 $\angle 1 = \angle 2$,

$BE \parallel DF$.

题多思 在解决此题时要注意概念的理解与掌握. 在解答时关键是在复杂的图形中辨认出可证明平行的条件.

【例3】 如图所示, $\angle B = \angle ADE$, $\angle EDC = \angle GFB$, $FG \perp AB$, 试说明: $GF \parallel CD$.

*** 思路解析** 由 $FG \perp AB$ 可得 $\angle FGB = 90^\circ$, 则 $\angle B + \angle BFG = 90^\circ$, 而由已知 $\angle B = \angle ADE$, $\angle EDC = \angle GFB$, 可得 $\angle ADE + \angle EDC = 90^\circ$, 再由平角的定义可得 $\angle CDB = 90^\circ$, 由于 $\angle CDB$ 与 $\angle FGB$ 是同位角且相等, 可得结论.

*** 正确解答**

证明: 因为 $FG \perp AB$,

所以 $\angle FGB = 90^\circ$,

$\angle B + \angle GFB = 90^\circ$.

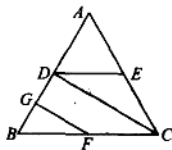
又因为 $\angle B = \angle ADE$, $\angle GFB = \angle EDC$,

所以 $\angle ADE + \angle EDC = 90^\circ$,

$\angle CDB = 90^\circ$.

因为 $\angle FGB = \angle CDB = 90^\circ$,

所以 $GF \parallel CD$ (同位角相等, 两直线平行).



题多思 这一道题若只用“同位角相等, 两直线平行”来解相对较繁, 若以后学习了等式性质就更简单了.

三、内错角相等, 两直线平行

【例1】 如图所示, BE 平分 $\angle ABC$, $\angle CBF = \angle CFB = 65^\circ$, $\angle EDF$ 比 $\angle ABF$ 小 15° , 试说明: $BC \parallel AD$.

*** 思路解析** 由 BE 平分 $\angle ABC$ 可知, $\angle ABF = \angle CBF = 65^\circ$, 而 $\angle EDF$ 比 $\angle ABF$ 小 15° , 由此可得 $\angle EDF = \angle ABF - 15^\circ$, 从而求出 $\angle EDF = 50^\circ$. 而在 $\triangle BFC$ 中, $\angle CBF = \angle CFB = 65^\circ$, 所以 $\angle C = 180^\circ - 65^\circ - 65^\circ = 50^\circ$, $\angle C$ 与 $\angle EDF$ 是内错角且相等, 由“内错角相等, 两直线平行”可判定 $BC \parallel AD$.

*** 正确解答**

证明: 因为 BE 平分 $\angle ABC$,

所以 $\angle CBF = \angle ABF$.

又因为 $\angle CBF = \angle CFB = 65^\circ$,

所以 $\angle ABF = 65^\circ$,

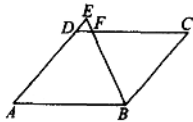
$\angle C = 50^\circ$.

又因为 $\angle EDF$ 比 $\angle ABF$ 小 15° ,

所以 $\angle EDF = \angle ABF - 15^\circ = 65^\circ - 15^\circ = 50^\circ$,

$\angle EDF = \angle C = 50^\circ$.

$BC \parallel AD$ (内错角相等, 两直线平行).





对于此题,很容易得到 $\angle ABF = \angle CFB = 65^\circ$,可判定 $AB \parallel CD$.有些同学证到这里就证不下去了,关键是没有理清分析思路.像这道题要证两线平行,关键是要找角的关系.

【例2】 如图所示,已知 $\angle 1 + \angle 2 = 180^\circ$, $\angle 1 + \angle 4 = 180^\circ$, $\angle 3 = \angle B$,试判断 $\angle AED$ 与 $\angle C$ 的关系,并证明你的结论.

※ 思路解析 这一道题要求判断 $\angle AED$ 与 $\angle C$ 的关系,通常情况下都是猜想两角相等.通过观察图形, $\angle AED$ 与 $\angle C$ 有可能相等,关键是如何证 $\angle AED = \angle C$.分析已知条件, $\angle 1 + \angle 2 = 180^\circ$, $\angle 1 + \angle 4 = 180^\circ$,可得 $\angle 2 = \angle 4$,从而可得 $BD \parallel EF$,从而可得 $\angle 3 = \angle ADE$,再由已知 $\angle 3 = \angle B$,可得 $\angle B = \angle ADE$,从而得 $DE \parallel BC$,因此得出结论 $\angle AED = \angle C$.

※ 正确解答

解: $\angle AED = \angle C$.

因为 $\angle 4 + \angle 1 = 180^\circ$, $\angle 1 + \angle 2 = 180^\circ$,

所以 $\angle 4 = \angle 2$,

$BD \parallel EF$,

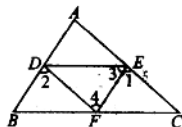
$\angle 3 = \angle ADE$.

又因为 $\angle 3 = \angle B$,

所以 $\angle B = \angle ADE$,

$DE \parallel BC$,

$\angle AED = \angle C$.



要找出已知与要证内容之间的联系,不能仅仅考虑已知条件,要找出角与角之间的联系.

【例3】 如图所示, CD 平分 $\angle ACB$,量得 $\angle 2 = 42^\circ$, $\angle 3 = 42^\circ$.试说明 $DE \parallel BC$ 的理由.

※ 思路解析 由 CD 平分 $\angle ACB$ 可知 $\angle 1 = \angle 2 = 42^\circ$,而 $\angle 3 = 42^\circ$,由此可得 $\angle 1 = \angle 3$.由于 $\angle 1$ 与 $\angle 3$ 是内错角,根据“内错角相等,两直线平行”可以直接判定 DE 与 BC 互相平行.

※ 正确解答

证明:因为 CD 平分 $\angle ACB$,

所以 $\angle 1 = \angle 2$.

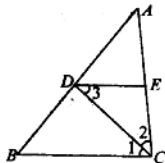
因为 $\angle 2 = 42^\circ$,

所以 $\angle 1 = 42^\circ$.

又因为 $\angle 3 = 42^\circ$,

所以 $\angle 1 = \angle 3$,

$DE \parallel BC$ (内错角相等,两直线平行).



题多题多 要注意角平分线与平行之间的联系.

四、同旁内角互补,两直线平行

【例1】 如图所示, $\angle 1 = 45^\circ$, $\angle 2$ 是它的补角的3倍, 直线 a, b 平行吗? 为什么?

*** 思路解析** 由于 $\angle 1, \angle 2$ 是同旁内角, 因此只需判断 $\angle 1, \angle 2$ 是否互补.

*** 正确解答**

解: $a \parallel b$.

因为 $\angle 2$ 是它的补角的3倍,

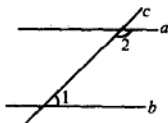
所以 $\angle 2 = 3(180^\circ - \angle 2)$,

$\angle 2 = 135^\circ$.

因为 $\angle 1 = 45^\circ$,

所以 $\angle 1 + \angle 2 = 180^\circ$,

$a \parallel b$ (同旁内角互补, 两直线平行).



题多题多 要注重概念的理解与掌握.

【例2】 如图所示, 直线 AB, CD 被 EF 所截, $\angle 1 = \angle 2, \angle 3 = \angle 4$, 且 $\angle 1 + \angle 3 = 90^\circ$, 求证: $AB \parallel CD$.

*** 思路解析** 由 $\angle 1 = \angle 2, \angle 3 = \angle 4$ 及 $\angle 1 + \angle 3 = 90^\circ$ 可知 $\angle 1 + \angle 2 + \angle 3 + \angle 4 = 180^\circ$, 即得到 $\angle BEF + \angle EFD = 180^\circ$, 从而可得 $AB \parallel CD$.

*** 正确解答**

证明: 因为 $\angle 1 = \angle 2, \angle 3 = \angle 4$,

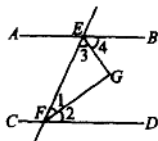
$\angle 1 + \angle 3 = 90^\circ$ (已知),

所以 $2\angle 1 + 2\angle 3 = 180^\circ$.

即 $\angle 1 + \angle 2 + \angle 3 + \angle 4 = 180^\circ$,

即 $\angle BEF + \angle EFD = 180^\circ$,

所以 $AB \parallel CD$ (同旁内角互补, 两直线平行).



题多题多 要证明两条直线平行, 关键是找到一对已知角 (如内错角、同位角或同旁内角), 再利用角的关系来判定直线的平行关系.

【例3】 如图所示, $BD \perp AC, HG \perp AC, \angle DEB + \angle ABC = 180^\circ$, 求证: $\angle 1 = \angle 2$.

*** 思路解析** 由 $BD \perp AC, HG \perp AC$ 可知 $\angle CGH = \angle CDB = 90^\circ$, 由此可得 $\angle 2 = \angle 3$, 由 $\angle DEB + \angle ABC = 180^\circ$ 可得 $ED \parallel BC$, 从而可得 $\angle 3 = \angle 1$, 从而可以得出 $\angle 1$ 与 $\angle 2$ 相等.

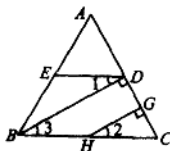
*** 正确解答**

证明: 因为 $BD \perp AC, HG \perp AC$,

所以 $BD \parallel HG$,

$\angle 2 = \angle 3$.

因为 $\angle DEB + \angle ABC = 180^\circ$,





所以 $DE \parallel BC$ (同旁内角互补, 两直线平行),

$$\angle 1 = \angle 3.$$

所以 $\angle 1 = \angle 2$.



【提示】 要注意灵活运用知识点, 充分掌握知识点间的联系, 找出要证内容与已知内容之间的联系.

五、作已知直线的平行线

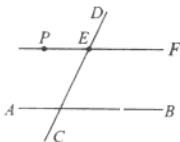
【例1】 (1) 直线 AB, CD 是相交直线, 点 P 是直线 AB, CD 外的点, 直线 EF 经过点 P 与直线 AB 平行, 与直线 CD 相交于点 E . 根据上述语句画出图形.

(2) 根据下列语句画出图形: 点 P 是直线 AB 外的一点, 直线 CD 经过点 P , 且与直线 AB 平行.

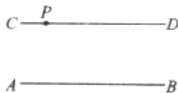
※ 思路解析 通常情况下, 我们都是利用三角板和直尺作平行线. 在利用三角尺和直尺作平行线时要掌握“过直线外一点作已知直线的平行线有且只有一条”这条性质, 且要清楚掌握作平行线的作图依据是: 同位角相等, 两直线平行.

作平行线的方法是平行移动法, 具体是: 重合 $\rightarrow$ 移动 $\rightarrow$ 作平行线.

※ 正确解答 解: (1)(2) 分别作图如下:



(1)



(2)

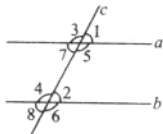


【提示】 在利用三角板和直尺作平行线时, 注意让直尺固定不动, 按要求移动三角板画出平行线.

综合专题通解

【例1】 如图所示, 直线 a, b 被直线 c 所截, 请给出一个你认为适合的条件, 使得 $a \parallel b$, 并说明理由.

※ 思路解析 要证明两条直线平行, 根据判定平行的条件, 首先要从图中找出一对角相等或互补, 再根据两直线判定定理来证明.



※ 正确解答 解法一: 因为 $\angle 1 = \angle 2$, 所以 $a \parallel b$ (同位角相等, 两直线平行).

解法二: 因为 $\angle 3 = \angle 4$, 所以 $a \parallel b$ (同位角相等, 两直线平行).

解法三: 因为 $\angle 5 = \angle 6$, 所以 $a \parallel b$ (同位角相等, 两直线平行).

解法四: 因为 $\angle 7 = \angle 8$, 所以 $a \parallel b$ (同位角相等, 两直线平行).

解法五: 因为 $\angle 2 = \angle 7$, 所以 $a \parallel b$ (内错角相等, 两直线平行).



解法六:因为 $\angle 4 = \angle 5$,所以 $a \parallel b$ (内错角相等,两直线平行).

解法七:因为 $\angle 2 + \angle 5 = 180^\circ$,所以 $a \parallel b$ (同旁内角互补,两直线平行).

解法八:因为 $\angle 4 + \angle 7 = 180^\circ$,所以 $a \parallel b$ (同旁内角互补,两直线平行).

★专题点评 要说明两条直线平行,只要利用本题中八种方法中的任意一种,就可根据平行线的判定定理证明两条直线平行.

【例2】 如图所示,填空.

(1) 因为 $\angle 1 = \angle 7$ (已知),

所以 $\parallel$ (内错角相等,两直线平行).

(2) 因为 $\angle 2 = \angle 8$ (已知),

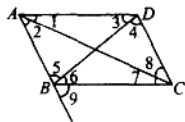
所以 $\parallel$ (内错角相等,两直线平行).

(3) 因为 $\angle ADC + \angle DCB = 180^\circ$ (已知),

所以 $\parallel$ (同旁内角互补,两直线平行).

(4) 因为 $\angle 9 = \angle$ (已知),

所以 $\parallel$ (同位角相等,两直线平行).



★思路解析 本道题要求掌握三线八角,找出角与角之间的关系,再根据平行线的判定定理填空.

★正确答案

解:(1) 因为 $\angle 1 = \angle 7$ (已知),

所以 $AD \parallel BC$ (内错角相等,两直线平行).

(2) 因为 $\angle 2 = \angle 8$ (已知),

所以 $AB \parallel CD$ (内错角相等,两直线平行).

(3) 因为 $\angle ADC + \angle DCB = 180^\circ$ (已知),

所以 $AD \parallel BC$ (同旁内角互补,两直线平行).

(4) 因为 $\angle 9 = \angle$ (已知),

所以 $AD \parallel BC$ (同位角相等,两直线平行).

★专题点评 这道题以填空的形式考察了三线八角以及平行线判定条件等知识点,题目看起来简单,实质上对知识点掌握的要求很高.

【例3】 已知:如图所示, $AE \perp BC$ 于E, $\angle 1 = \angle 2$. 求证: $DC \perp BC$.

★思路解析 由 $\angle 1 = \angle 2$ 可知 $AE \parallel DC$,由 $AE \perp BC$ 可知 $DC \perp BC$.

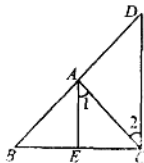
★正确答案

证明:因为 $\angle 1 = \angle 2$ (已知),

所以 $AE \parallel DC$ (内错角相等,两直线平行).

又因为 $AE \perp BC$ (已知),

所以 $DC \perp BC$ (垂直于两平行线中的一条直线,必垂直于另一条直线).



★专题点评 本题综合考查了一些知识点.



中考热点通解

【例1】 如图所示,已知直线 l_1, l_2 被直线 l 所截, $\angle 1 = 40^\circ$, $\angle 2 = 140^\circ$, 则 l_1 与 l_2 的位置关系是怎样的?

※ 命题意图 检查两直线平行的判定.

※ 题型特点 结果开放题.

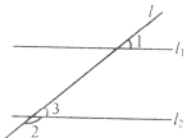
※ 分析解答 $\angle 2 = 140^\circ$, $\angle 2 + \angle 3 = 180^\circ$,

则 $\angle 3 = 40^\circ$.

又 $\angle 1 = 40^\circ$,

所以 $\angle 1 = \angle 3$,

则 $l_1 \parallel l_2$ (同位角相等, 两直线平行).



【例2】 如图所示,已知直线 $l_1 \parallel l_2$, l 与 l_1, l_2 相交于点 A, B , 且 AC 平分 $\angle EAB$, BD 平分 $\angle ABF$, 则 AC 与 BD 有何位置关系? 并说明理由.

※ 命题意图 考查学生对平行线的性质和判定的理解程度, 和对角平分线定义的了解情况.

※ 题型特点 结论开放题.

※ 分析解答 $AC \parallel BD$.

因为 $l_1 \parallel l_2$,

所以 $\angle EAB = \angle ABF$ (两直线平行, 内错角相等).

又因为 AC 平分 $\angle EAB$, BD 平分 $\angle ABF$,

所以 $\angle CAB = \frac{1}{2} \angle EAB$, $\angle ABD = \frac{1}{2} \angle ABF$,

则 $\angle CAB = \angle ABD$,

所以 $AC \parallel BD$ (内错角相等, 两直线平行).

【例3】 如图所示,已知 AE, BE 分别平分 $\angle BAC$ 和 $\angle ABD$, 且 $AE \perp BE$, 则 AC 与 BD 有何关系? 并说明理由.

※ 命题意图 检查学生对垂直的定义、平行线的判定和三角形内角和的认识程度.

※ 题型特点 解答题.

※ 分析解答 $AC \parallel BD$.

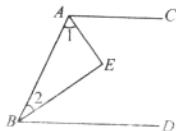
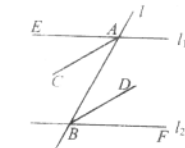
因为 $AE \perp BE$, 则 $\angle AEB = 90^\circ$,

则 $\angle 1 + \angle 2 = 90^\circ$.

因为 AE, BE 分别平分 $\angle CAB, \angle ABD$,

所以 $\angle 1 = \frac{1}{2} \angle CAB$, $\angle 2 = \frac{1}{2} \angle ABD$.

即 $\angle CAB + \angle ABD = 180^\circ$,





故 $AC \parallel BD$ (同旁内角互补, 两直线平行).

课后练习通解**P₆ 说一说**

不平行.

P₇ 想一想

有其他同位角. 分别为: $\angle 3$ 与 $\angle 4$ 、 $\angle 5$ 与 $\angle 6$ 、 $\angle 7$ 与 $\angle 8$.

P₈ 练一练

1. $\angle 1$ 与 $\angle C$ 是直线 DE 与 BC 被直线 AC 所截得到的同位角;

$\angle 2$ 与 $\angle B$ 是直线 DE 与 BC 被直线 AB 所截得到的同位角;

$\angle 3$ 与 $\angle C$ 是直线 DF 与 AC 被直线 BC 所截得到的同位角.

2. 解: 平行.

因为 $\angle 1 = \angle 3$, $\angle 2 = \angle 3$ (对顶角相等),

所以 $\angle 1 = \angle 2$,

$a \parallel b$ (同位角相等, 两直线平行).

P₉ 议一议

1. 直线 a 与直线 b 平行. 因为 $\angle 1 = \angle 3$ (对顶角相等), $\angle 2 = \angle 3$ (已知), 所以 $\angle 1 = \angle 2$ (等量代换), $a \parallel b$ (同位角相等, 两直线平行).

2. 直线 a 与直线 b 平行. 因为 $\angle 2 + \angle 3 = 180^\circ$ (已知), 又因为 $\angle 1 + \angle 3 = 180^\circ$ (邻补角的定义), 所以 $\angle 1 = \angle 2$ (同角的补角相等), $a \parallel b$ (同位角相等, 两直线平行).

P₉ 想一想

1. 还有其他的内错角和同旁内角, 分别为:

内错角: $\angle 4$ 与 $\angle 5$;

同旁内角: $\angle 4$ 与 $\angle 7$.

2. $\angle 2 = \angle EFC$ 时, $DE \parallel BC$. 理由是: 内错角相等, 两直线平行.

$\angle A = \angle CEF$ 时, $AB \parallel EF$. 理由是: 同位角相等, 两直线平行.

P₉ 练一练

1. $\angle 1$ 与 $\angle B$ 是直线 AC 与直线 BD 被直线 EB 截成的同位角;

$\angle 3$ 与 $\angle 4$ 是直线 AB 与直线 CD 被直线 AD 截成的内错角;

$\angle 2$ 与 $\angle 4$ 是直线 AC 与直线 CD 被直线 AD 截成的同旁内角.

2. (1) 因为 $\angle 1 = \angle 2$, 所以 $AB \parallel CE$;

(2) 因为 $\angle 2 = \angle E$, 所以 $AD \parallel BE$;

(3) 因为 $\angle 1 + \angle B = 180^\circ$, 所以 $AD \parallel BE$;

(4) 因为 $\angle 1 + \angle ADE = 180^\circ$, 所以 $AB \parallel DE$.

3. 平行.

因为 $\angle BOE = 130^\circ$, 所以 $\angle BOD = 180^\circ - 130^\circ = 50^\circ$ (邻补角的定义).

又因为 $\angle EDC = 50^\circ$, 所以 $\angle EDC = \angle BOD = 50^\circ$, 所以 $AB \parallel CD$ (内错角相等, 两直线平行).

P₁₀ 习题 7.1

1. 因为 $\angle 1 = \angle 2$, 所以 $a \parallel b$ (同位角相等, 两直线平行);

因为 $\angle 3 = \angle 4$, 所以 $a \parallel b$ (同位角相等, 两直线平行);

因为 $\angle 7 = \angle 8$, 所以 $a \parallel b$ (同位角相等, 两直线平行);

因为 $\angle 5 = \angle 6$, 所以 $a \parallel b$ (同位角相等, 两直线平行);

因为 $\angle 2 = \angle 7$, 所以 $a \parallel b$ (内错角相等, 两直线平行);

因为 $\angle 4 = \angle 5$, 所以 $a \parallel b$ (内错角相等, 两直线平行);

因为 $\angle 2 + \angle 5 = 180^\circ$, 所以 $a \parallel b$ (同旁内角互补, 两直线平行);

因为 $\angle 4 + \angle 7 = 180^\circ$, 所以 $a \parallel b$ (同旁内角互补, 两直线平行).

2. 因为 $AO \perp BC$, 所以 $\angle AOC = 90^\circ$ (垂直的定义).

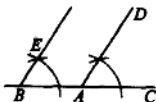
当 $\angle B = \angle AOC = 90^\circ$ 时, $DB \parallel AO$, 理由是: 同位角相等, 两直线平行.

因为 $\angle DOB = 58^\circ$, 所以当 $\angle C = \angle DOB = 58^\circ$ 时, $DO \parallel AC$. 理由是: 同位角相等, 两直线平行.

3. (1) 平行. 理由是: 同位角相等, 两直线平行.

(2) 垂直于同一条直线的两条垂线平行.

4. (1)



(2) $BE \parallel AB$. 理由是: 同位角相等, 两直线平行.

5. $AB \parallel DC$. 理由: $\angle 1 = \angle 2$, 且 $\angle 1$ 与 $\angle 2$ 是内错角, 根据“内错角相等, 两直线平行”可以判定 $AB \parallel DC$.

可以判定 $AD \parallel BC$. $\angle 3$ 与 $\angle 4$ 是同位角, 且 $\angle 3 = \angle 4$, 根据“同位角相等, 两直线平行”可以判定 $AD \parallel BC$.

6. 道路 AB 与道路 CD 平行. $\angle ABC = \angle BCD$, 且 $\angle ABC$ 与 $\angle BCD$ 是内错角, 根据“内错角相等, 两直线平行”可以判定.

7. (1) AC 与 BD 平行. 因为 $AB \perp AD$, 所以 $\angle BAD = 90^\circ$. 在 $\triangle ABD$ 中, $\angle ADB = 90^\circ - \angle B = 90^\circ - 65^\circ = 25^\circ$, 因为 $\angle 1 = \angle ADB = 25^\circ$, 所以 $AC \parallel BD$ (内错角相等, 两直线平行).

(2) 不能, 可以添加 $\angle C = \angle B$.

8. AC 与 DE 平行. 因为 $DE \perp BC$, 所以 $\angle DEC = 90^\circ$, $\angle BCD + \angle CDE = 90^\circ$, 又因为 $\angle B$ 与 $\angle BCD$ 互为余角, 所以 $\angle B = \angle CDE$. 又因为 $\angle B = \angle ACD$, 所以 $\angle CDE = \angle ACD$, $AC \parallel DE$ (内错角相等, 两直线平行).